师大课堂
SHI DA KE TANG

基础必修—管综（数学）

等 比 数 列

主讲老师：媛媛老师

邮箱：family7662@dingtalk.com

等差数列

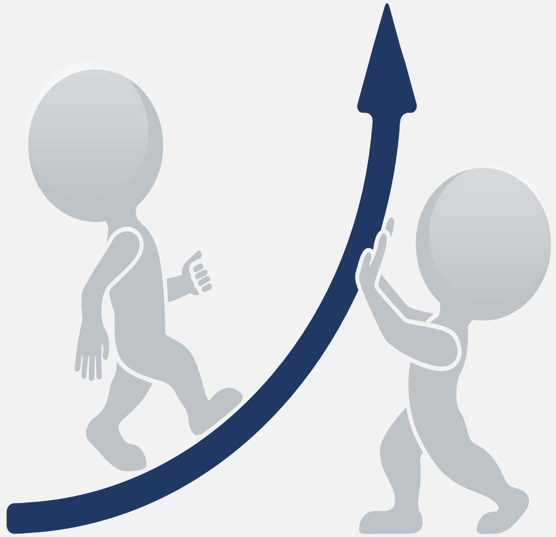
目录

Contents

等比数列

重要性质

数列综合应用



一、 等比数列

等比数列

1.定义

如果在数列$\{a_n\}$中 ，$\frac{a_{n+1}}{a_n}=q$（常数）$(n\in N_+)$，则称数列$\{a_n\}$ 为等比数列，q为公比.

等比数列中任何一个元素都不能为0，公比也不能为0.

等比数列

2.通项

$$a_n = a_1 q^{n-1} = a_k q^{n-k} = \frac{a_1}{q} q^n$$

若已知两个元素，要会求公比 $\frac{a_n}{a_m} = q^{n-m}$

练习

1.若等比数列$\{a_n\}$中，公比为3，$a_4=9$，则$a_1=$【 】.

A.27

B.$\frac{1}{9}$

C.$\frac{1}{3}$

D.$-\frac{1}{9}$

E. 3

练习

1.若等比数列$\{a_n\}$中，公比为3，$a_4=9$，则$a_1=$【$\boldsymbol{C}$】.

A.27

B.$\frac{1}{9}$

C.$\frac{1}{3}$

D.$-\frac{1}{9}$

E. 3

【解析】因为等比数列中公比q为3，$a_4=9$，则$a_4=a_1\cdot q^3=9\Longrightarrow$

$a_1\cdot \mathbf{3^3}=a_1\cdot \mathbf{27}=\mathbf{9}\Longrightarrow a_1=\frac{1}{3}$

练习

2.设$\{a_n\}$是等比数列，且$a_1+a_2+a_3=1$，$a_2+a_3+a_4=2$，则$a_6+a_7+a_8=$【　】.

A.12

B. 24

C.30

D.32

E. 36

练习

2.设$\{a_n\}$是等比数列，且$a_1+a_2+a_3=1$，$a_2+a_3+a_4=2$，则$a_6+a_7+a_8=$【 ***D*** 】.

A.12

B. 24

C.30

D.32

E. 36

【解析】等比数列$\{a_n\}$的公比为q，则$a_2+a_3+a_4=q(a_1+a_2+a_3)$. 因为$a_1+a_2+a_3=1$，$a_2+a_3+a_4=2$，所以$q=2$.那么$a_6+a_7+a_8=q^5(a_1+a_2+a_3)=32$.故选$D$.

等比数列

3.前n项和S_n

$$S_n=\begin{cases} na_1 & q=1 \\ \dfrac{a_1(1-q^n)}{1-q}=\dfrac{a_1-a_nq}{1-q}=\dfrac{a_1-a_{n+1}}{1-q} & q\neq 1 \end{cases}$$

练习

3.已知等比数列 $\{a_n\}$，$q > 0$，$a_1 = 3$，$a_3 = 12$，$S_6 =$ 【 】.

A.160

B. 176

C.89

D.135

E. 189

练习

3.已知等比数列$\{a_n\}$，$q>0$，$a_1=3$，$a_3=12$，$S_6=$【 $\boldsymbol{E}$ 】.

A.160

B. 176

C.89

D.135

E. 189

【解析】已知等比数列中$a_1=3$，$a_3=12$，则$a_3=a_1q^2=3\times q^2=12\Rightarrow q^2=4$，$\because q>0\therefore q=2\Rightarrow S_6=\frac{3\times(1-2^6)}{1-2}=3\times(64-1)=189$，故选E.

练习

4.我国古代数学名著《算法统宗》中有如下问题：“远看巍巍塔七层，红光点点倍加增，共灯三百八十一，请问尖头几盏灯？”意思是：一座7层塔共挂了381盏灯，且相邻两层中的下一层灯数是上一层灯数的2倍，则塔的顶层共有灯多少盏？【　】

A.1

B.3

C.5

D.7

E.9

练习

4.我国古代数学名著《算法统宗》中有如下问题："远看巍巍塔七层，红光点点倍加增，共灯三百八十一，请问尖头几盏灯？"意思是：一座7层塔共挂了381盏灯，且相邻两层中的下一层灯数是上一层灯数的2倍，则塔的顶层共有灯多少盏？【 **B** 】

A.1

B.3

C.5

D.7

E.9

【解析】设塔顶有a_1盏灯，由题意$\{a_n\}$是公比为2的等比数列，则可得：

$S_7=\frac{a_1(1-2^7)}{1-2}=381$，解得$a_1=3$. 故选B.

二、 重要性质

重要性质

1. 脚标（下标）和公式

若$m+n=c+d$，则$a_m \cdot a_n = a_c \cdot a_d$

练习

5.等比数列$\{a_n\}$中，若a_3a_4=10，则$a_1a_6+a_2a_5$=【　】

A.100

B.40

C.10

D.20

E.50

练习

5.等比数列$\{a_n\}$中，若a_3a_4=10，则$a_1a_6+a_2a_5$=【 **D** 】

A.100

B.40

C.10

D.20

E.50

【解析】因为3+4=1+6=2+5, 根据下标和相等公式得a_3a_4=$a_1a_6=a_2a_5$，所以$a_1a_6+a_2a_5=2a_3a_4=2\times10=20$

练习

6.已知等比数列$\{a_n\}$满足$a_1=\frac{1}{4}$，$a_3a_5=4(a_4-1)$，则$a_2=$【　】

A.2

B.1

C.$\dfrac{1}{2}$

D.$\dfrac{1}{4}$

E.$\dfrac{1}{8}$

练习

6.已知等比数列$\{a_n\}$满足$a_1=\frac{1}{4}$，$a_3a_5=4(a_4-1)$，则$a_2=$【C】

A.2

B.1

C.$\frac{1}{2}$

D.$\frac{1}{4}$

E.$\frac{1}{8}$

【解析】$a_3a_5=a_4a_4=4(a_4-1)$，所以$a_4=2$，$q^3=\frac{a_4}{a_1}=8$，$q=2$，

则$a_2=a_1q=\frac{1}{2}$.故选C.

练习

7.已知递增的等比数列$\{a_n\}$中，$a_2a_6 = 8a_4$，$a_1 + a_7 = 65$，则$q =$【 】

A.$\frac{1}{2}$

B.2

C.1

D.-2

E.$-\frac{1}{2}$

练习

7.已知递增的等比数列$\{a_n\}$中，$a_2a_6=8a_4$，$a_1+a_7=65$，则$q=$【 B 】

A.$\frac{1}{2}$

B.2

C.1

D.-2

E.$-\frac{1}{2}$

【解析】因为$a_2a_6=8a_4 \Longrightarrow a_4^2=8a_4 \Longrightarrow a_4=8$

$\Longrightarrow a_1a_7=a_2a_6=8a_4=64$，又因为$a_1+a_7=65$，且为递增的等比数列，所以$\begin{cases} a_1=1 \\ a_7=64 \end{cases}$，$a_7=a_1q^6 \Rightarrow q^6=64 \Rightarrow q=2$，故选B.

重要性质

2.若S_n为等比数列的前n项和，则S_n，$S_{2n}-S_n$，$S_{3n}-S_{2n}$，…仍为等比数列，其公比q^n.

练习

8.等比数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，已知$S_n=36$，$S_{2n}=54$，则S_{3n}的值为【　】

A.63

B.68

C.76

D.89

E.92

练习

8.等比数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，已知$S_n=36$，$S_{2n}=54$，则S_{3n}的值为【**A**】

A.63

B.68

C.76

D.89

E.92

【解析】对于等比数列，S_n，$S_{2n}-S_n$，$S_{3n}-S_{2n}$仍为等比数列，其中$S_{2n}-S_n=54-36=18$，即36，18，$S_{3n}-S_{2n}$成等比数列，公比为$\frac{18}{36}=\frac{1}{2}$，所以$S_{3n}-S_{2n}=18\times\frac{1}{2}=9$，则$S_{3n}=9+54=63$，故选A.

练习

9.等比数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，已知$S_{10}=10$，$S_{20}=30$，则$S_{40}=$【　】

A.270

B.150

C.80

D.70

E.50

练习

9.等比数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，已知$S_{10}=10$，$S_{20}=30$，则$S_{40}=$【 **B** 】

A.270

B.150

C.80

D.70

E.50

【解析】对于等比数列，S_{10}，$S_{20}-S_{10}$，$S_{30}-S_{20}$，$S_{40}-S_{30}$仍为等比数列，其中$S_{20}-S_{10}=20$，则公比为$\frac{20}{10}=2$，则$S_{30}-S_{20}=20\times 2=40$，$S_{40}-S_{30}=40\times 2=80$，所以$S_{30}=40+S_{20}=40+30=70$，$S_{40}=80+S_{30}=80+70=150$. 故选B.

三、　其他数列

其他数列

1.累加法

形如：$a_{n+1} = a_n + f(n)$

做法：写出若干项，然后将各项相加.

练习

10.已知数列$\{a_n\}$，$a_1=1$，$a_{n+1}-a_n=n$，则$a_{100}=$【　】

A.100

B.4950

C.99

D.5001

E.4951

练习

10.已知数列$\{a_n\}$，$a_1=1$，$a_{n+1}-a_n=n$，则$a_{100}=$【 **E** 】

A.100

B.4950

C.99

D.5001

E.4951

【解析】因为$a_{n+1}-a_n=n$,

$a_2-a_1=2-1=1$，

$a_3-a_2=3-1=2$，

$\vdots$

$a_{n-1}-a_{n-2}=n-1-1=n-2$，

$a_n-a_{n-1}=n-1$，

两边累加得$a_n-a_1=\frac{(n-1)(1+n-1)}{2}\Rightarrow a_n=\frac{n(n-1)}{2}+1=4951$.故选E.

练习

11.已知数列$\{a_n\}$，$a_1=1$，$a_n-a_{n-1}=2^{n-1}$，则$a_{99}=$【 】

A.2^{99}

B.$2^{99}-3$

C.$2^{99}-1$

D.$2^{100}+3$

E.$2^{99}+1$

练习

11.已知数列$\{a_n\}$，$a_1=1$，$a_n-a_{n-1}=2^{n-1}$，则$a_{99}=$【 C 】

A.2^{99}

B.$2^{99}-3$

C.$2^{99}-1$

D.$2^{100}+3$

E.$2^{99}+1$

【解析】因为$a_n-a_{n-1}=2^{n-1}$,

$$a_2-a_1=2,$$
$$a_3-a_2=2^2$$
$$\vdots$$
$$a_{n-1}-a_{n-2}=2^{n-2}$$
$$a_n-a_{n-1}=2^{n-1}$$

两边累加得$a_n-a_1=\frac{2(1-2^{n-1})}{1-2}\Rightarrow a_n=2^n-1=2^{99}-1$,故选C.

其他数列

2.累乘法

形如：$\frac{a_{n+1}}{a_n} = f(n)$

做法：写出若干项，然后将各项相乘.

练习

12.已知数列$\{a_n\}$，$a_1=1$，$a_n=\frac{n-1}{n}a_{n-1}$，求$a_{2023}=$【 】

A.$\frac{1}{2023}$

B.2023

C.2024

D.$\frac{1}{2024}$

E.$\frac{1}{2022}$

练习

12.已知数列$\{a_n\}$，$a_1=1$，$a_n=\frac{n-1}{n}a_{n-1}$，求$a_{2023}=$【 A 】

A.$\frac{1}{2023}$

B.2023

C.2024

D.$\frac{1}{2024}$

E.$\frac{1}{2022}$

【解析】因为$a_n=\frac{n-1}{n}a_{n-1}\Rightarrow\frac{a_n}{a_{n-1}}=\frac{n-1}{n}$,

$\frac{a_2}{a_1}=\frac{1}{2},\frac{a_3}{a_2}=\frac{2}{3},\frac{a_4}{a_3}=\frac{3}{4}\cdots$

$$\frac{a_2}{a_1}\times\frac{a_3}{a_2}\times\frac{a_4}{a_3}\times\frac{a_5}{a_4}\times\cdots\times\frac{a_{n-1}}{a_{n-2}}\times\frac{a_n}{a_{n-1}}=\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}\times\cdots\frac{n-2}{n-1}\times\frac{n-1}{n}$$

所以$\frac{a_n}{a_1}=\frac{1}{n},a_n=\frac{1}{n}\Rightarrow a_{2023}=\frac{1}{2023}$,故选A.

练习

13.已知数列$\{a_n\}$满足$a_1 = 1$，$a_n = n(a_{n+1} - a_n)$，则$a_{100} =$【 】

A.101

B.$\frac{1}{100}$

C.100

D.99

E.$\frac{1}{101}$

练习

13.已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=1$，$a_n=n(a_{n+1}-a_n)$，则$a_{100}=$【C】

A.101

B.$\frac{1}{100}$

C.100

D.99

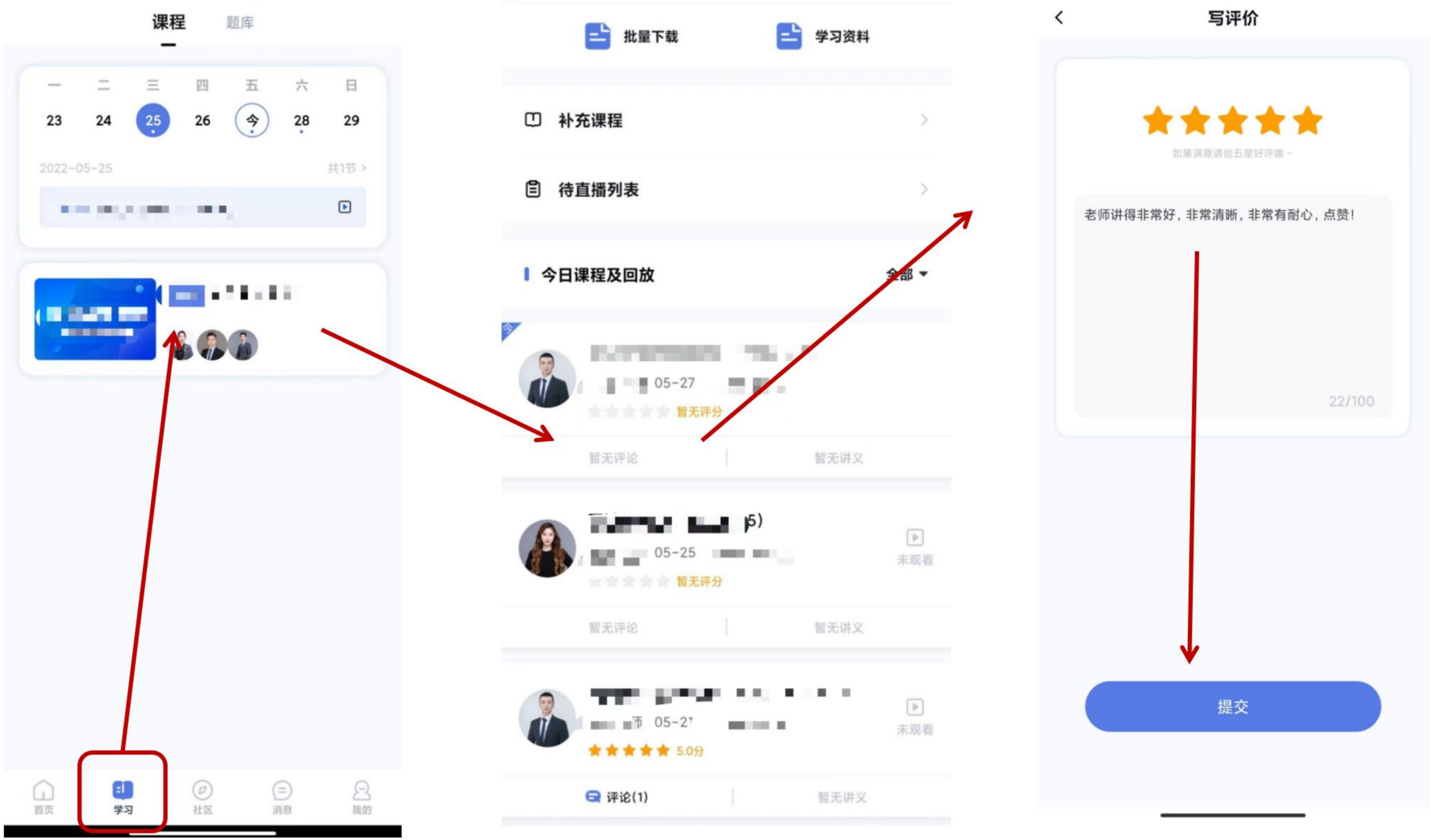
E.$\frac{1}{101}$

【解析】因为$a_n=n(a_{n+1}-a_n)\Rightarrow\frac{a_{n+1}}{a_n}=\frac{n+1}{n}$,

$\frac{a_2}{a_1}=\frac{2}{1},\frac{a_3}{a_2}=\frac{3}{2},\frac{a_4}{a_3}=\frac{4}{3}\cdots$

$\frac{a_2}{a_1}\times\frac{a_3}{a_2}\times\frac{a_4}{a_3}\times\frac{a_5}{a_4}\times\cdots\times\frac{a_{n-1}}{a_{n-2}}\times\frac{a_n}{a_{n-1}}=\frac{2}{1}\times\frac{3}{2}\times\frac{4}{3}\times\cdots\frac{n-1}{n-2}\times\frac{n}{n-1}$,

所以$\frac{a_n}{a_1}=\frac{n}{1}$, $a_n=n\Longrightarrow a_{100}=100$, 故选C.



学习→点击课程→点击评价(5星好评)→提交评价

感谢您的观看

主讲老师： 媛媛老师

邮箱：family7662@dingtalk.com