全国硕士研究生招生考试

管综数学

主讲:媛媛老师

邮箱:family7662@dingtalk.com

师大课堂
SHI DA KE TANG

第三章　数列

第三章 数列

- 第一节 数列
- 第二节 等差数列
- 第三节 等比数列
- 第四节 数列的综合应用

第一节　数列

第三章 第一节数列

师大课堂
SHI DA KE TANG

- 一、数列的定义
- 二、通项公式
- 三、数列的前n项和
- 四、通项与前n项和的关系

一、数列的定义

1.定义

按一定次序排列的一列数称为数列.

一般形式：$a_1,a_2,a_3,\cdots,a_n,\cdots$; 简记为$\{a_n\}$.

✓ 没有a_0

✓ n为正整数，可理解为以正整数集（或它的有限子集）为定义域的函数，运用函数的观念分析和解决有关数列问题.

✓ 递推是数列特有的表示法，它更能反映数列的特征.

一、数列的定义

2.分类

（1）按项分类

有穷数列（项数有限）；无穷数列（项数无限）

（2）按a_n的增减性分类

递增数列（$a_n > a_{n-1}$）；递减数列（$a_n > a_{n-1}$）

（3）其他分类

摆动数列（例：-1，1，-1，1，...）

常数数列（例：6，6，6，...）

二、通项公式

$a_n = f(n)$（第n项与项数n之间的函数关系）.

注意：并非每一个数列都可以写出通项公式；有些数列的通项公式也并非是唯一的.

例如：（1）1，2，3，4，5，6，5，4，3，6，8⋯无规律

（2）1，2，3，4，5，6，7，8⋯

$a_n = n \quad a_n = \frac{n^2}{n}$

三、数列的前n项和

数列的前n项和记为$S_n=a_1+a_2+a_3+\cdots a_n$

（1）$S_1=a_1$

$S_2=a_1+a_2$

（2）当$n\geq 2$时，$S_{n-1}=a_1+a_2+a_3+\cdots a_{n-1}$

$\Rightarrow S_n-S_{n-1}=a_n$

四、a_n与S_n的关系

1.已知a_n，求S_n.

公式：$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots a_n = \sum_{i=1}^{n} a_i$

对通项公式裂项，进而采用相消求和法.

实质：分解，重新组合，消去一些项，再求和

四、a_n与S_n的关系

1.已知a_n，求S_n.

（1）分式

$$a_n = \frac{1}{n(n+1)}$$

$$a_n = \frac{1}{n(n+k)}$$

四、a_n与S_n的关系

1.已知a_n，求S_n.

（1）分式

例：$a_n = \frac{1}{n(n+1)}$，则$S_{100} = ?$

四.a_n与S_n的关系

1.已知a_n，求S_n.

（2）根式

$$a_n=\frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}$$

$$a_n=\frac{1}{\sqrt{n+k}+\sqrt{n}}$$

四、a_n与S_n的关系

1.已知a_n，求S_n.

（2）根式

例：$a_n=\frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}$，若前$n$项和为$14$，则$n=$ ？

四、a_n与S_n的关系

1.已知a_n，求S_n.

（3）阶乘：$n! = 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times n$ =数

$$a_n = n \cdot n!$$

$$a_n = \frac{n}{(n+1)!}$$

四、a_n与S_n的关系

2.已知S_n，求a_n.

公式：$$a_n=\begin{cases}a_1=S_1 & n=1\\ S_n-S_{n-1} & n\geq 2\end{cases}$$

四、a_n与S_n的关系

2.已知S_n，求a_n.

例：已知数列$\{a_n\}$的前n项和$S_n = n^3+2$，则$a_5 = ?$ $a_n = ?$

四、a_n与S_n的关系

2.已知S_n，求a_n.

例：已知数列$\{a_n\}$的前n项和$log_2(S_n+1)=n+1$，则$a_5+a_6+a_7+a_8=?$