



全国硕士研究生招生考试

管综数学极简模式

中项应用

主讲人:夏天老师

数列 · 中项应用★

出题模式：题目出现**三项成等差**或者**三项成等比**表述

1.等差数列下标和相等公式：若 $m + n = p + q$ ，则 $a_m + a_n = a_p + a_q$

等差中项： $2a_n = a_{n-k} + a_{n+k}$

2.等比数列下标和相等公式：若 $m + n = p + q$ ，则 $a_m \cdot a_n = a_p \cdot a_q$

等比中项： $a_n^2 = a_{n-k} \cdot a_{n+k}$ (任意一项均不能为零)

数列 · 中项应用

1. (2014) 甲、乙、丙三人的年龄相同. 【】

(1) 甲、乙、丙的年龄成等差数列.

(2) 甲、乙、丙的年龄成等比数列.

数列 · 中项应用

1. (2014) 甲、乙、丙三人的年龄相同. 【C】

(1) 甲、乙、丙的年龄成等差数列.

(2) 甲、乙、丙的年龄成等比数列.

设甲、乙、丙年龄为 a, b, c

$$a = b = c$$

条件(1), $2b = a + c$,

举反例当 $a=1, b=2, c=3$ 时 $\nRightarrow a=b=c$

不充分

条件(2) $b^2 = a \cdot c$

举反例当 $a=1, b=2, c=4$ 时 $\nRightarrow a=b=c$

不充分

考虑联合 $\begin{cases} 2b = a + c \\ b^2 = a \cdot c \end{cases} = 2\sqrt{ac} = a + c$

$$\Rightarrow (\sqrt{a} - \sqrt{c})^2 = 0 \Rightarrow a = c \Rightarrow a = b = c$$

故联合充分, 选 C

数列 · 中项应用

2.(2017)设 a, b 是两个不相等的实数.则函数

$f(x) = x^2 + 2ax + b$ 的最小值小于零.【 】

(1) $1, a, b$ 成等差数列.

(2) $1, a, b$ 成等比数列.

数列 · 中项应用

2.(2017)设 a, b 是两个不相等的实数.则函数

$f(x) = x^2 + 2ax + b$ 的最小值小于零. 【A】

(1) $1, a, b$ 成等差数列.

(2) $1, a, b$ 成等比数列.

$f(x) = x^2 + 2ax + b$ 的最小值小于零
↓
 $1 > 0$, 开口向上

⇒ 顶点, ⇒ 最小值

对称轴 $-\frac{b}{2a} = -\frac{2a}{2 \times 1} = -a$

$$f(-a) = a^2 - 2a^2 + b = b - a^2 < 0$$

$$\text{条件(1)} \quad 2a = b + 1 \Rightarrow b = 2a - 1$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow f(-a) &= 2a - 1 - a^2 = -(a^2 - 2a + 1) \\ &= -(a - 1)^2 \leq 0 \end{aligned}$$

∵ a, b 不相等, $a \neq 1$, 则 $f(-a) = -(a - 1)^2 < 0$
充分

$$\text{条件(2)} \quad a^2 = b, f(-a) = b - a^2 = a^2 - a^2 = 0$$

不 < 0 , 故不充分, 选 A