

## 第二节 概率

---



## 第五章 第二节 概率

年度	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023
考频	2	2	3	2	1	3	2	2	2



## 第五章 第二节 概率

一、随机事件与概率

二、古典概型

三、伯努利概型

四、条件概率与全概率公式



# 一、随机事件与概率

## 1.有限样本空间与随机事件

### (1) 有限样本空间

对随机现象的实现和对它的观察称为随机试验，简称试验，常用字母 $E$ 表示.

特点：①试验可以在相同条件下重复进行.

②试验的所有可能结果是明确可知的，并且不止一个.

③每次试验总是恰好出现这些可能结果中的一个，但事先不能确定出现哪一个结果.



# 一、随机事件与概率

## 1.有限样本空间与随机事件

### (1) 有限样本空间

随机试验 $E$ 的每个可能的基本结果称为样本点，全体样本点的集合称为试验 $E$ 的样本空间.用 $\Omega$ 表示样本空间，用 $\omega$ 表示样本点.

如果一个随机试验有 $n$ 个可能结果 $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$ ，则称样本空间 $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n\}$ 为有限样本空间.



# 一、随机事件与概率

## 1.有限样本空间与随机事件

### (2) 随机事件

样本空间 $\Omega$ 的子集称为随机事件，简称事件，并把只包含一个样本点的事件称为基本事件.

随机事件一般用大写字母 $A, B, C, \dots$ 表示.在每次试验中，当且仅当 $A$ 中某个样本点出现时，称为事件 $A$ 发生.



# 一、随机事件与概率

## 1.有限样本空间与随机事件

### (2) 随机事件

$\Omega$ 作为自身的子集，包含了所有的样本点，在每次试验中总有一个样本点发生，所以 $\Omega$ 总会发生，我们称为必然事件.

而空集 $\emptyset$ 不包含任何样本点，在每次试验中都不会发生，我们称 $\emptyset$ 为不可能事件.

必然事件与不可能事件不具有随机性，是随机事件的两个极端情形.



# 一、随机事件与概率

## 1.有限样本空间与随机事件

【例1】下列事件是必然事件的有( )个.

①如果 $a, b \in \mathbb{R}$ , 则 $a + b = b + a$ ;

②地球在转动;

③明天泰安下雨;

④没有水, 黄豆能发芽.

(A)0      (B)1      (C)2      (D)3      (E)4





# 一、随机事件与概率

## 1.有限样本空间与随机事件

【例1】下列事件是必然事件的有( )个.

①如果 $a, b \in \mathbb{R}$ , 则 $a + b = b + a$ ;

②地球在转动;

③明天泰安下雨;

④没有水, 黄豆能发芽.

(A)0      (B)1      (C)2      (D)3      (E)4

【解析】①②是必然事件, ④是不可能事件, ③是随机事件, 故选C.



# 一、随机事件与概率

## 1.有限样本空间与随机事件

【例2】下列事件是不可能事件的有( )个.

① $a, b \in \mathbb{R}$ 且 $a < b$ , 则 $a - b \in \mathbb{R}$ ;

②小华将一石块抛出地球;

③掷一枚硬币, 正面向上;

④掷一颗骰子出现点数8.

(A)0      (B)1      (C)2      (D)3      (E)4



## 一、随机事件与概率

### 1.有限样本空间与随机事件

【例2】下列事件是不可能事件的有( )个.

- ① $a, b \in \mathbb{R}$ 且 $a < b$ , 则 $a - b \in \mathbb{R}$ ;
- ②小华将一石块抛出地球;
- ③掷一枚硬币, 正面向上;
- ④掷一颗骰子出现点数8.

(A)0      (B)1      (C)2      (D)3      (E)4

【解析】②④是不可能事件, ①是必然事件, ③是随机事件, 故选C.



# 一、随机事件与概率

## 1.有限样本空间与随机事件

【例3】下列事件是随机事件的有( )个.

- ①口袋里有伍角、壹角、壹元的硬币若干枚，随机地摸出一枚是壹角；
- ②在标准大气压下，水在 $90^{\circ}\text{C}$ 沸腾；
- ③射击运动员射击一次命中10环；
- ④同时掷两颗骰子，出现的点数之和不超过12.

(A)0      (B)1      (C)2      (D)3      (E)4



# 一、随机事件与概率

## 1.有限样本空间与随机事件

【例3】下列事件是随机事件的有( )个.

- ①口袋里有伍角、壹角、壹元的硬币若干枚，随机地摸出一枚是壹角；
- ②在标准大气压下，水在 $90^{\circ}\text{C}$ 沸腾；
- ③射击运动员射击一次命中10环；
- ④同时掷两颗骰子，出现的点数之和不超过12.

(A)0      (B)1      (C)2      (D)3      (E)4

【解析】②是不可能事件，④是必然事件，①③是随机事件，故选C.



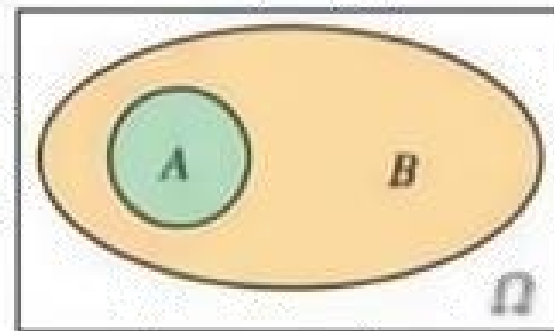
# 一、随机事件与概率

## 2.事件的关系和运算

### (1) 包含

若事件 $A$ 发生，则事件 $B$ 一定发生，称事件 $B$ 包含事件 $A$ （或事件 $A$ 包含于事件 $B$ ），记作 $B \supseteq A$ （或 $A \subseteq B$ ）。

如果事件 $B$ 包含事件 $A$ ，事件 $A$ 也包含事件 $B$ ，即 $B \supseteq A$ 且 $A \supseteq B$ ，则称事件 $A$ 与事件 $B$ 相等，记作 $A = B$ 。





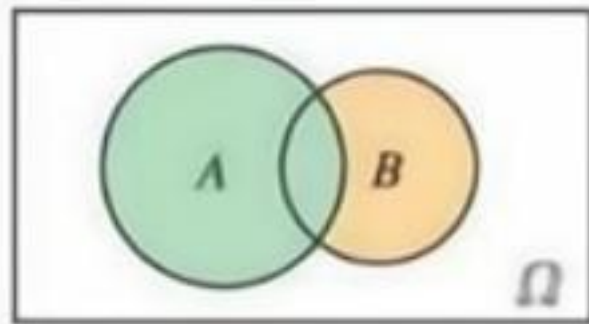
# 一、随机事件与概率

## 2.事件的关系和运算

### (2) 并事件 (或和事件)

事件 $A$ 与事件 $B$ 至少有一个发生, 这样的—一个事件中的样本点或者在事件 $A$ 中, 或者在事件 $B$ 中, 称这个事件为事件 $A$ 与事件 $B$ 的并事件

(或和事件), 记作 $A \cup B$  (或 $A + B$ ). 图中的绿色区域和黄色区域表示这个并事件.



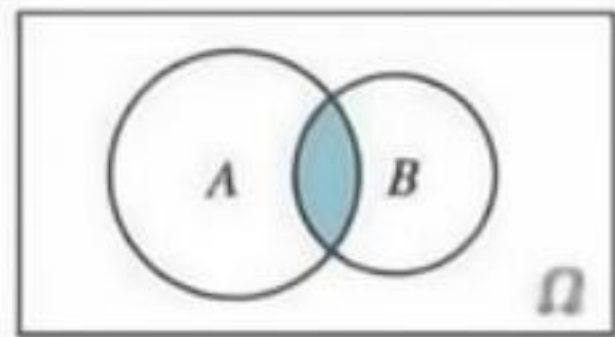


# 一、随机事件与概率

## 2.事件的关系和运算

### (3) 交事件 (或积事件)

事件 $A$ 与事件 $B$ 同时发生, 这样的—一个事件中的样本点既在事件 $A$ 中, 也在事件 $B$ 中, 称这样的—一个事件为事件 $A$ 与事件 $B$ 的交事件 (或积事件), 记作 $A \cap B$  (或 $AB$ ). 图中的蓝色区域表示这个交事件.





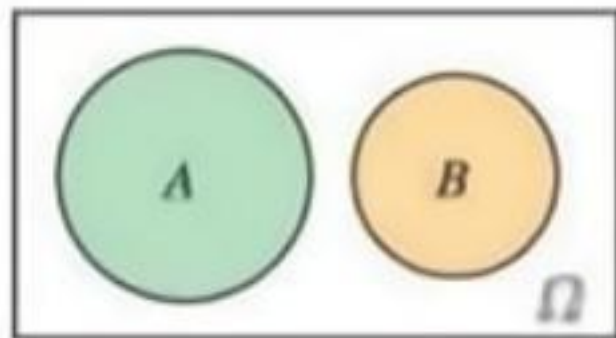


# 一、随机事件与概率

## 2.事件的关系和运算

### (4) 互斥 (或互不相容)

如果事件 $A$ 与事件 $B$ 不能同时发生, 也就是说 $A \cap B$ 是一个不可能事件, 即 $A \cap B = \emptyset$ , 则称事件 $A$ 与事件 $B$ 互斥 (或互不相容).



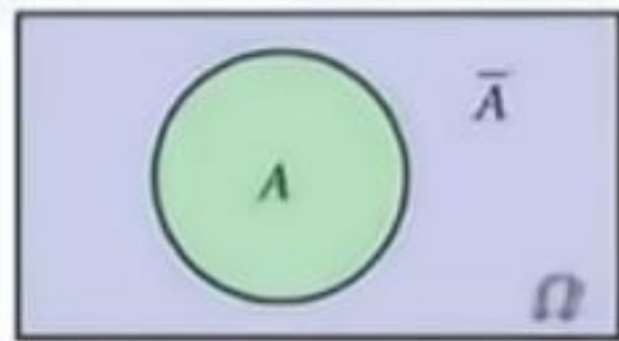


# 一、随机事件与概率

## 2.事件的关系和运算

### (5) 互为对立

如果事件 $A$ 和事件 $B$ 在任何一次试验中有且仅有一个发生，即 $A \cup B = \Omega$ ，且 $A \cap B = \emptyset$ ，那么称事件 $A$ 与事件 $B$ 互为对立.事件 $A$ 的对立事件记为 $\bar{A}$ .





# 一、随机事件与概率

## 2.事件的关系和运算

事件的关系或运算	含义	符号表示
包含	$A$ 发生导致 $B$ 发生	$A \subseteq B$
并事件（和事件）	$A$ 与 $B$ 至少一个发生	$A \cup B$ 或 $A + B$
交事件（积事件）	$A$ 与 $B$ 同时发生	$A \cap B$ 或 $AB$
互斥（互不相容）	$A$ 与 $B$ 不能同时发生	$A \cap B = \emptyset$
互为对立	$A$ 与 $B$ 有且仅有一个发生	$A \cap B = \emptyset$ , $A \cup B = \Omega$



# 一、随机事件与概率

## 3. 概率

对随机事件发生可能性大小的度量（数值）称为事件的概率，事件 $A$ 的概率用 $P(A)$ 表示.

任何事件的概率都是非负的；在每次试验中，必然事件一定发生，不可能事件一定不会发生.



# 一、随机事件与概率

## 4. 概率的基本性质

- ✓ 对任意的事件 $A$ ，都有 $0 \leq P(A) \leq 1$ .
- ✓ 必然事件的概率为1，不可能事件的概率为0
- ✓ 若事件 $A$ 与事件 $B$ 互斥，则 $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
- ✓ 若事件 $A$ 与事件 $B$ 互为对立事件，则 $P(A) = 1 - P(B)$ ， $P(B) = 1 - P(A)$
- ✓ 如果 $A \subseteq B$ ，那么 $P(A) \leq P(B)$
- ✓ 设 $A$ ， $B$ 是一个随机试验中的两个事件，则

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B).$$



## 二、古典概型

### 1. 定义

随机试验 $E$ 具有如下共同特征：

- (1) 有限性：样本空间的样本点只有有限个.
- (2) 等可能性：每个样本点发生的可能性相等.

具有以上两个特征的试验称为古典概型试验，其数学模型称为古典概率模型，简称古典概型.



## 二、古典概型

### 1. 定义

设试验 $E$ 是古典概型，样本空间 $\Omega$ 包含 $n$ 个样本点，事件 $A$ 包含其中的 $k$

个样本点，则事件 $A$ 的概率 $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{A \text{ 包含的基本事件数}}{\text{基本事件的总数}} = \frac{k}{n}$

其中， $n(A)$ 和 $n(\Omega)$ 分别表示事件 $A$ 和样本空间 $\Omega$ 包含的样本点个数.

对于古典概率，需要用排列组合分别计算分子和分母的情况数，然后用比值表示发生的概率.



## 二、古典概型

### 2. 三类基本古典概型

#### (1) 取样或取球

【例4】盒中有4只球，其中红球、黑球、白球各一只，另有一只红、黑、白三色球，现从中任取2球，其中恰有一球上有红色的概率为( )。

- (A)  $\frac{1}{6}$       (B)  $\frac{1}{3}$       (C)  $\frac{1}{2}$       (D)  $\frac{2}{3}$       (E)  $\frac{5}{6}$





## 二、古典概型

### 2. 三类基本古典概型

#### (1) 取样或取球

【例4】盒中有4只球，其中红球、黑球、白球各一只，另有一只红、黑、白三色球，现从中任取2球，其中恰有一球上有红色的概率为( )。

- (A)  $\frac{1}{6}$       (B)  $\frac{1}{3}$       (C)  $\frac{1}{2}$       (D)  $\frac{2}{3}$       (E)  $\frac{5}{6}$

【解析】从4只球中任选2只球的总情况数为  $C_4^2=6$  (种)，恰有一球上有红色的情况数为

$C_2^1+C_2^1=4$  (种)，故概率  $p=\frac{C_2^1+C_2^1}{C_4^2}=\frac{2}{3}$ . 选D.

【点睛】恰有一球上有红色包括两种情况，一红和一黑或白；一个三色球和一黑或白。



## 二、古典概型

### 2. 三类基本古典概型

#### (1) 取样或取球

【例5】一只口袋中有5只同样大小的球，编号分别为1,2,3,4,5,今从中随机抽取3只球，则取到的球中最大号码是4的概率为( ).

- (A)0.3      (B)0.4      (C)0.5      (D)0.6      (E)0.7



## 二、古典概型

### 2. 三类基本古典概型

#### (1) 取样或取球

【例5】一只口袋中有5只同样大小的球，编号分别为1,2,3,4,5,今从中随机抽取3只球，则取到的球中最大号码是4的概率为( ).

(A)0.3      (B)0.4      (C)0.5      (D)0.6      (E)0.7

【解析】取出的最大号码为4, 则分为(1, 2, 4), (1, 3, 4), (2, 3, 4)三种情况, 故概率 $p = \frac{3}{C_5^3} = 0.3$ . 选A.

【点睛】最大的号码为4, 则任取两个比它小的数字, 就可以找到符合条件的抽取方法.



## 二、古典概型

### 2. 三类基本古典概型

#### (1) 取样或取球

【例6】一个口袋内有7个白球和3个黑球，分别求下列事件的概率：

- (1) 事件A: 从中摸出一个放回后再摸一个，两次摸出的球是一白一黑；
- (2) 事件B: 从袋中摸出一个黑球，放回后再摸出一个白球；



## 二、古典概型

### 2. 三类基本古典概型

#### (1) 取样或取球

【例6】一个口袋内有7个白球和3个黑球，分别求下列事件的概率：

(1) 事件A: 从中摸出一个放回后再摸一个，两次摸出的球是一白一黑；

(2) 事件B: 从袋中摸出一个黑球，放回后再摸出一个白球；

【解析】(1) 基本事件总数是  $10 \times 10$ . 事件A包括“先摸出黑球后摸出白球”及“先摸出白球后摸出黑球”，摸出白球及黑球分别有7种和3种可能. 所以A发生共有  $2 \times 7 \times 3$  种可能.

$$P(A) = \frac{2 \times 7 \times 3}{10 \times 10} = 0.42$$

(2) 事件B与事件A不同，它确定了先摸黑球再摸白球的顺序， $P(B) = \frac{7 \times 3}{10 \times 10} = 0.21$



## 二、古典概型

### 2.三类基本古典概型

#### (2) 分房问题

分房问题也就是放球进箱问题，就是把一些球随意地放到盒子或者是箱子中去，要求不同，放的方法也就不同.样本点数的计算方法既会用到排列数，又会用到组合数.



## 二、古典概型

### 2. 三类基本古典概型

#### (2) 分房问题

【例7】将4个编号的球放入3个编号的盒中，对于每一个盒来说，所放的球数 $k$ 满足 $0 \leq k \leq 4$ .  
在各种放法的可能性相等的条件下，则

(1) 第一个盒没有球的概率为( ).

- (A)  $\frac{16}{81}$       (B)  $\frac{21}{86}$       (C)  $\frac{32}{81}$       (D)  $\frac{8}{27}$       (E)  $\frac{4}{27}$

(2) 第一个盒恰有1个球的概率为( ).

- (A)  $\frac{16}{81}$       (B)  $\frac{21}{86}$       (C)  $\frac{32}{81}$       (D)  $\frac{8}{27}$       (E)  $\frac{4}{27}$



## 二、古典概型

### 2. 三类基本古典概型

#### (2) 分房问题

【例7】将4个编号的球放入3个编号的盒中，对于每一个盒来说，所放的球数 $k$ 满足 $0 \leq k \leq 4$ .  
在各种放法的可能性相等的条件下，则

(1) 第一个盒没有球的概率为( ).

- (A)  $\frac{16}{81}$       (B)  $\frac{21}{86}$       (C)  $\frac{32}{81}$       (D)  $\frac{8}{27}$       (E)  $\frac{4}{27}$

$$p_1 = \frac{2^4}{3^4} = \frac{16}{81}. \text{ 选 A.}$$

(2) 第一个盒恰有1个球的概率为( ).

- (A)  $\frac{16}{81}$       (B)  $\frac{21}{86}$       (C)  $\frac{32}{81}$       (D)  $\frac{8}{27}$       (E)  $\frac{4}{27}$

$$p_2 = \frac{C_4^1 \cdot 2^3}{3^4} = \frac{32}{81}. \text{ 选 C.}$$





## 二、古典概型

### 2. 三类基本古典概型

#### (2) 分房问题

【例8】在房间里有4个人，则至少有两个人的生日是同一个月概率是( ).

- (A)  $\frac{17}{33}$       (B)  $\frac{8}{27}$       (C)  $\frac{57}{96}$       (D)  $\frac{55}{96}$       (E)  $\frac{41}{96}$



## 二、古典概型

### 2. 三类基本古典概型

#### (2) 分房问题

【例8】在房间里有4个人，则至少有两个人的生日是同一个月概率是( )。

- (A)  $\frac{17}{33}$       (B)  $\frac{8}{27}$       (C)  $\frac{57}{96}$       (D)  $\frac{55}{96}$       (E)  $\frac{41}{96}$

【解析】由于事件A“至少有两个人的生日是同一个月”的对立事件 $\bar{A}$ 是“任何两个人的生日都不同月”。因而至少有两个人的生日是同一个月的概率为： $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{C_{12}^4 \cdot 4!}{12^4} = 1 - \frac{55}{96} = \frac{41}{96}$ ，选E。



## 二、古典概型

### 2.三类基本古典概型

#### (3) 数字古典概率

对于数字相关的古典概型，要注意数字是否可以重复使用，如果数字可以重复使用，那么就会结合方幂法.此外，数字问题常用元素位置法，将每个数字看成元素，将每个数位看成位置.有时数字还会涉及运算式，也就是所取的数字要满足某表达式，此时要用列举法分析.



## 二、古典概型

### 2.三类基本古典概型

#### (3) 数字古典概率

【例9】一种编码由6位数字组成，其中每位数字可以是0,1,2,...,9中的任意一个.则编码的前两位数字都不超过5的概率为( ).

- (A)0.36      (B)0.37      (C)0.38      (D)0.46      (E)0.39



## 二、古典概型

### 2.三类基本古典概型

#### (3) 数字古典概率

【例9】一种编码由6位数字组成，其中每位数字可以是0,1,2,...,9中的任意一个.则编码的前两位数字都不超过5的概率为( ).

(A)0.36      (B)0.37      (C)0.38      (D)0.46      (E)0.39

【解析】6位数字组成，其中每位数字可以是0,1,2,...,9中的任意一个，故样本总情况数为 $10^6$ ，编码前两位不超过5的情况数为 $6^2 \times 10^4$ ，故概率 $p = \frac{6^2 \times 10^4}{10^6} = 0.36$ . 选A.

【点睛】对于数位约束的数字问题，先考虑约束条件的数字选法，再考虑其他数位.



## 二、古典概型

### 2.三类基本古典概型

#### (3) 数字古典概率

【例10】从0,1,2,3这四个数字中任取3个进行排列，组成无重复数字的三位数，则排成的三位数是偶数的概率为( ).

- (A)  $\frac{7}{36}$       (B)  $\frac{2}{9}$       (C)  $\frac{1}{4}$       (D)  $\frac{5}{9}$       (E)  $\frac{11}{36}$



## 二、古典概型

### 2. 三类基本古典概型

#### (3) 数字古典概率

【例10】从0,1,2,3这四个数字中任取3个进行排列，组成无重复数字的三位数，则排成的三位数是偶数的概率为( ).

- (A)  $\frac{7}{36}$       (B)  $\frac{2}{9}$       (C)  $\frac{1}{4}$       (D)  $\frac{5}{9}$       (E)  $\frac{11}{36}$

【解析】三位数是偶数表示“排成的三位数的个位数字是0或2”，于是  $p = \frac{C_3^2 \cdot 2! + C_2^1 C_2^1}{C_3^1 C_3^2 \cdot 2!} = \frac{5}{9}$ ，选D.



## 三、伯努利概型

### 1. 事件的相互独立性

当 $P(AB) = P(A)P(B)$ 时，就称事件 $A$ 与事件 $B$ 相互独立（简称独立）。

事件 $A$ 是否发生不会影响事件 $B$ 发生的概率，事件 $B$ 是否发生也不会影响事件 $A$ 发生的概率。

相互独立事件同时发生的概率=每个事件发生的概率相乘





## 三、伯努利概型

### 1. 事件的相互独立性

如果事件 $A$ 与 $B$ 相互独立，则 $\bar{A}$ 与 $B$ ， $A$ 与 $\bar{B}$ ， $\bar{A}$ 与 $\bar{B}$ 也相互独立.

互斥的两个事件是一次试验中的两个事件，相互独立的两个事件是两次试验中互不影响的两个事件.

独立事件 $A$ 和事件 $B$ 至少有一个发生的概率为 $P(A \cup B) = 1 - P(\bar{A})P(\bar{B})$



## 三、伯努利概型

### 2. 独立重复试验

在相同条件下，将某试验重复进行 $n$ 次，且每次试验中任何一事件的概率不受其他次试验结果的影响，此种试验称为 $n$ 次独立重复试验.



## 三、伯努利概型

### 3.伯努利概型的定义

若随机试验具备：

- (1) 各次试验相互独立，即某一次的试验结果对其他次均无影响.
- (2) 试验在相同条件下重复进行 $n$ 次.
- (3) 每次试验结果仅有两个，即 $A$ 和 $\bar{A}$ .

则称该试验为伯努利概型.



### 三、伯努利概型

#### 4.伯努利概型的公式

(1) 设在一次试验中，事件 $A$ 发生的概率为 $p$  ( $0 < p < 1$ )，那么在 $n$ 次独立重复试验中这个事件恰好发生 $k$ 次的概率为 $P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k}$ ， $k = 0, 1, 2, \dots, n$ ，其中 $q = 1 - p$ 。

$k = n$ 时，即在 $n$ 次独立重复试验中事件 $A$ 全部发生，概率为 $p^n$

$k = 0$ 时，即在 $n$ 次独立重复试验中事件 $A$ 没有发生，概率为 $(1 - p)^n$



### 三.伯努利概型

#### 4.伯努利概型的公式

( 2 ) 设在一次试验中，事件 $A$ 首次发生的概率为 $p(0 < p < 1)$ ，则在伯努利试验序列中，事件 $A$ 在第 $k$ 次试验中才首次发生的概率为 $p(1 - p)^{k-1}$ ， $k = 1, 2, \dots$ .



### 三、伯努利概型

【例11】设甲、乙两名射手独立地射击同一目标，他们击中目标的概率分别为0.9、0.8.

(1)目标恰好只被甲击中的概率为( ).

(A)0.12      (B)0.14      (C)0.16      (D)0.17      (E)0.18

(2)目标被击中的概率为( ).

(A)0.98      (B)0.92      (C)0.88      (D)0.86      (E)0.84



### 三、伯努利概型

【例11】设甲、乙两名射手独立地射击同一目标，他们击中目标的概率分别为0.9、0.8.

(1)目标恰好只被甲击中的概率为( ).

(A)0.12      (B)0.14      (C)0.16      (D)0.17      (E)0.18

(2)目标被击中的概率为( ).

(A)0.98      (B)0.92      (C)0.88      (D)0.86      (E)0.84

【解析】设事件A为“甲击中目标”，事件B为“乙击中目标”

(1)目标恰好只被甲击中，即事件 $A\bar{B}$ 发生.

$P(A\bar{B})=P(A) \cdot P(\bar{B})=0.9 \times (1-0.8)=0.18$ . 所以目标恰好只被甲击中的概率为0.18. 选E.

(2)目标被击中，即甲、乙两人中至少有1人击中目标，即事件 $A\bar{B}, \bar{A}B, AB$ 发生，

$$\begin{aligned} P(A\bar{B} + \bar{A}B + AB) &= P(A\bar{B}) + P(\bar{A}B) + P(AB) \\ &= P(A) \cdot P(\bar{B}) + P(\bar{A}) \cdot P(B) + P(A) \cdot P(B) \\ &= 0.9 \times 0.2 + 0.1 \times 0.8 + 0.9 \times 0.8 = 0.98. \text{ 选 A.} \end{aligned}$$



### 三、伯努利概型

【例12】某人将5个环一一投向一木柱，直到有一个套中为止.若每次套中的概率为0.1, 则至少剩下一个环未投的概率是( ).

- (A)  $1 - 0.9^4$       (B)  $1 - 0.9^3$       (C)  $1 - 0.9^5$       (D)  $1 - 0.1 \cdot 0.9^4$       (E)  $1 - 0.1^5$





### 三、伯努利概型

【例12】某人将5个环——投向一木柱，直到有一个套中为止.若每次套中的概率为0.1, 则至少剩下一个环未投的概率是( ).

(A)  $1 - 0.9^4$       (B)  $1 - 0.9^3$       (C)  $1 - 0.9^5$       (D)  $1 - 0.1 \cdot 0.9^4$       (E)  $1 - 0.1^5$

【解析】至少剩下一个环未投可以分为以下几类：第1个中，后四个未投；第2个中，后三个未投；第3个中，后两个未投；第4个中，最后一个未投.

故概率  $p = 0.1 + 0.9 \times 0.1 + 0.9^2 \times 0.1 + 0.9^3 \times 0.1 = 1 - 0.9^4$  从而选A.

可以从反面思考，“至少剩下一个环未投”的反面为“5个环都要投”，即前4个环均失败了，故概率  $p = 1 - (1 - 0.1)^4 = 1 - 0.9^4$ .



### 三、伯努利概型

【例13】甲、乙两人独立地解同一问题，甲解决这个问题的概率是 $p_1$ ，乙解决这个问题的概率是 $p_2$ ，那么恰好有一人解决这个问题的概率是（ ）。

- (A)  $p_1 p_2$       (B)  $p_1(1 - p_2) + p_2(1 - p_1)$       (C)  $1 - p_1 p_2$   
(D)  $1 - (1 - p_1)(1 - p_2)$       (E)  $1 - p_1 - p_2$



### 三、伯努利概型

【例13】甲、乙两人独立地解同一问题，甲解决这个问题的概率是 $p_1$ ，乙解决这个问题的概率是 $p_2$ ，那么恰好有一人解决这个问题的概率是（ ）.

(A)  $p_1 p_2$       (B)  $p_1(1 - p_2) + p_2(1 - p_1)$       (C)  $1 - p_1 p_2$

(D)  $1 - (1 - p_1)(1 - p_2)$       (E)  $1 - p_1 - p_2$

【解析】恰有一人解决就是甲解决乙没有解决或甲没有解决乙解决，故所求概率是 $p_1(1 - p_2) + p_2(1 - p_1)$ ，故选B.



### 三、伯努利概型

【例14】掷一枚不均匀的硬币，正面朝上的概率为 $\frac{2}{3}$ ，若将此硬币掷4次，则正面朝上的次数等于反面朝上的次数的概率是( )。

- (A)  $\frac{8}{81}$       (B)  $\frac{8}{27}$       (C)  $\frac{32}{81}$       (D)  $\frac{1}{2}$       (E)  $\frac{26}{27}$



### 三、伯努利概型

【例14】掷一枚不均匀的硬币，正面朝上的概率为 $\frac{2}{3}$ ，若将此硬币掷4次，则正面朝上的次数等于反面朝上的次数的概率是( )。

- (A)  $\frac{8}{81}$       (B)  $\frac{8}{27}$       (C)  $\frac{32}{81}$       (D)  $\frac{1}{2}$       (E)  $\frac{26}{27}$

【解析】根据伯努利公式，正面和反面朝上各2次，可得 $p = C_4^2 \left(\frac{2}{3}\right)^2 \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{8}{27}$ ，选B.



## 四、条件概率与全概率公式

### 1. 条件概率

#### (1) 定义

设 $A, B$ 为两个随机事件，且 $P(A) > 0$ ，称 $P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)}$ 为在事件 $A$ 发生的条件下，事件 $B$ 发生的条件概率，简称条件概率.

#### (2) 概率的乘法公式

$$P(AB) = P(A)P(B|A)$$



## 四、条件概率与全概率公式

### 2. 全概率公式

设 $A_1, A_2, \dots, A_n$ 是一组两两互斥的事件,  $A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n = \Omega$ , 且  $P(A_i) > 0, i = 1, 2, \dots, n$ , 则对任意的事件 $B \subseteq \Omega$ , 有

$$P(B) = \sum_{i=1}^n P(A_i)P(B|A_i)$$



## 四、条件概率与全概率公式

【例15】把一枚骰子连续掷两次，已知在第一次抛出的是偶数点的情况下，第二次抛出的也是偶数点的概率为( ).

- (A)  $\frac{1}{6}$       (B)  $\frac{1}{4}$       (C)  $\frac{1}{3}$       (D)  $\frac{1}{2}$       (E) 1





## 四、条件概率与全概率公式

【例15】把一枚骰子连续掷两次，已知在第一次抛出的是偶数点的情况下，第二次抛出的也是偶数点的概率为( ).

- (A)  $\frac{1}{6}$       (B)  $\frac{1}{4}$       (C)  $\frac{1}{3}$       (D)  $\frac{1}{2}$       (E) 1

【解析】第一次已经是偶数了，则不需要考虑第一次了，只需要考虑第二次是偶数即可，则概率为  $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ ，选D.

# 感谢聆听

---

主讲:媛媛老师

邮箱:family7662@dingtalk.com