



# 全国硕士研究生招生考试

## 管综数学极简模式

---

### $S_n$ 的最值问题

主讲人:夏天老师

# 等差数列 · $S_n$ 的最值问题★

## $S_n$ 的最值问题

前 $n$ 项和：抽象为不含常数项的二次函数  $ax^2 + bx$ ,

$$S_n = \frac{d}{2}n^2 + (a_1 - \frac{d}{2})n$$

方法：(1) 对称轴  $n = -\frac{b}{2a} = \frac{1}{2} - \frac{a_1}{d}$

(2) 令  $a_n = 0$ , 求出 $n$ , 若 $n$ 为整数, 则在  $S_n$  和  $S_{n-1}$  处同时取得最值,  
若 $n$ 为小数, 则取 $n$ 的整数部分 $m$ , 在  $S_m$  处取得最值

## 等差数列 · $S_n$ 的最值问题

1. (2020) 若等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=8$ , 且  
 $a_2+a_4=a_1$ , 则 $\{a_n\}$ 前 $n$ 项和的最大值为 【 】

A.16

B.17

C.18

D.19

E.20

## 等差数列 · $S_n$ 的最值问题



1. (2020) 若等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=8$ , 且 $a_2+a_4=a_1$ , 则 $\{a_n\}$ 前 $n$ 项和的最大值为 【 E 】

A.16

B.17

C.18

D.19

E.20

$$a_1=8, a_2+a_4=a_1$$

$$\text{则 } a_2+a_4=a_1=8$$

$$a_1+d+a_1+3d=8$$

$$8+8+4d=8$$

$$\Rightarrow 4d=-8 \Rightarrow d=-2$$

$d=-2<0$ , 等差数列 为 递减数列

$$\text{法① 对称轴} = \frac{1}{2} - \frac{a_1}{d} = \frac{1}{2} - \frac{8}{-2} = \frac{9}{2}$$

∴ 在第4项和第5项求得最值

$$\therefore S_4 = 4 \times 8 + \frac{4(4-1)}{2} \times (-2) = 20$$



$$\text{法② } a_n = a_1 + (n-1)d = 8 + (n-1) \times (-2) = 10 - 2n$$

令  $a_n=0$ , 则  $10-2n=0 \Rightarrow n=5$ . 则 在第4项和第5项求得最值.  $S_4=20$ .

## 等差数列 · $S_n$ 的最值问题

2.(2015)已知 $\{a_n\}$ 是公差大于零的等差数列,  $S_n$ 是 $\{a_n\}$

的前 $n$ 项和, 则  $S_n \geq S_{10} (n = 1, 2 \cdots)$  【 】

(1)  $a_{10} = 0$

(2)  $a_{11} \cdot a_{10} < 0$

# 等差数列 · $S_n$ 的最值问题

2.(2015)已知 $\{a_n\}$ 是公差大于零的等差数列,  $S_n$ 是 $\{a_n\}$

的前 $n$ 项和, 则  $S_n \geq S_{10} (n = 1, 2, \dots)$  【 D 】

(1)  $a_{10} = 0$

(2)  $a_{11} \cdot a_{10} < 0$

$\{a_n\}$  公差大于零  $\Rightarrow$  递增数列

则  $S_n \geq S_{10} \Rightarrow$  在第10项取最小值

条件(1)  $a_{10} = 0 \Rightarrow$  前9项都为负数

$S_{10} = S_9 \Rightarrow$  前10项和为最小值, 故充分

条件(2),  $a_{11} \cdot a_{10} < 0 \Rightarrow a_{11}$  和  $a_{10}$  一正一负  
 $\{a_n\}$  递增, 则  $a_{11} > a_{10}$ ,  $\therefore a_{11}$  为正,  $a_{10}$  为负  
 $\Rightarrow$  前10项都为负,  $S_{10}$  为最小值, 故充分

选D