



# 全国硕士研究生招生考试

## 管综数学极简模式

---

## 判别式

主讲人:夏天老师

# 函数方程 · 判别式★

判别式:  $\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta > 0$ , 有两个不等实根

$\Delta = 0$ , 有两个相等实根

$\Delta < 0$ , 无实根.

求根公式:  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

(直线与抛物线相交有2个交点)

(相切有1个交点)

(相离无交点)

## 函数方程 · 判别式

1.(2012)一元二次方程 $x^2 + bx + 1 = 0$ 有两个不同实根. 【 】

(1)  $b < -2$ .

(2)  $b > 2$ .

## 函数方程 · 判别式

1.(2012)一元二次方程 $x^2 + bx + 1 = 0$ 有两个不同实根. 【D】

(1)  $b < -2$ .

(2)  $b > 2$ .

两个不同实根  $\Rightarrow \Delta > 0$

$$\Delta = b^2 - 4ac = b^2 - 4 \times 1 \times 1 = b^2 - 4 > 0$$

$$\Rightarrow (b-2)(b+2) > 0 \text{ [平方差公式]}$$

$$b < -2 \text{ 或 } b > 2$$

条件(1)  $b < -2 \Rightarrow \Delta > 0$ . 充分

条件(2)  $b > 2 \Rightarrow \Delta > 0$  充分

故选 D

## 函数方程 · 判别式

2.(2017)直线 $y = ax + b$ 与抛物线 $y = x^2$ 有两个交点. 【 】

(1)  $a^2 > 4b$

(2)  $b > 0$

## 函数方程 · 判别式



2.(2017)直线 $y = ax + b$ 与抛物线 $y = x^2$ 有两个交点. 【B】

(1)  $a^2 > 4b$

(2)  $b > 0$

有两个交点,  $\Rightarrow \Delta > 0$

$$\begin{cases} y = ax + b \\ y = x^2 \end{cases} \Rightarrow ax + b = x^2 \text{ 时 } \Delta > 0$$

$$\Rightarrow x^2 - ax - b = 0$$

$$\begin{aligned} \Delta &= b^2 - 4ac = (-a)^2 - 4 \times 1 \times (-b) \\ &= a^2 + 4b > 0 \\ a^2 &> -4b \end{aligned}$$

条件(1)  $a^2 > 4b \Rightarrow a^2 > -4b$  ( $b$  正负未知)

条件(2)  $b > 0, \Delta = a^2 + 4b \underset{\geq 0}{\overset{> 0}{> 0}}$

故条件(2)充分, 故选 B.

## 函数方程 · 判别式

3.(2019)关于 $x$ 的方程 $x^2 + ax + b - 1 = 0$ 有实根. 【 】

(1)  $a + b = 0$ .

(2)  $a - b = 0$ .

## 函数方程 · 判别式

3.(2019)关于 $x$ 的方程 $x^2 + ax + b - 1 = 0$ 有实根. 【D】

(1)  $a + b = 0$ .

有实根  $\Rightarrow \Delta \geq 0$

$$\Delta = b^2 - 4ac = a^2 - 4 \times 1 \times (b-1) = a^2 - 4(b-1) \geq 0$$

(2)  $a - b = 0$ .

条件(1)  $a + b = 0 \Rightarrow a = -b$

$$\therefore \Delta = a^2 - 4(b-1) = b^2 - 4b + 4 = (b-2)^2 \geq 0 \Rightarrow \text{有实根}$$

故充分

条件(2)  $a - b = 0 \Rightarrow a = b$

$$\Delta = a^2 - 4(b-1) = b^2 - 4b + 4 = (b-2)^2 \geq 0 \Rightarrow \text{有实根}$$

故条件(2)也充分. 选D