全 国 硕 士 研 究 生 招 生 考 试

管综数学极简模式

均值不等式

主讲人:夏天老师

均值不等式★

均值不等式： $\dfrac{x_1+x_2+\cdots+x_n}{n} \geq \sqrt[n]{x_1x_2\cdots x_n}$

$x^2+y^2 \geq 2xy$，$x+y \geq 2\sqrt{xy}$，$x+\dfrac{1}{x} \geq 2$

$x+y+z \geq 3\sqrt[3]{xyz}$

应用：解决最值问题

注意事项：一正、二定、三相等

均值不等式

1.(2019)设函数$\boldsymbol{f(x) = 2x + \frac{a}{x^2}}$ $(\boldsymbol{a > 0})$ 在

$(\mathbf{0},\quad +\infty)$ 内的最小值为$\boldsymbol{f(x_0) = 12}$,则$\boldsymbol{x_0}$＝【 】

A.5

B.4

C.3

D.2

E.1

均值不等式

1.(2019)设函数$f(x)=2x+\frac{a}{x^2}(a>0)$ 在

$(0,\ +\infty)$ 内的最小值为$f(x_0)=12$,则x_0=【 B 】

A.5

B.4

C.3

D.2

E.1

$f(x)=2x+\frac{a}{x^2}$

最小值. $2x+\frac{a}{x^2}\geq 2\sqrt{2x\cdot\frac{a}{x^2}}$

$x\cdot x$ 和 $\frac{a}{x^2}$ 才能消　　消不掉

拆项 $\Rightarrow f(x)=2x+\frac{a}{x^2}=x+x+\frac{a}{x^2}$

$\because f(x)=x+x+\frac{a}{x^2}\geq 3\sqrt[3]{x\cdot x\cdot\frac{a}{x^2}}$

$\geq 3\sqrt[3]{a}$

$\therefore 3\sqrt[3]{a}=12 \Rightarrow \sqrt[3]{a}=4$

两边三次 $a=4^3=64$

当且仅当 $x_0=x_0=\frac{64}{x_0^2}$ 取最值.

$\Rightarrow x_0^3=64 \Rightarrow x_0=4$

均值不等式

2.（2018）甲、乙、丙三人的年收入成等比数列，

则能确定乙的年收入的最大值.【 】

（1）已知甲、丙两人的年收入之和.

（2）已知甲、丙两人的年收入之积.

均值不等式

2.（2018）甲、乙、丙三人的年收入成等比数列，则能确定乙的年收入的最大值.【 **D** 】

（1）已知甲、丙两人的年收入之和.

（2）已知甲、丙两人的年收入之积.

甲、乙、丙成等比 ⇒ 等比中项

⇒ 乙^2 = 甲·丙

条件(1) 已知甲+丙，甲·丙 $\le \left(\frac{甲+丙}{2}\right)^2$

∵ 乙^2 = 甲·丙 $\le \left(\frac{甲+丙}{2}\right)^2$

∴ 乙$^2 \le \left(\frac{甲+丙}{2}\right)^2$ ⇒ 乙 $\le \frac{甲+丙}{2}$.

当且仅当甲=丙时，"="成立.

故能确定乙的最大值，充分

条件(2) 已知甲·丙

∵ 乙^2 = 甲丙，直接求出乙的值.

⇒ 能确定乙的值 ⇒ 能确定乙的最大值

故充分，选D