管综数学•考前四页纸

算 术

▶实数

▼常见整除的特点▼

（1）能被 2 整除的数：个位为 0，2，4，6，8.

（2）能被 3 整除的数：各数位数字之和必能被 3 整除.

（3）能被 5 整除的数：个位为 0 或 5.

（4）能被 10 整除的数：个位必为 0.

▼奇数与偶数的运算▼【0 是偶数.两个相邻整数必为一奇一偶】

奇数±奇数＝偶数　　奇数×奇数＝奇数　　奇数±偶数＝奇数

奇数×偶数＝偶数　　偶数±偶数＝偶数　　偶数×偶数＝偶数

▼质数、合数▼

（1）1 既不是质数也不是合数.

（2）2 是唯一的既是质数又是偶数的整数.

（3）最小的合数为 4；最大的两位数质数为 97.

（4）30 以内的质数：2，3，5，7，11，13，17，19，23，29.

▶等比定理

如果 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\ldots=\frac{m}{n}(b+d+\ldots+n\neq 0)$，那么 $\frac{a+c+\ldots+m}{b+d+\ldots+n}=\frac{a}{b}$.

▶绝对值

基本不等式：$-|a|\leqslant a\leqslant |a|$.

非负性：$|a|\geqslant 0$，$|a|+b^2+\sqrt{c}\leqslant 0\Rightarrow a=b=c=0$.

绝对值三角不等式：$\left||a|-|b|\right|\leq |a\pm b|\leq |a|+|b|$.

▶数据描述

平均数：$\bar{x}=\frac{x_1+x_2+\cdots+x_n}{n}$.

方差：$S^2=\frac{1}{n}[(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\cdots+(x_n-\bar{x})^2]$.

标准差：$S=\sqrt{\frac{1}{n}[(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\cdots+(x_n-\bar{x})^2]}$.

代 数

▶整式

平方差公式：$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$.

完全平方公式：$a^2\pm 2ab+b^2=(a\pm b)^2$.

立方和（差）公式：$a^3\pm b^3=(a\pm b)(a^2\mp ab+b^2)$.

常把 1 看作 1^3：$x^3\pm 1=(x\pm 1)(x^2\mp x+1)$.

▶分式

加减法则：$\frac{a}{c}\pm\frac{b}{c}=\frac{a\pm b}{c}$；$\frac{a}{c}\pm\frac{b}{d}=\frac{ad\pm bc}{cd}$.

乘法法则：$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}$.

除法法则：$\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}=\frac{ad}{bc}$.

裂项运算（分母有理化，再消项）：$\frac{1}{n(n+k)}=\frac{1}{k}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+k}\right)$；$\frac{1}{\sqrt{n+k}+\sqrt{n}}=\frac{1}{k}\left(\sqrt{n+k}-\sqrt{n}\right)$.

多个括号求积（凑平方差公式法）：$(a+1)(a^2+1)(a^4+1)(a^8+1)(a^{16}+1)(a^{32}+1)=\frac{a^{64}-1}{a-1}(a\neq 1)$.

▶方程

▼一元二次方程▼（一般形式）：$ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$.

令 $\Delta=b^2-4ac$，此方程的解将依 Δ 值的不同分为如下**三种情况**：

（1）当 Δ >0 时，方程有两个不等实根，根的表达式为 x_1， $x_2=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$.

（2）当 Δ =0 时，方程有两个相等实根，根的表达式为 $x_1=x_2=-\frac{b}{2a}$.

（3）当 Δ <0 时，方程无实根.

一元二次方程：根与系数的关系（韦达定理）

x_1， x_2 是方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$ 的两个根，则

$$\boxed{x_1,x_2\text{是方程}ax^2+bx+c=0(a\neq 0)\text{的两根}}\rightleftharpoons\boxed{x_1+x_2=-\frac{b}{a},\ x_1\cdot x_2=\frac{c}{a}}.$$

韦达定理的扩展应用：

（1） $|x_1-x_2|=\sqrt{(x_1-x_2)^2}=\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}=\sqrt{\frac{b^2}{a^2}-\frac{4c}{a}}=\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{|a|}$.

（2） $x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=\frac{b^2-2ac}{a^2}$.

函数

		指数函数	对数函数
函数式		$y=a^x$（$a>0$，且$a\neq 1$）	$y=log_ax$（$a>0$，且$a\neq 1$）
定义域		R	（0，＋∞）
值域		（0，＋∞）	R
两者关系		$y=a^x$与$y=log_ax$互为反函数，两者图像关于$y=x$对称	
奇偶性		非奇非偶	
性质	①	$y>0$（图像在x轴上方）	$x>0$（图像在y轴右方）
	②	$a^0=1$[图像恒过（0，1）]	log_a1=0[图像恒过（1，0）]

指数函数的运算公式

$a^m\cdot a^n=a^{m+n}$.　　$a^m\div a^n=a^{m-n}$.　　$(a^m)^n=a^{mn}$.　　$(ab)^n=a^nb^n$.

$\left(\frac{b}{a}\right)^n=\frac{b^n}{a^n}$.　　$a^{\frac{n}{m}}=\sqrt[m]{a^n}$.　　$a^{-n}=\frac{1}{a^n}$.　　$a^0=1\ (a\neq 0)$.

对数函数的运算公式

$\log_a m+\log_a n=\log_a mn$.　　$\log_a m-\log_a n=\log_a\frac{m}{n}$.　　$\log_a m^n=n\log_a m$.

$\log_{a^m}b^n=\frac{n}{m}\log_a b$.　　$\log_a b=\frac{\log_c b}{\log_c a}$，一般 c 取 10 或 e.

数 列

等差数列

（1）通项公式： $a_n=a_1+(n-1)d$； $a_m=a_n+(m-n)d$.

（2）前 n 项和公式： $S_n=\frac{n(a_1+a_n)}{2}=na_1+\frac{n(n-1)}{2}d$.

（3）性质：① a，b，c 成等差数列→ b 是 a和c 的等差中项→ $2b=a+c$.

②若 m，n，p，$q\in Z^{+}$，$m+n=p+q$，则 $a_m+a_n=a_p+a_q$；若 $m+n=2p$，则 $a_m+a_n=2a_p$.

▶等比数列

（1）通项公式：$a_n=a_1q^{n-1}$；$a_m=a_nq^{m-n}$.

（2）前 n 项和公式：$S_n=\begin{cases} na_1 & q=1 \\ \dfrac{a_1(1-q^n)}{1-q}=\dfrac{a_1-a_nq}{1-q}=\dfrac{a_1-a_{n+1}}{1-q} & q\neq 1 \end{cases}$.

（3）性质：① a，b，c 成等比数列→ b 是 a和c 的等比中项→ $b^2=ac$.

②若 m，n，p，$q\in Z^{+}$，$m+n=p+q$，则 $a_m\cdot a_n=a_p\cdot a_q$；若 $m+n=2p$，则 $a_m\cdot a_n=a_p^2$.

▶均值不等式

$a,b\in R^{+}\Rightarrow a+b\geq 2\sqrt{ab}, ab\leq\left(\dfrac{a+b}{2}\right)^2$,当且仅当$a=b$时等号成立..

几 何

▶平面几何

▼三角形▼

（1）三角形的边和角

任意两边之和大于第三边，即 $a+b>c$；任意两边之差小于第三边，即 $a-b<c$.

三角形内角之和 180°，外角等于不相邻的两个内角之和.

直角三角形中，30° 角所对的边是斜边的一半，三边之比为 1∶$\sqrt{3}$∶2.

（2）面积公式：$S=\frac{1}{2}ah$.　　正弦定理：$S=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}ac\sin B$.

（3）三角形的性质：等腰三角形—三线合一.　等边三角形— $h=\frac{\sqrt{3}}{2}a$. $S=\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$.　直角三角形—勾股定理.

▼四边形▼

平行四边形：$S_{平行四边形}=底边\times高$.　　矩形：$C_{周长}=2\times(长+宽)$；$S_{面积}=长\times宽$.

正方形：$C_{周长}=4\times边长$；$S_{面积}=边长\times边长$.　　梯形：$S_{梯形}=(上底+下底)\times高\div 2$.

▼圆与扇形▼

圆：$C_{周长}=2\cdot\pi\cdot r$；$S_{圆}=\pi\cdot r^2$.　　扇形弧长：$l=\frac{\alpha^\circ}{360^\circ}\cdot 2\cdot\pi\cdot r$.　　扇形面积：$S_{扇形}=\frac{\alpha^\circ}{360^\circ}\cdot\pi\cdot r^2=\frac{1}{2}\cdot l\cdot r$.

▶解析几何

▼平面直角坐标系▼

两点距离公式：两点 $A(x_1,y_1)$与$B(x_2,y_2)$ 之间的距离 $d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$.

中点坐标公式：两点 $A(x_1,y_1)$与$B(x_2,y_2)$ 的中点坐标$\left(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2}\right)$.

点到直线的距离：点 $P(x_1,y_1)$ 到直线$Ax+By+C=0$ 的距离为d，则 $d=\frac{|Ax_1+By_1+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$.

▼圆的方程▼

圆的标准方程：$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$，其中 (a,b) 是圆心的坐标，r 是圆的半径.

数据分析

▶计数原理

▼分类加法计数原理：$N=m+n$▼

完成一件事有两类不同方案（两类不同方案中的方法互不相同），在第 1 类方案中有 m 种不同的方法，在第 2 类方案中有 n 种不同的方法，那么完成这件事共有 $N=m+n$ 种不同的方法.

▼分步乘法计数原理：$N=m\times n$▼

完成一件事需要两个步骤，做第 1 步有 m 种不同的方法，做第 2 步有 n 种不同的方法，那么完成这件事共有 $N=m\times n$ 种不同的方法.

▶排列组合

▼组合数题型▼

①分堆分配问题.　②分房问题.　③相同元素分配问题—隔板法.

④错位重排.　⑤成双配对问题.　⑥数矩形、数正方形、数线段交点.

▼排列数题型▼

①基本问题（先选再排）.　②某元素必须/不能处于某个位置（全选时）.

③捆绑法.　④插空法.　⑤定序问题.

▶概率

▼古典概型▼

对于古典概型，如果随机事件 A 包含的基本事件个数为 m，基本事件的总数为 n，则 $P(A)=\dfrac{A\text{包含的基本事件的个数}}{\text{基本事件的总数}}=\dfrac{m}{n}$.

（1）抽奖、尝试密码.　（2）不放回取球.　（3）取出后放回（分房模型）.　（4）至少和至多.

▼独立事件▼

（1）独立不重复：设 A，B 是两相互独立事件，则 $P(AB)=P(A)P(B)$.

（2）对立事件：要么事件 A 发生，要么事件 B 发生，$P(A)+P(B)=1$.

应用题

▼比例问题▼

（1）原值和现值的关系：现值＝原值×（1±变化率）；原值＝现值÷（1±变化率）.

（2）部分量和总量的关系：总量＝部分量÷部分量对应比例 $\xrightarrow{\text{变形}}$ 部分量＝总量×部分量对应比例.

▼行程问题▼

（1）基本公式：路程 S、速度 v、时间 t 之间的关系：$S=vt$，$t=\dfrac{S}{v}$，$v=\dfrac{S}{t}$.

（2）直线相遇：路程＝速度和×时间，$S_{\text{相遇}}=S_1+S_2=v_1t+v_2t=(v_1+v_2)\cdot t$.

（3）直线追及（$v_1>v_2$）：路程＝速度差×时间，$S_{\text{追及}}=S_1-S_2=v_1t-v_2t=(v_1-v_2)\cdot t$.

▼工程问题▼

利润＝售价－进价.　售价＝进价×（1＋利润率）＝进价＋利润

总销售额＝单个销售额×销量　$\text{利润率}=\dfrac{\text{利润}}{\text{进价}}\times100\%=\dfrac{\text{售价}-\text{进价}}{\text{进价}}\times100\%=\left(\dfrac{\text{售价}}{\text{进价}}-1\right)\times100\%$.

▼其他问题▼

浓度问题；利润问题；增长率问题；集合问题；杠杆原理（交叉比例法）；不定方程问题；分段计费问题；线性规划；最值问题；至多至少问题；植树问题；年龄问题；数列应用题.