第二节 立体几何

第四章　第二节立体几何

年度	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023
考频	2	1	2	1	2	1	1	0	1

第四章 第二节立体几何

一、长方体

二、柱体

三、球体

一、长方体

设3条相邻的棱边长是a, b, c

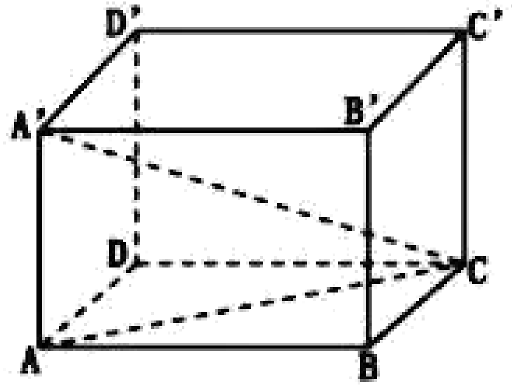
1.全面积： $F=2(ab+bc+ac)$

2.体积： $V=abc$

3.体对角线：$d=\sqrt{a^2+b^2+c^2}$

4.所有棱长和：$l=4(a+b+c)$

当$a=b=c$时的长方体称为正方体.



一、长方体

【例1】长方体的体对角线长为$\sqrt{14}$，全面积为 22，则长方体所有棱长之和为(　　)

(A) 22　(B) 24　(C) 26　(D) 28　(E) 32

一、长方体

【例1】长方体的体对角线长为$\sqrt{14}$，全面积为 22，则长方体所有棱长之和为(　B　)

(A) 22　　(B) 24　　(C) 26　　(D) 28　　(E) 32

【解析】设三条棱长分别为 a，b，c，则根据题意，$\begin{cases}a^2+b^2+c^2=14\\2ab+2bc+2ac=22\end{cases}$，所以$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ac\Rightarrow a+b+c=6$，从而棱长之和为 $4(a+b+c)=24$，选 B.

二.柱体

1.柱体的分类

圆柱：底面为圆的柱体称为圆柱.

棱柱：底面对多边形的柱体称为棱柱，底面为n边形的就称为n棱柱.

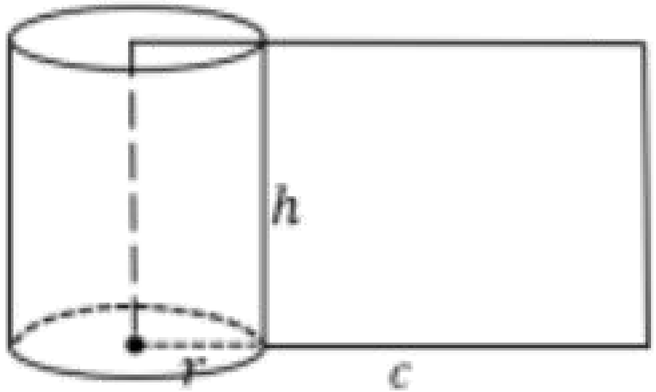
2.柱体的一般公式

无论是圆柱还是棱柱，侧面展开图均为矩形，其中一边长为底面的周长，另一边为柱体的高.

侧面积：$S=$底面周长×高（展开矩形的面积）.

体积：$V=$底面积×高.

二.柱体



3.对于圆柱的公式

体积：$V=\pi r^2h$

侧面积：$S=2\pi rh$（其侧面展开图为一个长为$2\pi r$，宽为h的长方形）

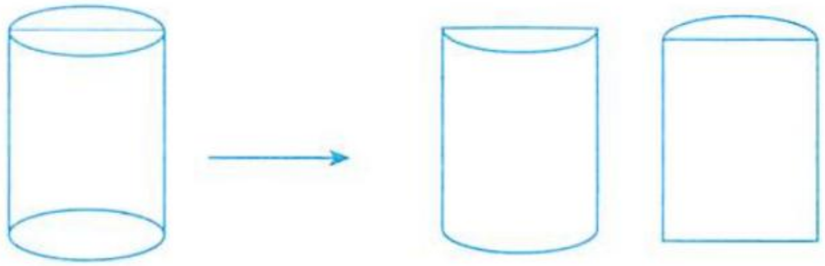
全面积：$S=2\pi rh+2\pi r^2$

当圆柱的高等于直径时，轴截面为正方形，此时称为等边圆柱

二、柱体

【例2】如图，已知圆柱体的高是 10，由底面圆心垂直切开，把圆柱分成相等的两半表面积增加了40，则圆柱体的体积为(　　). ($\pi=3$)

A.26　　B.28　　C.30　　D. 32　　E.36



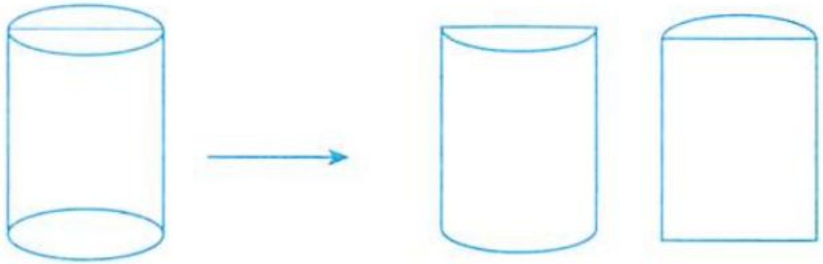
二、柱体

【例2】如图，已知圆柱体的高是 10，由底面圆心垂直切开，把圆柱分成相等的两半表面积增加了40，则圆柱体的体积为(C　). ($\pi=3$)

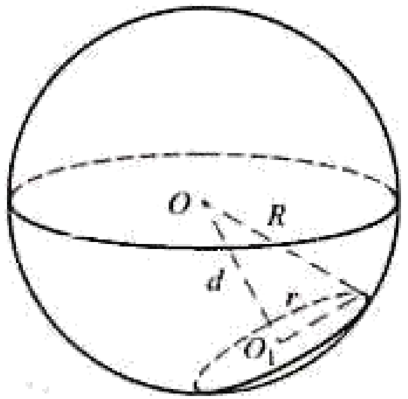
A.26　B.28　C.30　D. 32　E.36

【解析】圆柱切开后表面积增加的是两个长方形的纵切面，长方形的长等于圆柱体的高为 10，宽为圆柱底面的直径，设为 $2r$，则 $2r\times10\times2=40$，$r=1$.

圆柱体积为 $\pi\times1^2\times10=30$，选 C.



三.球体



1.相关概念

（1）球的截面

一个平面截球，平面与球面的交线是一个圆，当平面经过球心时，这个圆叫作球的大圆，当平面不过球心时，这个圆叫作球的小圆.

（2）球心和截面圆心的连线垂直于截面.

（3）球心到截面的距离d与球半径R 及截面圆半径r的关系

$$R^2 = d^2 + r^2$$

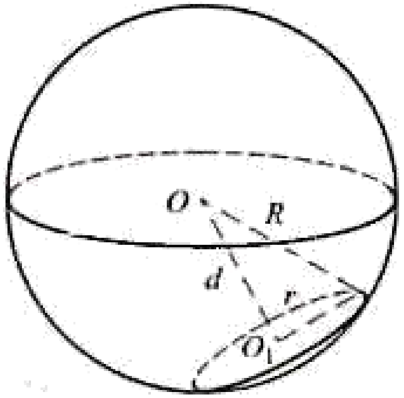
三.球体

1.相关概念

（4）球面距离：球面上两点间的球面距离是指经过这两点的大圆在这两点间的一段劣弧的长度.

（5）几何体的外接球：几何体的顶点都在球面上

（6）几何体的内切球：球与几何体的各个面都相切



三.球体

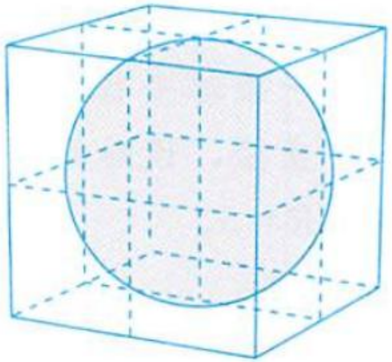
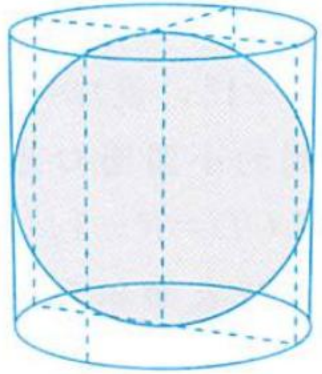
2.公式

$$S_{球面}=4\pi R^2$$

$$V_{球}=\frac{4}{3}\pi R^3$$

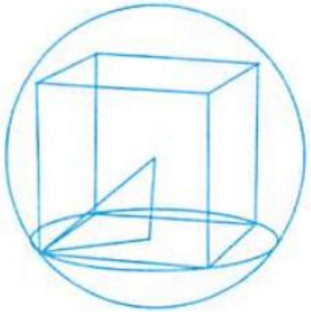
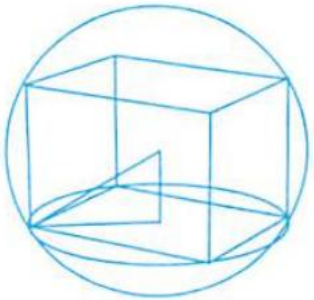
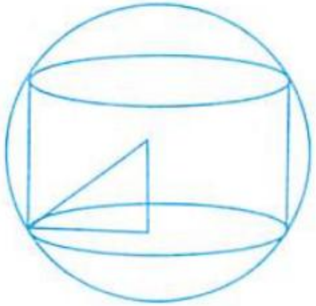
三.球体

3.内切球

内切球（半径为 R）		
	边长为 a 的正方体：$R=\frac{a}{2}$	等边圆柱（底面半径为 r）：$R=r$

三.球体

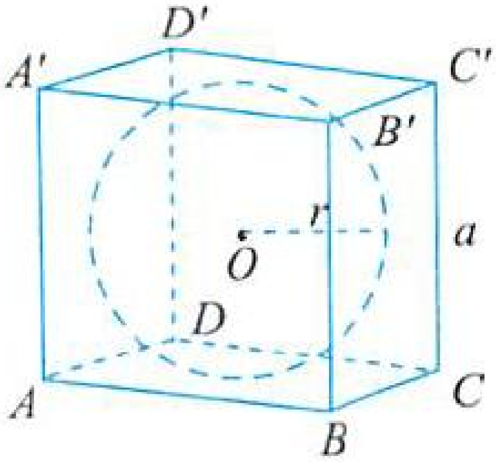
4.外接球

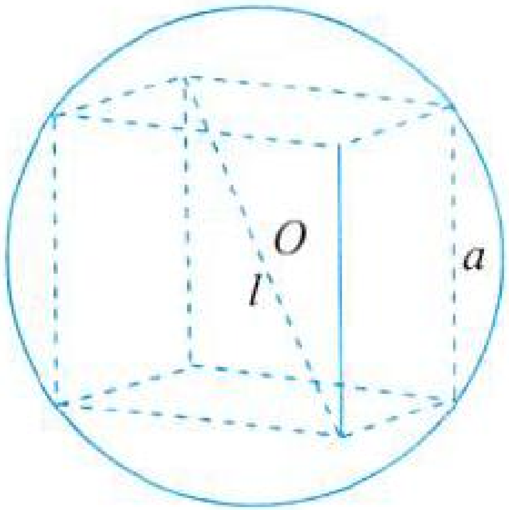
外接球（半径为R）				
	正方体 （边长为a）	长方体 （三边长分别为a，b，c）	圆柱 （底面半径为r，高为h）	正三棱柱 （边长为a，高为h）
	$R=\frac{\sqrt{3}a}{2}$	$R=\frac{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}{2}$	$(2R)^2=(2r)^2+h^2$	$R^2=\left(\frac{\sqrt{3}a}{3}\right)^2+\left(\frac{h}{2}\right)^2$

三.球体

4.外接球

以正方体为例：





三.球体

【例3】长方体的各顶点均在同一球的球面上，且一个顶点上的三条面对角线的长分别为 2，$\sqrt{2}$，$\sqrt{3}$，则此球的表面积为(　　)

A.8π　　B.10π　　C.12π　　D. $\frac{9}{2}\pi$　　E.16π

三.球体

【例3】长方体的各顶点均在同一球的球面上，且一个顶点上的三条面对角线的长分别为 2，$\sqrt{2}$，$\sqrt{3}$，则此球的表面积为(　D　)

A.8π　　B.10π　　C.12π　　D.$\frac{9}{2}\pi$　　E.16π

【解析】由题，设长方体三条棱长分别为 a，b，c，则有 $a^2+b^2=4$，$b^2+c^2=2$，$c^2+a^2=3$.

长方体外接球直径长等于长方体体对角线长，即 $2R=\sqrt{a^2+b^2+c^2}=\sqrt{\frac{9}{2}}$，

由 $S=4\pi R^2=\frac{9}{2}\pi$，选 D.