

第二节 分式及其运算



第二章 第二节分式及其运算

一、分式的概念

二、分式的性质

三、分式的运算

四、最简分式



一、分式的概念

分式： $\frac{A}{B}$

其中 A, B 表示两个整式， B 中包含字母且 $B \neq 0$

$$\frac{3x + 1}{2}$$

$$\frac{x + 1}{2x}$$



二、分式的性质

1. 性质

分式的分子与分母都乘以（或除以）同一个不为零的整式，分式的值不变.

$$\frac{A}{B} = \frac{AM}{BM}$$

$$\frac{A}{B} = \frac{A \div M}{B \div M}, \text{其中 } M \text{ 为不等于零的整式}$$



二、分式的性质

2.应用

(1) 符号法则

分子、分母与分式本身的符号，改变其中任何两个，分式的值不变.

$$\frac{A}{B} = \frac{-A}{-B}, \frac{-A}{B} = \frac{A}{-B} = -\frac{A}{B}$$

(2) 约分：约去分式的分子与分母的所有公因式

(3) 通分：把几个异分母的分式分别化成与原本的分式相等的同分母的分式



三.分式的运算(分母均不为0)

1.加减法则

$$(1) \text{ 同分母 : } \frac{A}{C} \pm \frac{B}{C} = \frac{A \pm B}{C}$$

$$(2) \text{ 异分母 : } \frac{A}{C} \pm \frac{B}{D} = \frac{AD \pm BC}{CD}$$

$$2. \text{乘法法则 : } \frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} = \frac{AC}{BD}$$

$$3. \text{除法法则 : } \frac{A}{B} \div \frac{C}{D} = \frac{A}{B} \cdot \frac{D}{C} = \frac{AD}{BC}$$



三.分式的运算(分母均不为0)

4.乘方法则： $\left(\frac{A}{B}\right)^n = \frac{A^n}{B^n}$

5.繁分式（分子或分母至少有一个是分式）

（1）可以利用除法法则进行运算

（2）可以用分式的基本性质化简繁分式

$$\frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}{1 - \frac{1}{ab}}$$



三.分式的运算(分母均不为0)

6.裂项运算

$$(1) \frac{1}{n(n+k)} = \frac{1}{k} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+k} \right)$$

$$(2) \frac{1}{x(x+1)(x+2)} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} \right) \frac{1}{x+1}$$

$$= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{x(x+1)} - \frac{1}{(x+1)(x+2)} \right]$$



三.分式的运算(分母均不为0)

6.裂项运算

(3) 有理化 (分母出现根号 , 凑平方差)

$$\frac{1}{\sqrt{n+k} + \sqrt{n}} = \frac{1}{k} (\sqrt{n+k} - \sqrt{n})$$



三.分式的运算(分母均不为0)

7.多个括号求积：凑平方差公式法

$$(a+1)(a^2+1)(a^4+1)(a^8+1)(a^{16}+1)(a^{32}+1) = \frac{a^{64}-1}{a-1} (a \neq 1)$$



四、最简分式

分式的分子与分母没有公因式时，叫作最简分式.

一个分式的最后形式必须是最简分式，分式化为最简分式时通常采用约分的方法.

