全国硕士研究生招生考试

专题串讲课——管综(数学)

主讲:媛媛老师

邮箱:family7662@dingtalk.com

师大课堂
SHI DA KE TANG

串讲课5:排列组合与概率

串讲课5:排列组合与概率

	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023	2024
排列组合	1	2	1	3	1	1	1	2	3	1
概率	2	2	3	2	1	3	2	2	2	3

专题串讲课5:排列组合与概率

PART--01　排列组合

PART--02　概率

PART--03　正难则反

PART--01 排列组合

一、基本计数原理★

1. 分类加法计数原理

完成一件事有两类不同方案（两类不同方案中的方法互不相同），在第 1 类方案中有n种不同的方法，在第2类方案中有m种不同的方法，那么完成这件事共有$N=m+n$种不同的方法.

2. 分步乘法计数原理

完成一件事需要两个步骤，做第 1 步有m种不同的方法，做第 2 步有n种不同的方法，那么完成这件事共有$N=m\times n$种不同的方法.

二.排列与组合★

1. 排列

从n个不同元素中取出m（$m \le n$）个元素，并按照一定的顺序排成一列，叫做从n个不同元素中取出m个元素的一个排列，所有不同排列个数叫排列数，用A_n^m表示. $A_n^m = n(n-1)(n-2)\cdots(n-m+1)$

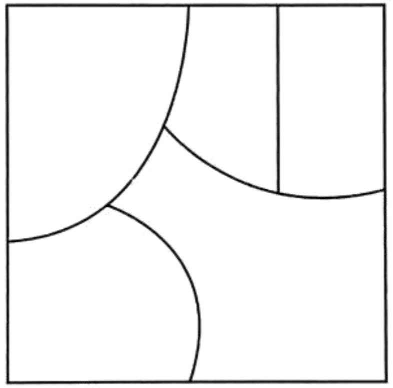
2. 组合

从n个不同元素中取出m（$m \le n$）个元素作为一组，叫做从n个不同元素中取出m个元素的一个组合，所有不同组合的个数叫组合数，用C_n^m表示.

$$C_n^m = \frac{A_n^m}{A_m^m} = \frac{A_n^m}{m!} = \frac{n(n-1)\cdots(n-m+1)}{m!}$$

练习

1.（2022）如图所示，用4种颜色对图中五块区域进行涂色，每块区域涂一种颜色，且相邻的两块区域颜色不同，则不同的涂色方法有【　】



A. 12种

B. 24种

C. 32种

D. 48种

E. 96种

练习

2.（2012）某商店经营15种商品，每次在橱窗内陈列5种，若每两次陈列的商品不完全相同，则最多可陈列【　　】

A. 3000次

B. 3003次

C. 4000次

D. 4003次

E. 4300次

练习

3.（2021）甲、乙两组同学中，甲组有3名男同学、3名女同学；乙组有4名男同学、2名女同学.从甲、乙两组中各选出2名同学，这4人中恰有1名女同学的选法有____种.【 】

A. 26

B. 54

C. 70

D. 78

E. 105

三.分堆与分配★

（一）分堆与分配

1.分堆

（1）指定数量分堆　　例如：4个小球，平均分成两组，每组2个小球

（2）未指定数量分堆　例如：3个小球，分成两组，每组至少1个小球

（3）指定元素的分堆　例如：6个人分成三组，每组2个人，且甲乙在同一组

2.分配

出现不同的归属对象，转化为分配问题.先分堆再排序.

例如：4封不同的信投入3个不同的信箱

三、分堆与分配★

例1：把3个不同的小球放到2个相同的盒子里，要求每个盒子不为空（每个盒子至少有1个小球），共有多少种放法？

三.分堆与分配★

例2：把4个不同的小球放到2个相同的盒子里，要求每个盒子不为空（每个盒子至少有1个小球），共有多少种放法？

盒子的球数可以分别为1个和3个、2个和2个

第一种：先从4个小球中任选一个放在其中一个盒子里C_4^1，再将剩下的3个小球放在另一个盒子里C_3^3，共有$C_4^1 \cdot C_3^3 = 4$种放法

第二种：先从4个小球中任选两个放在其中一个盒子里C_4^2，再将剩下的2个小球放在另一个盒子里C_2^2，共有$C_4^2 \cdot C_2^2 = 6$种放法？？

三.分堆与分配★

例2：把4个不同的小球放到2个相同的盒子里，要求每个盒子不为空（每个盒子至少有1个小球），共有多少种放法？

三.分堆与分配★

（一）分堆与分配

被分配元素不相同，并且要求受分配元素至少分得一个.

分堆时，出现相同数量的堆数时，要除以相同堆数的阶乘/全排列，以消除顺序.

（二）局部元素定序/相同

出现部分元素需按一定的顺序/相同时进行排列时，则要除以这部分元素数量的阶乘或全排列，以消除顺序.

三.分堆与分配★

（二）局部元素定序/相同

例3：甲乙丙丁四人排队，甲乙顺序一定，共有多少种排法？

例4：2个$\boldsymbol{a}$，1个$\boldsymbol{b}$，1个$\boldsymbol{c}$排列，共有多少种排法？

练习

4. （2017）将6人分成3组，每组2人，则不同的分组方式共有【 】.

A. 12种

B. 15种

C. 30种

D. 45种

E. 90种

练习

5.（2018）将6张不同的卡片2张一组分别装入甲、乙、丙3个袋中，若指定的2张卡片要在同一组，则不同的装法有【　　】

A. 12种

B. 18种

C. 24种

D. 30种

E. 36种

练习

6.（2023）快递员收到3个同城快递任务，取送地点各不相同，取送件可穿插进行，不同的送件方式有【　】

A. 6种

B. 27种

C. 36种

D. 90种

E. 360种

PART--02 概率

一、古典概型★

$$P(A)=\frac{\text{事件}A\text{包含的基本事件数}k}{\text{样本空间中基本事件总数}n}$$

练习

7.（2024）将3张写有不同数字的卡片随机地排成一排，数字面朝下.翻开左边和中间的2张卡片，如果中间卡片上的数字大，那么取中间的卡片，否则取右边的卡片.则取出的卡片上的数字的为最大的概率为____.【　】

A. $\frac{5}{6}$

B. $\frac{2}{3}$

C. $\frac{1}{2}$

D. $\frac{1}{3}$

E. $\frac{1}{4}$

练习

8. （2012）在一次商品促销活动中，主持人出示了一个9位数，让顾客猜测商品的价格. 商品的价格是该9位数中从左到右相邻的3个数字组成的3位数. 若主持人出示的是513535319，则顾客一次猜中价格的概率是【　】

A. $\frac{1}{7}$

B. $\frac{1}{6}$

C. $\frac{1}{5}$

D. $\frac{2}{7}$

E. $\frac{1}{3}$

练习

9.（2017）甲从1，2，3中抽取一个数，记为a；乙从1，2，3，4中抽取一个数，记为b. 规定当$a>b$或者$a+1<b$时甲获胜，则甲获胜的概率为【　】

A. $\frac{1}{6}$

B. $\frac{1}{4}$

C. $\frac{1}{3}$

D. $\frac{5}{12}$

E. $\frac{1}{2}$

练习

10.（2021）某商场利用抽奖方式促销，100个奖券中设有3个一等奖、7个二等奖，则一等奖先于二等奖抽完的概率为【   】

A. 0. 3

B. 0. 5

C. 0. 6

D. 0. 7

E. 0. 73

二、独立事件★

两事件中任一事件的发生不影响另一事件的概率

相互独立的事件A与B同时发生的概率＝事件A的概率×事件B的概率

$$P(AB)=P(A)\times P(B)$$

练习

11.（2017）某试卷由15道选择题组成，每道题有4个选项，只有一项是符合试题要求的. 甲有6道题能确定正确选项，有5道题能排除2个错误选项，有4道题能排除1个错误选项. 若从每题排除后剩余的选项中选1个作为答案，则甲得满分的概率为【　　】

A. $\frac{1}{2^4}\cdot\frac{1}{3^5}$

B. $\frac{1}{2^5}\cdot\frac{1}{3^4}$

C. $\frac{1}{2^5}+\frac{1}{3^4}$

D. $\frac{1}{2^4}\cdot\left(\frac{3}{4}\right)^5$

E. $\frac{1}{2^4}+\left(\frac{3}{4}\right)^5$

练习

12.（2014）掷一枚均匀的硬币若干次，当正面向上次数大于反面向上次数时停止，则在4次之内停止的概率为【　】

A. $\frac{1}{8}$

B. $\frac{3}{8}$

C. $\frac{5}{8}$

D. $\frac{3}{16}$

E. $\frac{5}{16}$

练习

13. （2018）甲、乙两人进行围棋比赛，约定先胜2盘者赢得比赛. 已知每盘棋甲获胜的概率是0.6，乙获胜的概率是0.4. 若乙在第一盘获胜，则甲赢得比赛的概率为【　】

A. 0.144

B. 0.288

C. 0.36

D. 0.4

E. 0.6

三.伯努利概型★

设在一次试验中，事件A发生的概率为$p(0 < p < 1)$，则在n次独立重复试验中这个事件恰好发生k次的概率为：

$P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k}$，$k = 0, 1, 2 \cdots n$，其中$q = 1 - p$.

$k = n$时，即在n次独立重复试验中事件A全部发生，概率为p^n

$k = 0$时，即在n次独立重复试验中事件A没有发生，概率为$(1 - p)^n$

练习

14.（2017）某人参加资格考试，有A类和B类选择，A类的合格标准是抽3道题至少会做2道，B类的合格标准是抽2道题需都会做.则此人参加A类合格的机会大.【　　】

（1）此人A类题中有60%会做.

（2）此人A类题中有80%会做.

PART--03 正难则反

正难则反★

若事件的正面情况较多，可以从反面入手，既适用于排列组合也适用于概率.

练习

15.（2023）某公司财务部有2名男员工、3名女员工，销售部有4名男员工、1名女员工，现要从中选2名男员工、1名女员工组成工作小组，并要求每部门至少有1名员工入选，则工作小组的构成方式有【　】

A. 24种

B. 36种

C. 50种

D. 51种

E. 68种

练习

16. （2019）某中学的5个学科各推荐了2名教师作为支教候选人. 若从中选派来自不同学科的2人参加支教工作，则不同的选派方式有【　　】

A. 20种

B. 24种

C. 30种

D. 40种

E. 45种

练习

17.（2021）从装有1个红球、2个白球、3个黑球的袋中随机取出3个球，则这3个球的颜色至多有两种的概率为【　】

A. 0. 3

B. 0. 4

C. 0. 5

D. 0. 6

E. 0. 7

练习

18.（2012）经统计，某机场的一个安检口每天中午办理安检手续的乘客人数及相应的概率如下表：

乘客人数	0~5	6~10	11~15	16~20	21~25	25 以上
概率	0.1	0.2	0.2	0.25	0.2	0.05

该安检口2天中至少有1天中午办理安检手续的乘客人数超过15的概率是【　】

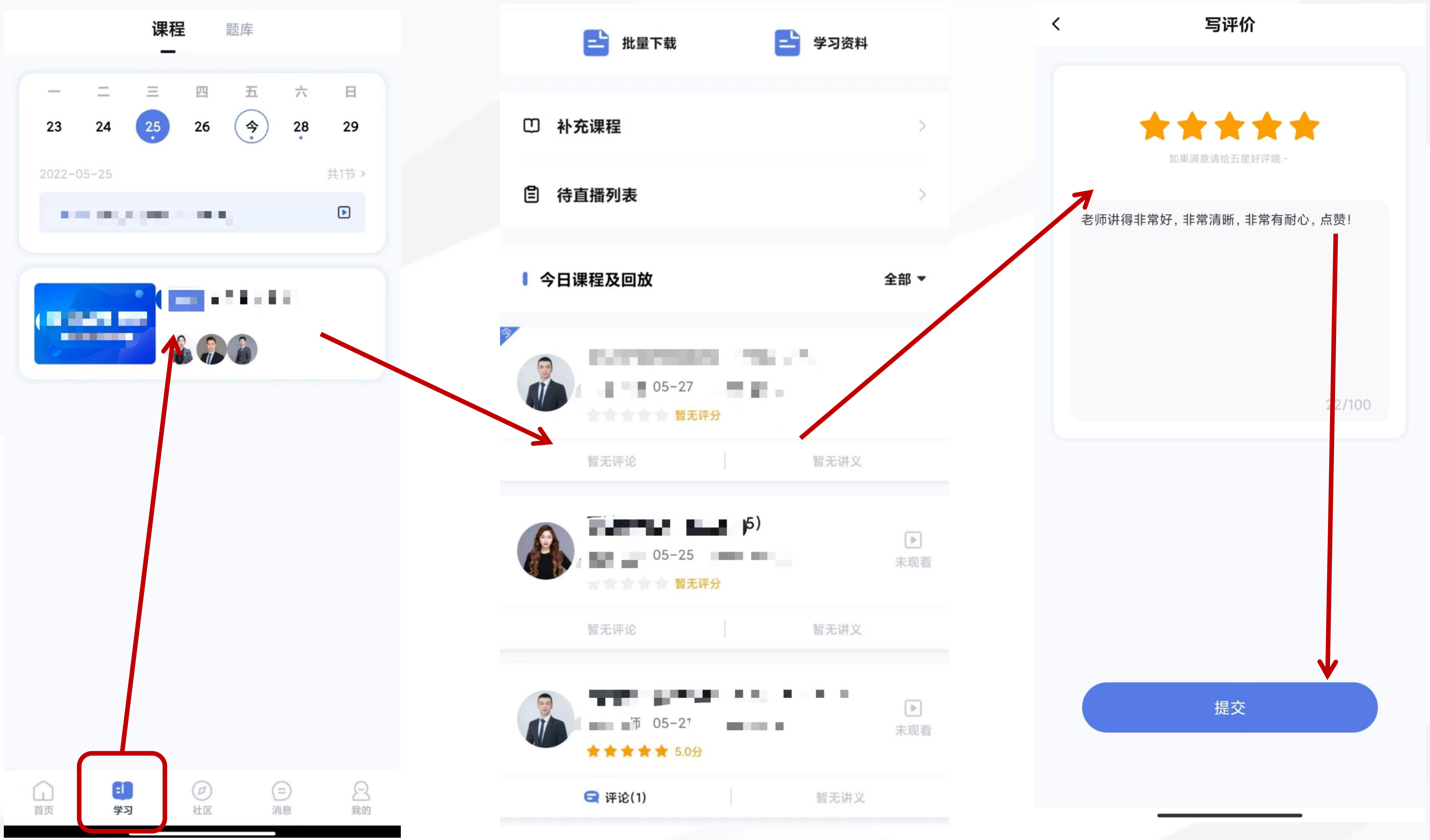
A. 0.2

B. 0.25

C. 0.4

D. 0.5

E. 0.75



师大云课堂→学习→点击课程→点击评价(5星好评)→提交评价

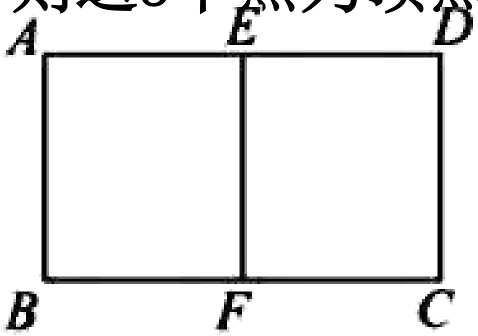
师大课堂
SHI DA KE TANG

感 谢 聆 听

主讲:媛媛老师
邮箱:family7662@dingtalk.com

补充练习

（2023）如图所示，在矩形$ABCD$中，$AD=2AB$，E，F分别为AD，BC的中点，从A、B、C、D、E、F中任意取3个点，则这3个点为顶点可以组成直角三角形的概率为【　】



A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{11}{20}$

C. $\frac{3}{5}$

D. $\frac{13}{20}$

E. $\frac{7}{10}$