



# 全国硕士研究生招生考试

## 专题串讲课——管综(数学)

主讲:媛媛老师



邮箱:family7662@dingtalk.com

# 串讲课4:几何

---



## 专题串讲课4:几何

	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023	2024
平面几何	3	3	2	3	2	2	3	2	5	1	3
立体几何	2	2	1	2	1	2	1	1	0	1	1
解析几何	1	2	2	1	2	3	2	2	0	2	3



## 专题串讲课4:几何

PART--01 三角形

PART--02 割补法

PART--03 圆柱与球

PART--04 直线与圆的位置关系

# PART1--三角形

---



## 一、基本公式★

1. 三边关系:  $a - b < c < a + b$

直角三角形: 勾股定理  $a^2 + b^2 = c^2$

2. 三角形的内角和为  $180^\circ$

3. 三角形面积:  $S = \frac{1}{2}ah$       等底等高的三角形面积相等

等边三角形:  $S = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

正弦定理:  $S = \frac{1}{2}ab\sin C$



## 练习

1. (2013)  $\triangle ABC$ 的边长分别为  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , 则 $\triangle ABC$ 为直角三角形. 【 】

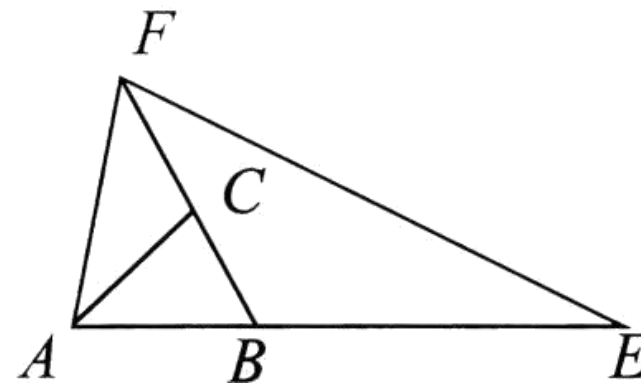
(1)  $(c^2 - a^2 - b^2)(a^2 - b^2) = 0$

(2)  $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{1}{2}ab$ .



## 练习

2. (2014) 如图所示, 已知 $AE = 3AB$ ,  $BF = 2BC$ , 若 $\triangle ABC$ 的面积是2, 则 $\triangle AEF$ 的面积是【 】



A. 14

B. 12

C. 10

D. 8

E. 6





## 练习

3. (2020) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中,  $\angle ABC = 30^\circ$ , 将线段 $AB$ 绕点 $B$ 旋转至 $DB$ , 使 $\angle DBC = 60^\circ$ , 则 $\triangle DBC$ 与 $\triangle ABC$ 的面积之比为【 】

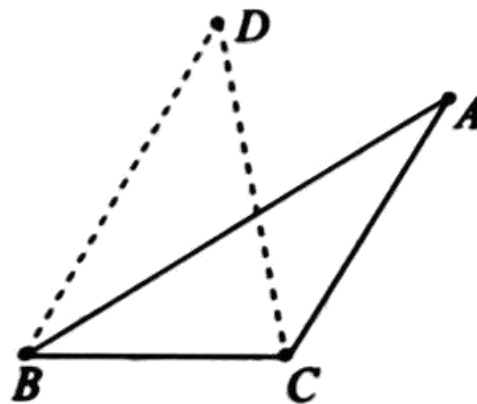
A. 1

B.  $\sqrt{2}$

C. 2

D.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

E.  $\sqrt{3}$

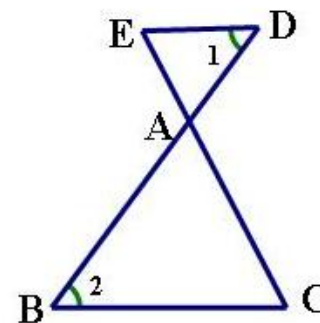
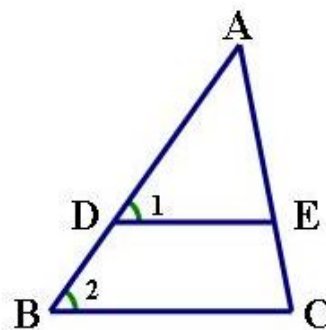




## 二、相似三角形★

### 1. 判定:

- ✓ 三边对应成比例
- ✓ 两边对应成比例且夹角相等
- ✓ 两对应角相等



### 2. 性质

相似三角形面积比等于相似比的平方

相似比:  $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2} = k$



## 练习

4. (2022) 在 $\triangle ABC$ 中,  $D$ 为 $BC$ 边上的点,  $BD$ 、 $AB$ 、 $BC$ 成等比数列, 则 $\angle BAC = 90^\circ$ . 【 】

(1)  $BD = DC$ .

(2)  $AD \perp BC$ .



## 练习

5. (2013) 如图, 在直角三角形ABC中,  $AC=4$ ,  $BC=3$ ,  $DE \parallel BC$ . 已知梯形BCED的面积为3, 则DE的长为【 】

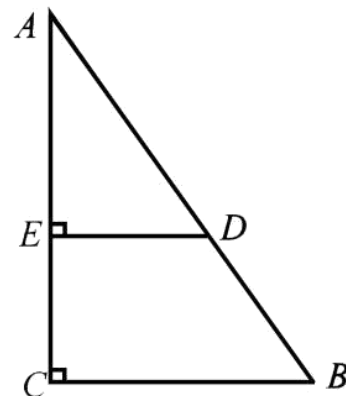
A.  $\sqrt{3}$

B.  $\sqrt{3}+1$

C.  $4\sqrt{3}-4$

D.  $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

E.  $\sqrt{2}+1$





## 练习

6. (2022) 在直角三角形 $ABC$ 中,  $D$ 是斜边 $AC$ 的中点, 以 $AD$ 为直径的圆交 $AB$ 于 $E$ , 若 $\triangle ABC$ 的面积为8, 则 $\triangle AED$ 的面积为【 】

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

E. 6

# PART--02 割补法

---



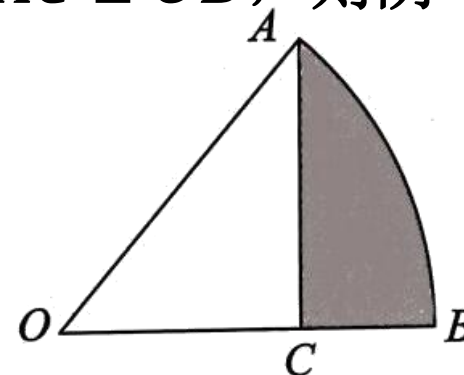
## 割补法★

求不规则图形的面积：通过割补法转变为规则图形



## 练习

7. (2017) 如图, 在扇形 $AOB$ 中,  $\angle AOB = \frac{\pi}{4}$ ,  $OA = 1$ ,  $AC \perp OB$ , 则阴影部分的面积为【 】



A.  $\frac{\pi}{8} - \frac{1}{4}$

B.  $\frac{\pi}{8} - \frac{1}{8}$

C.  $\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}$

D.  $\frac{\pi}{4} - \frac{1}{4}$

E.  $\frac{\pi}{4} - \frac{1}{8}$

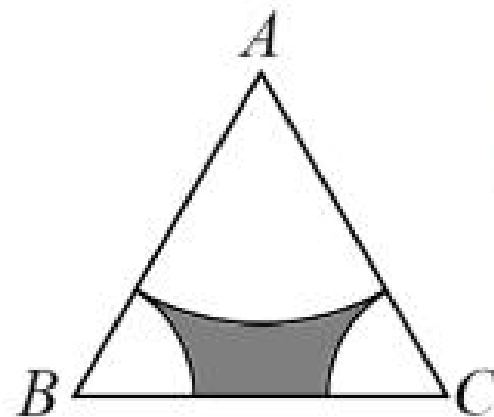




## 练习

8. (2024) 如图, 正三角形 $ABC$ 边长为3, 以 $A$ 为圆心, 以2为半径作圆弧, 再分别以 $B$ ,  $C$ 为圆心, 以1为半径作圆弧, 则阴影面积为\_\_\_\_. 【 】

- A.  $\frac{9}{4}\sqrt{3} - \frac{\pi}{2}$
- B.  $\frac{9}{4}\sqrt{3} - \pi$
- C.  $\frac{9}{8}\sqrt{3} - \frac{\pi}{2}$
- D.  $\frac{9}{8}\sqrt{3} - \pi$
- E.  $\frac{3}{4}\sqrt{3} - \frac{\pi}{2}$



# PART--03 圆柱与球

---



## 公式★

1. 圆柱 体积:  $V = \pi r^2 h$

侧面积:  $S = 2\pi r h$

全面积:  $F = S_{\text{侧}} + 2S_{\text{底}} = 2\pi r h + 2\pi r^2$

2. 球 面积:  $S = 4\pi R^2$

体积:  $V = \frac{4}{3}\pi R^3$



## 练习

9. (2015) 有一根圆柱形铁管，管壁厚度为0.1米，内径为1.8米，长度为2米. 若将该铁管熔化后浇铸成长方体，则该长方体的体积为（单位：立方米； $\pi \approx 3.14$ ）【 】

A.  $0.38m^3$

B.  $0.59m^3$

C.  $1.19m^3$

D.  $5.09m^3$

E.  $6.28m^3$



## 练习

10. (2013) 将体积为 $4\pi cm^3$ 和 $32\pi cm^3$ 的两个实心金属球熔化后铸成一个实心大球，则大球的表面积为【 】

A.  $32\pi cm^2$

B.  $36\pi cm^2$

C.  $38\pi cm^2$

D.  $40\pi cm^2$

E.  $42\pi cm^2$



## 练习

11. (2018) 如图, 圆柱体的底面半径为2, 高为3, 垂直于底面的平面截圆柱体所得截面为矩形 $ABCD$ . 若弦 $AB$ 所对的圆心角为 $\frac{\pi}{3}$ , 则截掉部分(较小部分)的体积为【 】

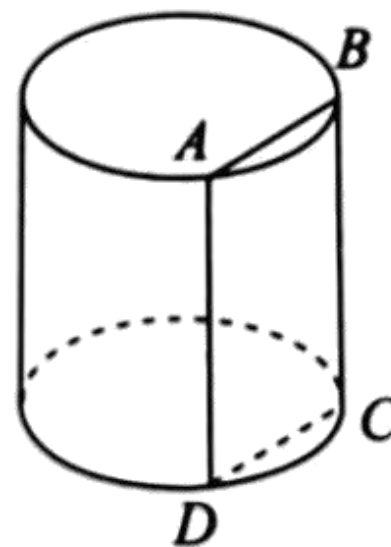
A.  $\pi - 3$

B.  $2\pi - 6$

C.  $\pi - \frac{3\sqrt{3}}{2}$

D.  $2\pi - 3\sqrt{3}$

E.  $\pi - \sqrt{3}$





## 练习

12. (2024) 如图, 圆柱形容器的底面半径是 $2r$ , 将半径为 $r$ 的铁球放入容器后, 液面的高度为 $r$ , 液面原来的高度为\_\_\_\_. 【 】

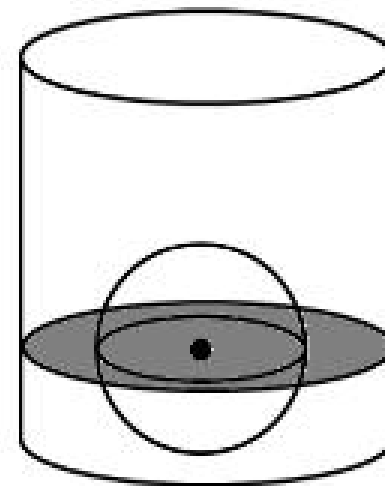
A.  $\frac{r}{6}$

B.  $\frac{r}{3}$

C.  $\frac{r}{2}$

D.  $\frac{2r}{3}$

E.  $\frac{5r}{6}$



# PART--04直线与圆的位置关系





## 一、直线、圆的方程★

1. 直线  $l: Ax + By + C = 0$  (一般式)

2. 圆:  $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$  (标准式)

圆心  $(x_0, y_0)$  到直线  $l$  的距离:  $d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$



## 二、位置关系★

### 1. $d$ 与 $r$ 的大小

(1) 相离:  $d > r$

(2) 相切:  $d = r$

(3) 相交:  $d < r$

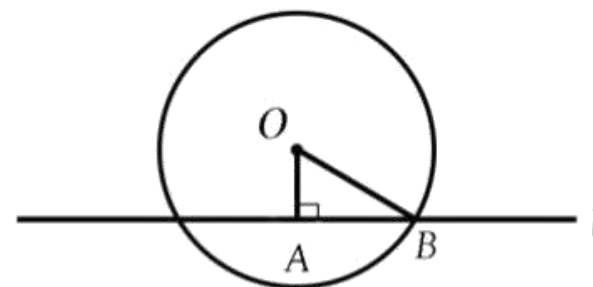
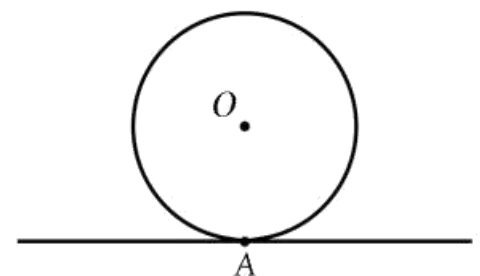
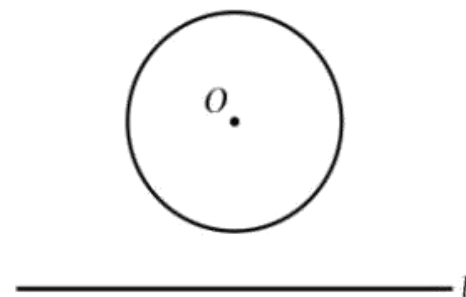
### 2. 直线与圆交点的个数

联立直线与圆方程所得一元二次方程根的个数

(1) 相离: 0个( $\Delta < 0$ )

(2) 相切: 1个( $\Delta = 0$ )

(3) 相交: 2个( $\Delta > 0$ )





## 练习

13. (2018) 已知圆  $C: x^2 + (y - a)^2 = b$ . 若圆在点  $(1, 2)$  处的切线与  $y$  轴的交点为  $(0, 3)$ , 则  $ab = \text{【 】}$

A.  $-2$

B.  $-1$

C.  $0$

D.  $1$

E.  $2$



## 练习

14. (2017) 圆  $x^2 + y^2 - ax - by + c = 0$  与  $x$  轴相切. 则能确定  $c$  的值. 【 】

(1) 已知  $a$  的值.

(2) 已知  $b$  的值.



## 练习

15. (2015) 若直线  $y=ax$  与圆  $(x-a)^2+y^2=1$  相切, 则  $a^2=$  【 】

A.  $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$

B.  $1 + \frac{\sqrt{3}}{2}$

C.  $\frac{\sqrt{5}}{2}$

D.  $1 + \frac{\sqrt{5}}{3}$

E.  $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

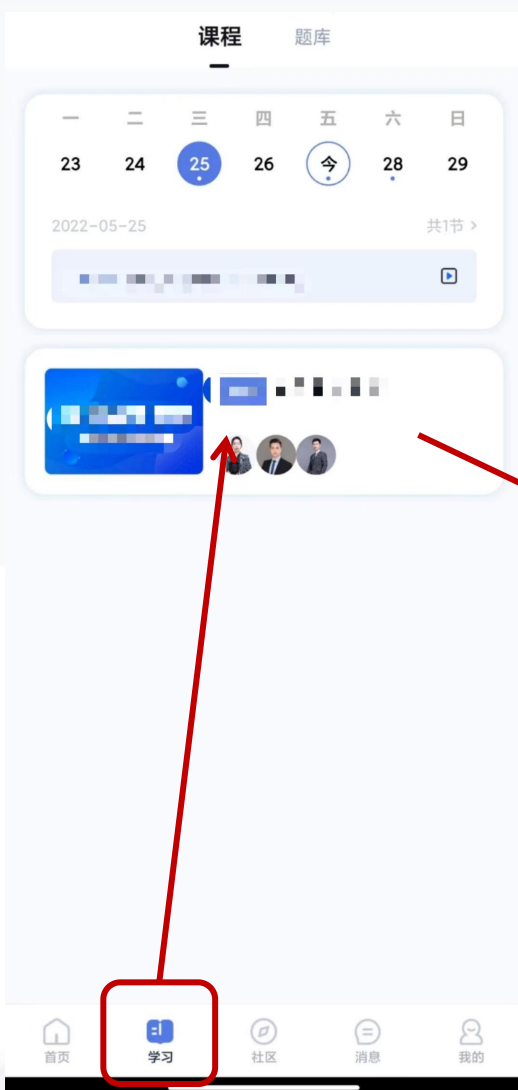


## 练习

16. (2019) 直线  $y = kx$  与圆  $x^2 + y^2 - 4x + 3 = 0$  有两个交点. 【 】

(1)  $-\frac{\sqrt{3}}{3} < k < 0.$

(2)  $0 < k < \frac{\sqrt{2}}{2}.$



师大云课堂→学习→点击课程→点击评价(5星好评)→提交评价

# 感谢聆听

---

主讲:媛媛老师

邮箱:family7662@dingtalk.com