全国硕士研究生招生考试

管综数学极简模式

裂项相消求和

主讲人:夏天老师

裂项相消求和★

裂项相消：$\frac{1}{n(n+k)}=\frac{1}{k}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+k}\right)$

留头留尾

$$\frac{1}{2\times 3}+\frac{1}{3\times 4}+\frac{1}{4\times 5}+\cdots\frac{1}{9\times 10}=$$

裂项相消求和

1.已知$a=1,b=2$，那么代数式$\frac{1}{ab}+\frac{1}{(a+1)(b+1)}+\frac{1}{(a+2)(b+2)}+\cdots+\frac{1}{(a+2016)(b+2016)}=$【 】

A.$\frac{2013}{2014}$　　B.$\frac{2014}{2015}$　　C.$\frac{2015}{2016}$　　D.$\frac{2016}{2017}$　　E.$\frac{2017}{2018}$

裂项相消求和

1.已知$a=1,b=2$，那么代数式$\frac{1}{ab}+\frac{1}{(a+1)(b+1)}+\frac{1}{(a+2)(b+2)}+\cdots+\frac{1}{(a+2016)(b+2016)}=$【E】

$\frac{1}{1\times2}+\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{3\times4}+\cdots\frac{1}{(1+2016)(2+2016)}$

A.$\frac{2013}{2014}$　B.$\frac{2014}{2015}$　C.$\frac{2015}{2016}$　D.$\frac{2016}{2017}$　E.$\frac{2017}{2018}$

$\frac{1}{1\times2}+\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{3\times4}+\cdots\frac{1}{2016\times2017}+\frac{1}{2017\times2018}$

$=1-\cancel{\frac{1}{2}}+\cancel{\frac{1}{2}}-\cancel{\frac{1}{3}}+\cancel{\frac{1}{3}}-\cancel{\frac{1}{4}}+\cdots+\frac{1}{2016}-\cancel{\frac{1}{2017}}+\cancel{\frac{1}{2017}}-\frac{1}{2018}$

$=1-\frac{1}{2018}=\frac{2018-1}{2018}=\frac{2017}{2018}$

裂项相消求和

2.(2013)已知 $f(x)=\frac{1}{(x+1)(x+2)}+\frac{1}{(x+2)(x+3)}+\cdots\frac{1}{(x+9)(x+10)}$ 则 $f(8)=$【 】

A.$\frac{1}{9}$　　B.$\frac{1}{10}$

C.$\frac{1}{16}$　　D.$\frac{1}{17}$

E.$\frac{1}{18}$

裂项相消求和

2.(2013)已知 $f(x)=\frac{1}{(x+1)(x+2)}+\frac{1}{(x+2)(x+3)}+\cdots\frac{1}{(x+9)(x+10)}$，则$f(8)=$【E】

A.$\frac{1}{9}$　　B.$\frac{1}{10}$

C.$\frac{1}{16}$　　D.$\frac{1}{17}$

E.$\frac{1}{18}$

当$x=8$时

$f(8)=\frac{1}{(8+1)(8+2)}+\frac{1}{(8+2)(8+3)}+\cdots\frac{1}{(8+9)(8+10)}$

$=\frac{1}{9\times10}+\frac{1}{10\times11}+\cdots+\frac{1}{17\times18}$

$=\frac{1}{9}-\frac{1}{10}+\frac{1}{10}-\frac{1}{11}+\cdots+\frac{1}{16}-\frac{1}{17}+\frac{1}{17}-\frac{1}{18}$

$=\frac{1}{9}-\frac{1}{18}$

$=\frac{1}{18}$

留头留尾$=\frac{1}{9}-\frac{1}{18}=\frac{1}{18}$，故选E