师大课堂

SHI DA KE TANG

# 基础必修—管综（数学）

# 概　　率

主讲老师：媛媛老师

邮箱：family7662@dingtalk.com

# 基本计数原理

**1.分类加法计数原理**

如果完成一件事有两类不同方案（两类不同方案中的方法互不相同），在第 1 类方案中有$n$种不同的方法，在第2类方案中有$m$种不同的方法，那么完成这件事共有$\boldsymbol{N=m+n}$种不同的方法.

**2.分步乘法计数原理**

完成一件事需要两个步骤，做第 1 步有$m$种不同的方法，做第 2 步有$n$种不同的方法，那么完成这件事共有$\boldsymbol{N=m\times n}$种不同的方法.

# 排列组合

## 1.组合

从$n$个不同元素中取出$m$（$m \le n$）个元素作为一组，叫做从$n$个不同元素中取出$m$个元素的一个组合，所有不同组合的个数叫组合数，用符号$C_n^m$表示.

## 2.排列

从$n$个不同元素中取出$m$（$m \le n$）个元素，并按照一定的顺序排成一列，叫做从$n$个不同元素中取出$m$个元素的一个排列，所有不同排列个数叫排列数，用$A_n^m$.

$$A_n^m = n(n-1)(n-2)\cdots(n-m+1)$$

$$C_n^m = \frac{A_n^m}{A_m^m} = \frac{A_n^m}{m!} = \frac{n(n-1)\cdots(n-m+1)}{m!}$$

# 目录
Contents



# 一、事件与概率

# 事件

公鸡能下蛋→不可能事件

中彩票→随机事件

太阳东升西落→必然事件

# 事件

例：指出下列事件中，哪些是必然事件，哪些是不可能事件，哪些是随机事件

（1）过了大年初一就是大年初二；

（2）篮球队员在罚球线上投篮一次，未投中；

（3）掷一次骰子，向上一面的点数是6；

（4）任意画一个三角形，其内角和是360°；

（5）经过有交通信号灯的路口，遇到红灯；

（6）买彩票中五百万；

# 事件

例：指出下列事件中，哪些是必然事件，哪些是不可能事件，哪些是随机事件

（1）过了大年初一就是大年初二；　必然事件

（2）篮球队员在罚球线上投篮一次，未投中；　随机事件

（3）掷一次骰子，向上一面的点数是6；　随机事件

（4）任意画一个三角形，其内角和是360°；　不可能事件

（5）经过有交通信号灯的路口，遇到红灯；　随机事件

（6）买彩票中五百万；　随机事件

## 概率

研究随机现象，最重要的是知道随机事件发生的可能性大小.对随机事件发生可能性大小的度量（数值）称为事件的概率，事件$A$的概率用$P(A)$表示.

师大课堂 SHI DA KE TANG

# 概率

性质1 对任意的事件A，都有$0 \le P(A) \le 1$.

性质2 必然事件的概率为1，不可能事件的概率为0，即$P(\Omega) = 1, p(\emptyset) = 0$。

性质3 如果事件A与事件B互斥，那么$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

性质4 如果事件A与事件B互为对立事件，那么$P(B) = 1 - P(A)$，$P(A) = 1 - (B)$.


师大课堂
SHI DA KE TANG

# 二、 古典概型

# 古典概型

随机试验$E$具有如下共同特征：

（1）有限性：样本空间的样本点只有有限个.

（2）等可能性：每个样本点发生的可能性相等.

具有以上两个特征的试验称为古典概型试验，其数学模型称为古典概率模型，简称古典概型.

# 古典概型——基本公式

设试验$E$是古典概型，样本空间$\Omega$包含$n$个样本点，事件$A$包含其中的$k$个样本点，

则事件$A$的概率$\boldsymbol{P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{A\text{包含的基本事件数}}{\text{基本事件的总数}}=\frac{k}{n}}$

其中，$n(A)$和$n(\Omega)$分别表示事件$A$和样本空间$\Omega$包含的样本点个数.

# 古典概型——基本公式

例：掷一枚质地均匀的骰子，观察向上一面的点数，求下列事件的概率：

（1）点数为2；

（2）点数为奇数；

（3）点数大于2且小于5.

## 古典概型——基本公式

例：掷一枚质地均匀的骰子，观察向上一面的点数，求下列事件的概率：

（1）点数为2；

$$P=\frac{1}{6}$$

（2）点数为奇数；

所有点数可能为1、2、3、4、5、6共6种，奇数的可能为1、3、5共3种，所以$P=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

（3）点数大于2且小于5.

所有点数可能为1、2、3、4、5、6共6种，点数大于2且小于5的可能为3、4共2种，所以$P=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

# 古典概型——枚举法

例：投掷两颗骰子，点数之和为4的概率是___________

投掷两颗骰子，点数之和为7的概率是___________

# 古典概型——枚举法

例：投掷两颗骰子，点数之和为4的概率是$P=\frac{3}{36}=\frac{1}{12}$

投掷两颗骰子，点数之和为7的概率是$P=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$

按顺序从1-6枚举

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 总情况： | （1，1） | （1，2） | （1，3） | （1，4） | （1，5） | （1，6） |
| | （2，1） | （2，2） | （2，3） | （2，4） | （2，5） | （2，6） |
| | （3，1） | （3，2） | （3，3） | （3，4） | （3，5） | （3，6） |
| | （4，1） | （4，2） | （4，3） | （4，4） | （4，5） | （4，6） |
| | （5，1） | （5，2） | （5，3） | （5，4） | （5，5） | （5，6） |
| | （6，1） | （6，2） | （6，3） | （6，4） | （6，5） | （6，6）共36种 |

点数之和为4的情况：按顺序从1-6行统计

（1，3）（2，2）（3，1）共3种

点数之和为7的情况：按顺序从1-6行统计

（1，6）（2，5）（3，4）（4，3）（5，2）（6，1）共6种

# 练习

1.在1，2，3，4四个数中，任意选取两个数，则其中一个数是另一个数2倍的概率为【 】

A.$\frac{1}{2}$

B.$\frac{1}{3}$

C.$\frac{2}{3}$

D.$\frac{1}{4}$

E.8

## 练习

1.在1，2，3，4四个数中，任意选取两个数，则其中一个数是另一个数2倍的概率为【 $B$ 】

A.$\frac{1}{2}$

B.$\frac{1}{3}$

C.$\frac{2}{3}$

D.$\frac{1}{4}$

E.8

【解析】一个数是另一个数的2倍的组合有（2，1），（4，2），所以$P=\frac{2}{C_4^2}=\frac{1}{3}$. 故选B.

# 古典概型

**1.摸球问题（袋中取球）**

**2.分房问题（放球进袋）**

把一些球随意地放到盒子或者是箱子中去，要求不同，放的方法也就不同

**3.数字古典概率**

数字问题常用元素位置法，将每个数字看成元素，将每个数位看成位置.

要注意数字是否可以重复使用.

# 古典概型——摸球问题

例：10个球，其中6个黑，4个红，随机抽取1个球

（1）抽出红球的概率

（2）抽出黑球的概率

# 古典概型——摸球问题（不放回）

变式1： 10个球，其中6个黑，4个红，不放回地随机抽取2个球

（1）抽出两个都是红球的概率

（2）抽出两个都是黑球的概率

（3）抽出一红一黑的概率

# 古典概型——摸球问题（不放回）

变式1： 10个球，其中6个黑，4个红，不放回地随机抽取2个球

（1）抽出两个都是红球的概率

$$P=\frac{4\times 3}{10\times 9}=\frac{2}{15}$$

（2）抽出两个都是黑球的概率

$$P=\frac{6\times 5}{10\times 9}=\frac{1}{3}$$

（3）抽出一红一黑的概率

$$P=\frac{6\times 4}{10\times 9}+\frac{4\times 6}{10\times 9}=\frac{12}{45}+\frac{12}{45}=\frac{24}{45}=\frac{8}{15}$$

# 古典概型——摸球问题（有放回）

变式2： 10个球，其中6个黑，4个红，有放回地随机抽取2个球

（1）抽出两个都是红球的概率

（2）抽出两个都是黑球的概率

（3）抽出一红一黑的概率

# 古典概型——摸球问题（有放回）

变式2： 10个球，其中6个黑，4个红，有放回地随机抽取2个球

（1）抽出两个都是红球的概率

$$P=\frac{4\times 4}{10\times 10}=\frac{4}{25}$$

（2）抽出两个都是黑球的概率

$$P=\frac{6\times 6}{10\times 10}=\frac{9}{25}$$

（3）抽出一红一黑的概率

$$P=\frac{4\times 6}{10\times 10}+\frac{4\times 6}{10\times 10}=\frac{12}{25}$$

# 古典概型——分房问题

例：甲、乙、丙被随机安排到A、B、C、D四个不同的岗位服务，求

（1）甲乙两人同时参加A岗位的概率.

（2）甲乙两人不在同一岗位的概率.

# 古典概型——分房问题

例：甲、乙、丙被随机安排到A、B、C、D四个不同的岗位服务，求

（1）甲乙两人同时参加A岗位的概率.

$P=\frac{4}{4^3}=\frac{1}{16}$（分母为分房问题：每人均有4种选择，故为$4\times4\times4=4^3$；分子：

甲乙两人岗位已定，丙参加的岗位有4种可能）

（2）甲乙两人不在同一岗位的概率.

$P=\frac{4\times3\times4}{4^3}=\frac{3}{4}$（分母为分房问题：每人均有4种选择，故为$4\times4\times4=4^3$；分子：

甲先选岗位，有4种选择；乙不能和甲相同，只有剩下的3种可选；丙没有要求，

有4种选择，故为$4\times3\times4$）

# 古典概型——数字古典概率

例：在1-4的数中可重复性的取出3个数组成3位数，求以下事件的概率：

（1）3个数完全不同

（2）3个数不含奇数

# 古典概型——数字古典概率

例：在1-4的数中可重复性的取出3个数组成3位数，求以下事件的概率：

（1）3个数完全不同

$$P=\frac{C_4^3\cdot A_3^3}{4^3}=\frac{4\times3\times2\times1}{4\times4\times4}=\frac{3}{8}$$

（2）3个数不含奇数

$$P=\frac{2^3}{4^3}=\frac{1}{8}$$

# 三、独立事件

# 独立事件

一般地，当$P(AB)=P(A)P(B)$时

就称事件$A$与事件$B$**相互独立**（简称**独立**）.

# 练习

2.某储蓄卡上的密码是一种四位数字号码，每位上的数字可在0到9这10个数字中选取.使用储蓄卡时，如果随意按下一个四位数字号码，正好按对这张储蓄卡密码的概率为【　】

A.$\frac{1}{10^5}$

B.$\frac{1}{10^4}$

C.$\frac{1}{9^4}$

D.$\frac{9^4}{10^4}$

E. $\frac{1}{10}$

# 练习

2.某储蓄卡上的密码是一种四位数字号码，每位上的数字可在0到9这10个数字中选取.使用储蓄卡时，如果随意按下一个四位数字号码，正好按对这张储蓄卡密码的概率为【 *B*】

A. $\frac{1}{10^5}$

B. $\frac{1}{10^4}$

C. $\frac{1}{9^4}$

D. $\frac{9^4}{10^4}$

E. $\frac{1}{10}$

【解析】储蓄卡每位上的数字有从0到9共10种取法，每按一次按对的概率为$\frac{C_1^1}{C_{10}^1}=\frac{1}{10}$，又由于是随意按下一个四位数字号码，按下其中哪一个号码的可能性都相等，可得正好按对这张储蓄卡的密码的概率是$P=\frac{1}{10}\times\frac{1}{10}\times\frac{1}{10}\times\frac{1}{10}=\frac{1}{10^4}$.故选B.

# 练习

3.一个人有10把钥匙，其中只有1把钥匙能打开房门，随机逐个试验，则恰好在第三次打开房门的概率为【　】

A.$\frac{1}{7}$

B.$\frac{1}{8}$

C.$\frac{1}{9}$

D.$\frac{1}{10}$

E. $\frac{3}{10}$

## 练习

3.一个人有10把钥匙，其中只有1把钥匙能打开房门，随机逐个试验，则恰好在第三次打开房门的概率为【*D*】

A.$\frac{1}{7}$

B.$\frac{1}{8}$

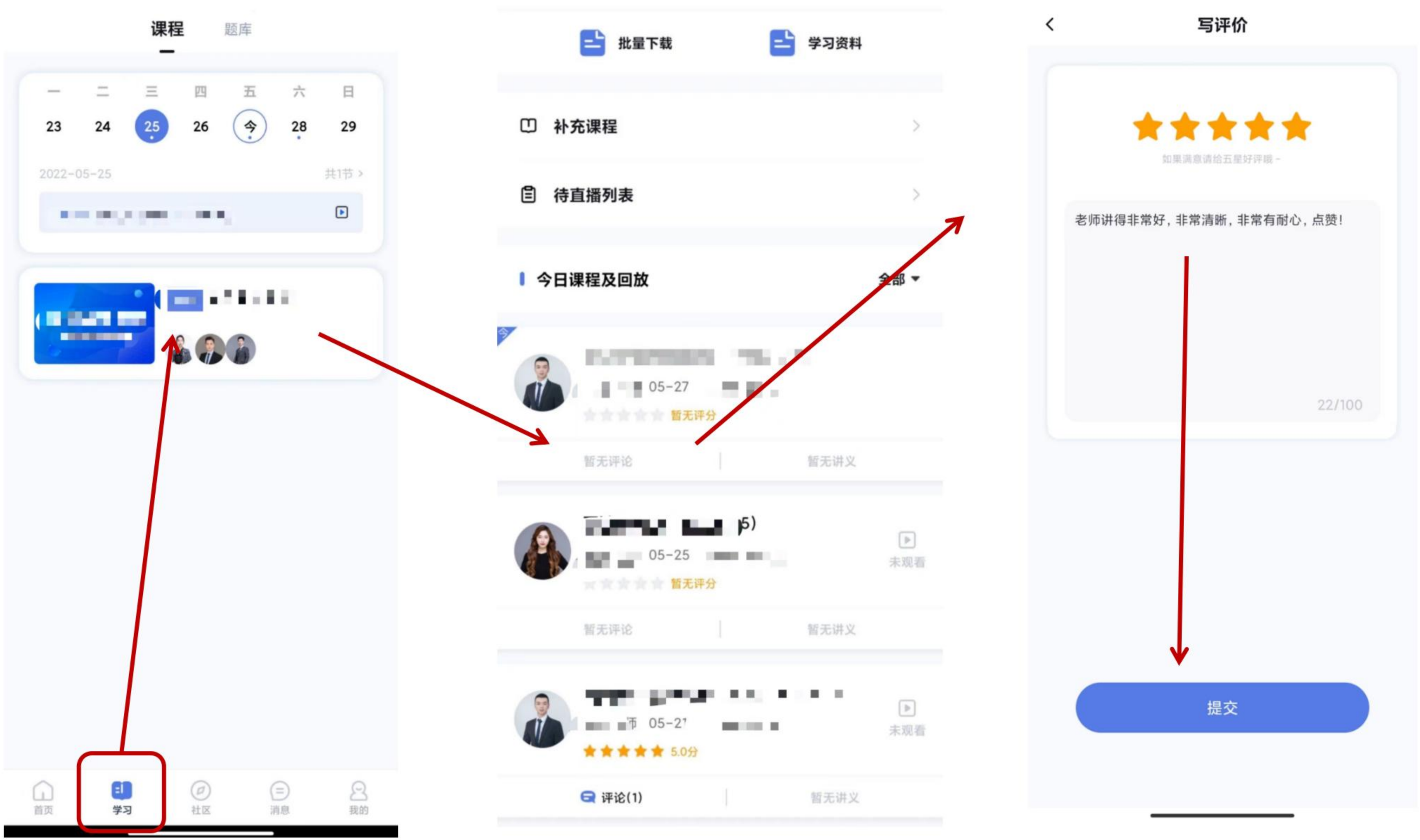
C.$\frac{1}{9}$

D.$\frac{1}{10}$

E. $\frac{3}{10}$

【解析】第三次打开，说明前两次没打开，$P=\frac{9}{10}\times\frac{8}{9}\times\frac{1}{8}=\frac{1}{10}$.

故选D.




学习→点击课程→点击评价(5星好评)→提交评价

师大课堂
SHI DA KE TANG

# 感谢您的观看

主讲老师： 媛媛老师

邮箱：family7662@dingtalk.com