全国硕士研究生招生考试

管综数学

主讲:媛媛老师

邮箱:family7662@dingtalk.com

师大课堂
SHI DA KE TANG

第五章 数据分析

第一节 排列与组合

师大课堂
SHI DA KE TANG

第五章　第一节排列与组合

年度	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023
考频	1	2	1	3	1	1	1	2	4

第五章 第一节排列与组合

一、基本计数原理

（一）分类加法计数原理

完成一件事有两类不同方案（两类不同方案中的方法互不相同），在第 1 类方案中有m种不同的方法，在第2类方案中有n种不同的方法，那么完成这件事共有$N=m+n$种不同的方法.

一、基本计数原理

（一）分类加法计数原理

运用加法原理计数，关键在于合理分类，不重不漏

- ✓ 要求每一类办法中的每一种方法都可以独立完成此任务
- ✓ 两类不同办法中的具体方法互不相同(即分类不重).
- ✓ 完成此任务的任何一种方法都属于某一类(即分类不漏)

一、基本计数原理

【例1】甲同学计划五一去重庆游玩，从南京出发，五一当天南京到重庆的火车有 4 班，轮船有3班，飞机有5班，则甲同学一共有(　)种不同的走法.

(A) 3　　(B)2　　(C) 5　　(D) 12　　(E) 30

一、基本计数原理

【例1】甲同学计划五一去重庆游玩，从南京出发，五一当天南京到重庆的火车有 4 班，轮船有3班，飞机有5班，则甲同学一共有(D　)种不同的走法.

(A) 3　　(B)2　　(C) 5　　(D) 12　　(E) 30

【解析】从南京到重庆有三类办法：第一类乘坐火车，有4种方法；第二类乘坐轮船，有3种方法；第三类乘坐飞机，有5种方法；所以甲同学一共有4+3+5=12(种)走法. 选D.

一、基本计数原理

（二）分步乘法计数原理

完成一件事需要两个步骤，在第 1 步有m种不同的方法，在第2步有n种不同的方法，那么完成这件事共有$N = m \times n$种不同的方法.

一、基本计数原理

（三）两个原理的区别与联系

（1）不同类的方法 (其中每一个方法都能把事情从头至尾做完) 数之间做加法，不同步的方法(其中每一个方法都只能完成这件事的一部分)数之间做乘法.

（2）分类处理：当问题总体不好解决时，常分成若干类，再由分类计数原理得出结论。

（3）分步处理：当问题总体不好解决时，常分成若干步，再由分步计数原理解决，在处理排列组合问题时，常常既要分类，又要分步，其原则是先分类，后分步.

一、基本计数原理

【例2】枚骰子抛掷两次，两次出现的数字之和为奇数的情况有

(　　)种

(A) 6　　(B)12　　(C) 18　　(D) 24　　(E) 36

一、基本计数原理

【例2】枚骰子抛掷两次，两次出现的数字之和为奇数的情况有

(　C　)种

(A) 6　　(B)12　　(C) 18　　(D) 24　　(E) 36

【解析】两次之和为奇数，可分为两种情况：

第一次为奇数、第二次为偶数时，有3×3=9(种)；

第一次为偶数、第二次为奇数时，有3×3=9(种)；因此共有18种，选C.

一、基本计数原理

【例3】图书室书架上存有故事书2本、儿童画报3本，作文书4本.

(1)从这些书中任选一本共有(D)种不同的选择方法.

(A) 5　(B) 6　(C) 8　(D) 9　(E) 10

(2)从这些书中每种品类各选一本共有(B)种不同的选择方法.

(A)20　(B) 24　(C)28　(D) 32　(E) 36

(3)从这些书中任选两本相同品类的书共有(A)种不同的选择方法.

(A)10　(B) 12　(C) 14　(D) 16　(E)18

二、排列与排列数

1.排列

从n个不同元素中取出m（$m \leq n$）个元素，并按照一定的顺序排成一列，叫做从n个不同元素中取出m个元素的一个排列.

2.排列数

从n个不同元素中取出m（$m \leq n$）个元素的所有不同排列的个数，叫做从n个不同元素中取出m个元素的排列数，用符号A_n^m（或P_n^m）表示.

当$m = n$时，A_n^n称为全排列.

二、排列与排列数

3.计算公式

$A_n^m = n \times (n-1) \times (n-2) \times \cdots \times (n-m+1)$

$A_n^n = n \times (n-1) \times (n-2) \times \cdots \times 3 \times 2 \times 1 = n!$（$n$的阶乘）

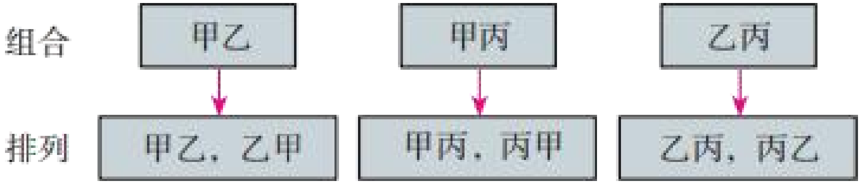
规定$0! = 1$

$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$

三.组合与组合数

1.组合

一般地，从n个不同元素中取出m（$m \leq n$）个元素作为一组，叫做从n个不同元素中取出m个元素的一个组合.



三.组合与组合数

2.组合数

我们把从n个不同元素中取出m（$m \leq n$）个元素的所有不同组合的个数，叫做从n个不同元素中取出m个元素的组合数，用符号C_n^m表示.

三.组合与组合数

3.计算公式

$$C_n^m=\frac{A_n^m}{A_m^m}=\frac{A_n^m}{m!}=\frac{\frac{n!}{(n-m)!}}{m!}=\frac{n!}{m!\,(n-m)!}$$

✓ $C_n^0=C_n^n=1$；$C_n^1=C_n^{n-1}=n$

✓ $C_n^m=C_n^{n-m}$（等式两边下标相同，上标之和等于下标）

✓ $C_{n+1}^m=C_n^m+C_n^{m-1}$

三.组合与组合数

4.解题准则及思维体系

（1）根本方法（列举、穷举法·）

（2）取样

（3）排序

（4）取排组合

（5）分类与取排结合

（6）反面思维法

三.组合与组合数

4.解题准则及思维体系

（1）根本方法（列举、穷举法）

✓ 考试的重点，更是从本质上理解排列组合及发现排列组合错误的根本方法.

✓ 列举的标准要选好，不要出现重复或者遗漏

三.组合与组合数

4.解题准则及思维体系

（1）根本方法（列举、穷举法）

【例4】各数位的数字之和是 24 的三位数共有(　　)个

(A)5　　(B)6　　(C)8　　(D)10　　(E)12

三.组合与组合数

4.解题准则及思维体系

（1）根本方法（列举、穷举法）

【例4】各数位的数字之和是 24 的三位数共有(D)个

(A)5 (B)6 (C)8 (D)10 (E)12

【解析】一个数各个数位上的数字最大只能是9,24可分拆为：24=9+9+6;24=9+8+7;24=8+8+8.运用加法原理，把组成的三位数分为三大类：

①由9、9、6三个数字可组成3个三位数：996、969、699;897、879、798、789;

②由9、8、7三个数字可组成6个三位数：987、978、

③由8、8、8三个数字可组成1个三位数：888.所以组成三位数共有3+6+1=10(个).

选D.

三.组合与组合数

4.解题准则及思维体系

（1）根本方法（列举、穷举法）

【例5】从1到300的自然数中，完全不含有数字3的数有(　　)个

(A)240　(B)242　(C)248　(D)252　(E)262

三.组合与组合数

4.解题准则及思维体系

（1）根本方法（列举、穷举法）

【例5】从1到300的自然数中，完全不含有数字3的数有(　B　)个

(A)240　　(B)242　　(C)248　　(D)252　　(E)262

【解析】符合要求的自然数可以分为三类：

(1)一位数：有1、2、4、5、6、7、8、9共8个；

(2)两位数：在十位上出现的数字有1、2、4、5、6、7、8、9共8种情况，在个位上出现的数字有0、1、2、4、5、6、7、8、9共9种情况，则两位数有8×9=72(个)；

(3)三位数：百位上出现的数字有1、2两种情况，在十位上与个位上出现的数字各有0、1、2、4、5、6、7、8、9共9种情况，则三位数有2×9×9=162(个).由加法原理从1到300的自然数中完全不含有数字3的有8+72+162=242(个).选B.

三.组合与组合数

4.解题准则及思维体系

（2）取样

✓选取元素或位置，用组合C_n^m

✓当样本元素多，需要的元素少时，需要选取，即供大于求时，需要选取.供求相等时只有一种选法.

✓对于相同元素，无论选取几个，都只有一种选法.

✓分类取样:属于常考取样，比如样本分为男女两类、按科目或部门分类等，要分别从不同类别选取对应数量要求的元素.

三.组合与组合数

4.解题准则及思维体系

（2）取样

【例6】从8名男生和6名女生中选出6 人参加游泳比赛，在下列条件下，分别有多少种选法?

(1)恰有3名女生入选　　(2)至少有两名女生人选

(3)某两名女生、某两名男生必须入选

三.组合与组合数

4.解题准则及思维体系

（2）取样

【例6】从8名男生和6名女生中选出6 人参加游泳比赛，在下列条件下，分别有多少种选法?

(1)恰有3名女生入选　　(2)至少有两名女生人选

(3)某两名女生、某两名男生必须入选

【解析】(1)恰有3名女生入选，说明男生有3人入选，应为$C_6^3C_8^3$种

(2)要求至少两名女生入选，那么“只有一名女生入选”和“没有女生入选”都不符合要求.

运用包含与排除的方法，从所有可能的选法中减去不符合要求的情况：$C_{14}^6-C_8^6-C_8^5C_6^1$种；

(3)4人必须入选，则从剩下的10人中再选出另外2人，有C_{10}^2种

三.组合与组合数

4.解题准则及思维体系

（3）排序

关键看选出的元素与顺序是否有关，若交换某两个元素的位置对结果产生影响，则是排列问题，而交换任意两个元素的位置对结果没有影响，则是组合问题.

三.组合与组合数

4.解题准则及思维体系

（3）排序

【例7】电视台连续播放6个广告，其中含4个不同的商业广告和2个不同的公益广告，要求首尾必须播放公益广告，则共有(　)种不同的播放方式.

(A) 24　　(B) 36　　(C)48　　(D)64　　(E) 72

三.组合与组合数

4.解题准则及思维体系

（3）排序

【例7】电视台连续播放6个广告，其中含4个不同的商业广告和2个不同的公益广告，要求首尾必须播放公益广告，则共有(C)种不同的播放方式.

(A) 24　　(B) 36　　(C)48　　(D)64　　(E) 72

【解析】分两步：首尾必须播放公益广告，有2!种；中间4个为不同的商业广告，有4!种，从而应当有2!·4!=48(种).从而选C.

三.组合与组合数

4.解题准则及思维体系

（4）取排组合

✓ 何时需要选取

✓ 何时需要排序

✓ 两者同时出现时，先取后排

三.组合与组合数

4.解题准则及思维体系

（4）取排组合

【例8】5个人全体排成一行，求满足下列条件的不同排法.

(1)甲不在正中间也不在两端，有(　)种不同的排法

(A) 40　(B) 42　(C) 44　(D)48　(E)64

(2)甲、乙两人必须排在两端，有(　)种不同的排法

(A) 12　(B) 14　(C)18　(D) 20　(E)64

三.组合与组合数

4.解题准则及思维体系

（4）取排组合

【例8】5个人全体排成一行，求满足下列条件的不同排法.

(1)甲不在正中间也不在两端，有(D)种不同的排法

(A) 40　　(B) 42　　(C) 44　　(D)48　　(E)64

(2)甲、乙两人必须排在两端，有(A)种不同的排法

(A) 12　　(B) 14　　(C)18　　(D) 20　　(E)64

【解析】(1)先排甲，5个位置除了中间和两端之外的2个位置都可以排，有2种选择，剩下的4个人随意排，由乘法原理，共有$C_2^1 \cdot 4!=48$(种)排法.选D.

(2)甲、乙先排在两端，有2!种排法；剩下的3个人随意排，有3!种排法.由乘法原理，共有$2! \cdot 3!=12$(种)排法.选A.

三.组合与组合数

4.解题准则及思维体系

（5）分类与取排结合

对于一些比较复杂的综合题目，由于出现很多干扰因素，故需要先分类(有时某一大类里面又需要分为若干小类)，然后对每一类再分步，结合取排分析求解.

三.组合与组合数

4.解题准则及思维体系

（5）分类与取排结合

【例9】从-3，-2，-1，0，1，2，3，4 八个数字中任取三个不同的数字作为二次函数$y = ax^2 + bx + c$的系数a, b, c的取值，则共能组成(　)个不同的二次函数.

(A) 280　　(B) 294　　(C) 296　　(D)298　　(E)304

三.组合与组合数

4.解题准则及思维体系

（5）分类与取排结合

【例9】从-3，-2，-1，0，1，2，3，4 八个数字中任取三个不同的数字作为二次函数 $y = ax^2 + bx + c$的系数a, b, c的取值，则共能组成(B)个不同的二次函数.

(A) 280　　(B) 294　　(C) 296　　(D)298　　(E)304

【解析】从八个数字中任取三个不同的数字作为二次函数y=ax²+bx+c的系数a, b, c的取值，交换a, b, c的具体取值，得到的二次函数就不同，因而本题是个排列问题. 根据是否含零，分类讨论. a, b, c中不含0时，有$C_7^3 \cdot 3!$个；a, b, c中含有0时，有$C_7^2 C_2^1 \cdot 2!$个. 故共有$C_7^3 \cdot 3! + C_7^2 C_2^1 \cdot 2! = 294$(个)不同的二次函数. 选B.

三.组合与组合数

4.解题准则及思维体系

（6）反面思维法

对某些排列组合问题，当从正面入手情况复杂，不易解决时，可考虑从反面入手，将其等价转化为一个较简单的问题来处理，即采用先求总的排列数(或组合数)，再减去不符合要求的排列数(或组合数)，从而使问题获得解决的方法，其实它就是补集思想.

三.组合与组合数

4.解题准则及思维体系

（6）反面思维法

【例9】从-3，-2，-1，0，1，2，3，4八个数字中任取三个不同的数字作为二次函数$y = ax^2 + bx + c$的系数a, b, c的取值，则共能组成(B)个不同的二次函数.

(A) 280　　(B) 294　　(C) 296　　(D)298　　(E)304

四、常见题型及解题方法

1.特殊元素或位置：优先考虑特殊要求的元素或位置

【例10】从7个不同的文艺节目中选5个编成一个节目单，如果某女演员的独唱节目一定不能排在第二个节目的位置上，则共有(　)种不同的排法.

(A) 2060　(B) 2080　(C) 2120　(D)2160　(E)2180

四、常见题型及解题方法

1.特殊元素或位置：优先考虑特殊要求的元素或位置

【例10】从7个不同的文艺节目中选5个编成一个节目单，如果某女演员的独唱节目一定不能排在第二个节目的位置上，则共有(D)种不同的排法.

(A) 2060　　(B) 2080　　(C) 2120　　(D)2160　　(E)2180

【解析】方法一：从特殊位置考虑时，$C_6^1\cdot C_5^4\cdot 4!=2160$.

方法二：从特殊元素考虑时，若选中女演员，则$C_4^1\cdot C_6^4\cdot 4!$;若不选女演员，则为$C_6^5\cdot 5!$，因此，共有$C_4^1\cdot C_6^4\cdot 4!+C_6^5\cdot 5!=2160$(种).

方法三：(间接法)$C_7^5\cdot 5!-C_6^4\cdot 4!=2160$. 选D.

四、常见题型及解题方法

2.相邻元素或位置：捆绑打包法（相邻元素捆绑看做一个整体）

【例11】7人站成一排，其中甲、乙相邻且丙、丁相邻，共有(　)种不同的排法

(A) 480　　(B) 460　　(C) 420　　(D)408　　(E)390

四、常见题型及解题方法

2.相邻元素或位置：捆绑打包法（相邻元素捆绑看做一个整体）

【例11】7人站成一排，其中甲、乙相邻且丙、丁相邻，共有(A)种不同的排法

(A) 480　(B) 460　(C) 420　(D)408　(E)390

【解析】可先将甲、乙两元素捆绑成整体并看成一个复合元素，同时丙、丁也看成一个复合元素，再与其他元素进行排列，同时对相邻元素内部进行自排. 由分步计数原理可得共有2!・2!・5!=480(种)不同的排法. 选A.

四、常见题型及解题方法

3.不相邻元素或位置

插空法：先将其他元素排列好，然后再将不相邻的元素在这些排好的元素之间及两端的空隙中插入.

【例12】4男3女共7人站成一排照相，若要求3个女生不相邻，则有(　)种不同的排法

(A) 1020　　(B) 1040　　(C) 1140　　(D)1220　　(E)1440

四、常见题型及解题方法

3.不相邻元素或位置

插空法：先将其他元素排列好，然后再将不相邻的元素在这些排好的元素之间及两端的空隙中插入.

【例12】4男3女共7人站成一排照相，若要求3个女生不相邻，则有(E)种不同的排法

(A) 1020　(B) 1040　(C) 1140　(D)1220　(E)1440

【解析】先将4个男生排好有4!种排法，再在这4人之间及两端的5个“空”中选3个位置让3个女生插入，则有$C_5^3 \cdot 3!$种方法，这样共有$4! \cdot C_5^3 \cdot 3! = 1440$(种)不同排法. 选E.

四、常见题型及解题方法

4.排座位

有特殊要求时，先排特殊再排其他

（1）单排

（2）多排

（3）环排

四、常见题型及解题方法

4.排座位

【例13】6人围桌而坐，共有(　　)种坐法

(A) 99　　(B) 110　　(C) 120　　(D)240　　(E)720

四、常见题型及解题方法

4.排座位

【例13】6人围桌而坐，共有(C)种坐法

(A) 99　　(B) 110　　(C) 120　　(D)240　　(E)720

【解析】围桌而坐与坐成一排的不同点在于，坐成圆形没有首尾之分，所以固定一人，并从此位置把圆形展成直线，其余5人共有(6-1)!种排法，即5!，选C.

四、常见题型及解题方法

4.排座位

【例14】有前后两排座位，第一排 3 个座位，第二排 5个座位，若 8 位学生坐(每人一个座位)，则不同的坐法种数是(　　)

(A) C_8^3　　(B) $2!\cdot 6!$　　(C) $C_2^1\cdot 3!\cdot 5!$　　(D)$8!$　　(E)$3!\cdot 5!$

四、常见题型及解题方法

4.排座位

【例14】有前后两排座位，第一排 3 个座位，第二排 5个座位，若 8 位学生坐(每人一个座位)，则不同的坐法种数是(　D　)

(A) C_8^3　　(B) $2!\cdot 6!$　　(C) $C_2^1\cdot 3!\cdot 5!$　　(D)$8!$　　(E)$3!\cdot 5!$

【解析】因8名学生可在前后两排的8个座位中随意入座，再无其他条件，所以两排座位可看作一排来处理，其不同的坐法种数是8!，故应选D.

四、常见题型及解题方法

5.分房法

解决"允许重复排列问题"要注意区分两类元素：一类元素可以重复，另一类元素不能重复，把不能重复的元素看作"人"，能重复的元素看作"房"，再利用乘法原理直接求解的方法称为"分房法"。

公式：n个不同的元素没有限制地安排在 m 个位置上的排列数为m^n种.

例：把5名实习生分配到6个车间实习，共有6^5种不同的分法

四、常见题型及解题方法

6.隔板法

例：现有 10个完全相同的球全部分给7个班级，每班至少 1个球，则共有多少种不同的分法？

四、常见题型及解题方法

6.隔板法

例：现有 10个完全相同的球全部分给7个班级，每班至少 1个球，则共有多少种不同的分法？

首先按照一般方法来分析，分为三类思考.

(1) 有3个班每个班分到2个球，其余4个班每班分到1个球，其分法种数为C_7^3.

(2) 有1个班分到3个球，1个班分到2个球，其余5个班每班分到1个球，其分法种数为$C_7^1C_6^1$.

(3) 有1个班分到4个球，其余的6个班每班分到1个球，其分法种数为C_7^1.

所以，10个球的分法种数为$C_7^3+C_7^1C_6^1+C_7^1=84$.

四、常见题型及解题方法

6.隔板法

例：现有 10个完全相同的球全部分给7个班级，每班至少 1个球，则共有多少种不同的分法？

如图所示，将10个相同的球排成一行，10个球之间出现了9个空，现在用“挡板”把10个球隔成有序的7份，每个班级依次按班级序号分到对应位置的几个球(可能是1个、2个、3个、4个)．这样每个班级分到球的个数不在于它所排的位置，借助于这样的虚拟“挡板”分配物品的方法称为隔板法．

由上述情境分析知，分球的方法实际上为挡板的插法：即是在9个空之中插入6个“挡板”，其方法种数为C_9^6=84.

四、常见题型及解题方法

6.隔板法

（1）使用要求

✓ n个元素要相同

✓ m个分配对象不同

（2）公式

✓如果分配对象非空，即每个对象至少分一个，则有 C_{n-1}^{m-1}种

✓如果分配对象允许空，则有C_{n+m-1}^{m-1}种

四、常见题型及解题方法

6.隔板法

【例15】小红有10块糖，每天至少吃1块，7天吃完，她共有(　)种不同的吃法.

(A) 84　(B) 124　(C) 254　(D)358　(E)504

四、常见题型及解题方法

6.隔板法

【例15】小红有10块糖，每天至少吃1块，7天吃完，她共有(A)种不同的吃法.

(A) 84　　(B) 124　　(C) 254　　(D)358　　(E)504

【解析】10块糖有9个空，选6个空放挡板，有C_9^6=84(种)不同的吃法.

四、常见题型及解题方法

6.隔板法

【例16】把20个苹果分给3个小朋友，每人最少分3个，可以有( )种不同的分法.

(A) 84　　(B) 78　　(C) 74　　(D)72　　(E)70

四、常见题型及解题方法

师大课堂 SHI DA KE TANG

6.隔板法

【例16】把20个苹果分给3个小朋友，每人最少分3个，可以有(B)种不同的分法.

(A) 84　　(B) 78　　(C) 74　　(D)72　　(E)70

【解析】先给每人2个，还有14个苹果，每人至少分一个，13个空插2个板，有C_{13}^{2}=78(种)分法. 选B.

四、常见题型及解题方法

7.部分相同元素的排序/局部元素定序

在对元素排列时，出现部分元素相同（没有区别）/局部元素顺序固定，要除以相同元素数量的阶乘，以消除排序.

把n个元素进行排序时，其中m个元素需按照按一定的顺序/相同时

进行排列时，有$\frac{A_n^n}{A_m^m}=\frac{n!}{m!}$种排法.

例：甲乙丙三人排队，且甲、乙顺序一定，有多少种排法？

2个a，1个b，1个c排列，共有多少种排法？

四、常见题型及解题方法

8.分堆与分配（先分堆再分配）

（1）分堆

✓ 指定数量分堆　　例如：4个小球，平均分成两组，每组2个小球

✓ 未指定数量分堆　例如：3个小球，分成两组，每组至少1个小球

✓ 指定元素的分堆　例如：6个人分成三组，每组2个人，其中甲乙在同组

（2）分配

例如：4封不同的信投入3个不同的信箱

四、常见题型及解题方法

8.分堆与分配

例：把4个不同的小球放到2个相同的盒子里，要求每个盒子不为空（每个盒子至少有1个小球），共有多少种放法？

四、常见题型及解题方法

8.分堆与分配

例：把4个不同的小球放到2个相同的盒子里，要求每个盒子不为空（每个盒子至少有1个小球），共有多少种放法？

盒子的球数可以分别为1个和3个、2个和2个

第一种：先从4个小球中任选一个放在其中一个盒子里C_4^1，再将剩下的3个小球放在另一个盒子里C_3^3，共有$C_4^1 \cdot C_3^3 = 4$种放法

第二种：先从4个小球中任选两个放在其中一个盒子里C_4^2，再将剩下的2个小球放在另一个盒子里C_2^2，每组数量都是2，共两组，再除以A_2^2消序，共有$\frac{C_4^2 \cdot C_2^2}{A_2^2} = 3$种放法.

综上共有4+3=7种放法.

四、常见题型及解题方法

8.分堆与分配

被分配元素不相同，并且要求受分配元素至少分得一个.

分堆时，出现相同数量的堆数时，要除以相同堆数的阶乘/全排列，以消除排序.

四、常见题型及解题方法

8.分堆与分配

【例17】将6位志愿者分成4组，其中两个组各2人，另两个组各1人，分赴世博会的四个不同场馆服务，不同的分配方案有(　　)种.

(A) 880　　(B) 920　　(C) 1020　　(D)1060　　(E)1080

四、常见题型及解题方法

师大课堂 SHI DA KE TANG

8.分堆与分配

【例17】将6位志愿者分成4组，其中两个组各2人，另两个组各1人，分赴世博会的四个不同场馆服务，不同的分配方案有(E)种.

(A) 880 (B) 920 (C) 1020 (D)1060 (E)1080

【解析】先将6名志愿者分为4组，共有$\frac{C_6^2C_4^2C_2^1C_1^1}{2!\cdot 2!}$种分法，再将4组人员分到4个不同场馆去，共有4!种分法，故所有分配方案有$\frac{C_6^2C_4^2C_2^1C_1^1}{2!\cdot 2!}\cdot 4!=1080$(种). 选E.

四、常见题型及解题方法

9.对号与不对号

元素对号入座只有1种方法

元素不对号记答案：

两个不对号　　1种方法

三个不对号　　2种方法

四个不对号　　9种方法

五个不对号　　44种方法

四.常见题型及解题方法

9.对号与不对号

【例17】设有编号为1、2、3、4、5的5个小球和编号为1、2、3、4、5的5个盒子，现将这5个小球放入这5个盒子内，要求每个盒子内放一个球，且恰好有2个球的编号与盒子的编号相同，则这样的投放方法的总数为(　　)种.

(A) 20　　(B) 30　　(C) 45　　(D)60　　(E)130

四、常见题型及解题方法

9.对号与不对号

【例17】设有编号为1、2、3、4、5的5个小球和编号为1、2、3、4、5的5个盒子，现将这5个小球放入这5个盒子内，要求每个盒子内放一个球，且恰好有2个球的编号与盒子的编号相同，则这样的投放方法的总数为(A)种.

(A) 20　(B) 30　(C) 45　(D)60　(E)130

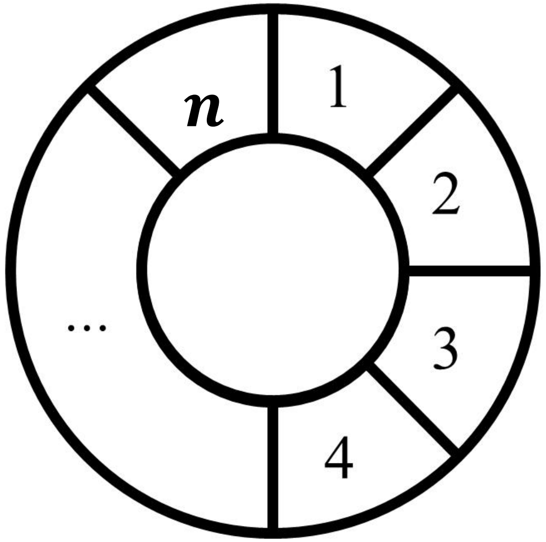
【解析】要求恰好有2个球的编号与盒子的编号相同，用分步原理：先从5个球里面选2个球使它的编号与盒子的编号相同，有C_5^2种，剩下3个球的编号与盒子的编号不同，有2种，故共有$10\times2=20$(种)，选A.

四、常见题型及解题方法

10.涂色问题

一般会要求相邻的颜色不同，可以按照所给区域逐一填涂（先从相邻区域最多的那一块开始涂），或者按照所用颜色的种类进行分类讨论.

环形涂色公式：设有m种不同颜色为n个不同区域进行涂色，则有$(m-1)^n+(-1)^n(m-1)(m\geq 2)$种方法.



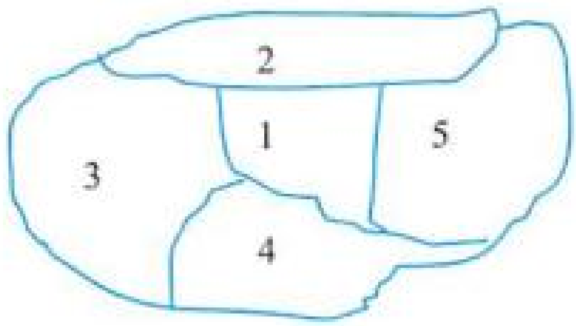
四.常见题型及解题方法

师大课堂 SHI DA KE TANG

10.涂色问题

【例18】如图，一个地区分为5个行政区域，现给地图着色，要求相邻区域不得使用同一颜色，现有4种颜色可供选择，则不同的方法共有(　　)种.

(A) 128　　(B) 92　　(C)86　　(D)72　　(E)76



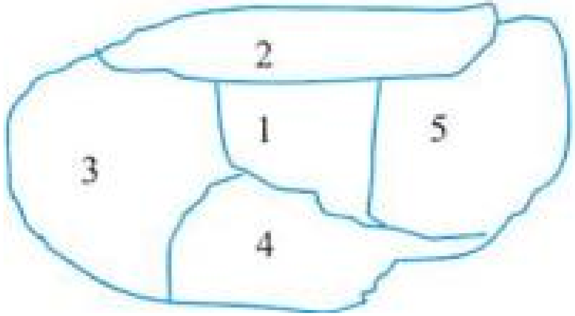
四、常见题型及解题方法

师大课堂 SHI DA KE TANG

10.涂色问题

【例18】如图，一个地区分为5个行政区域，现给地图着色，要求相邻区域不得使用同一颜色，现有4种颜色可供选择，则不同的方法共有(D)种.

(A) 128　　(B) 92　　(C)86　　(D)72　　(E)76



五.二项式定理

二项式定理		公式$(a+b)^n=C_n^0a^n+C_n^1a^{n-1}b+\cdots+C_n^{n-1}ab^{n-1}+C_n^nb^n$所表示的定理称为二项式定理
二项式展开式的特征	通项公式	第$k+1$项为$T_{k+1}=C_n^ka^{n-k}b^k$，$k=0,1,\cdots,n$
	项数	展开式共$n+1$项
	指数	a的指数：由$n\xrightarrow{\text{逐项减1}}0$；$b$的指数：由$0\xrightarrow{\text{逐项加1}}n$；各项$a$与$b$的指数之和为$n$
	展开式的最大系数	当n为偶数时，则中间项$\left(\text{第}\frac{n}{2}+1\text{项}\right)$系数$C_n^{\frac{n}{2}}$最大； 当$n$为奇数时，则中间两项$\left(\text{第}\frac{n+1}{2}\text{和}\frac{n+3}{2}\text{项}\right)$系数$C_n^{\frac{n+1}{2}}$最大
展开式系数之间的关系		(1) $C_n^r=C_n^{n-r}$，即与首末等距的两项系数相等； (2) $C_n^0+C_n^1+\cdots+C_n^n=2^n$，即二项式系数之和为$2^n$； (3) $C_n^0+C_n^2+C_n^4\cdots=C_n^1+C_n^3+C_n^5\cdots=2^{n-1}$，即奇数项系数和等于偶数项系数和

五、二项式定理

【例19】$\left(x^{\frac{1}{3}}+\frac{m}{x}\right)^{12}$的常数项值为$-220$，则整数$m$的值是(　).

(A) -3　　(B) 1　　(C) -1　　(D) 3　　(E) 2

五、二项式定理

【例19】$\left(x^{\frac{1}{3}}+\frac{m}{x}\right)^{12}$的常数项值为$-220$，则整数$m$的值是(　C　).

(A)-3　　(B) 1　　(C)-1　　(D)3　　(E)2

【解析】根据x的指数比例为$\frac{1}{3}$:(−1)，所以当k=3时为常数项，则

$C_{12}^{3}\left(x^{\frac{1}{3}}\right)^{9}\left(\frac{m}{x}\right)^{3}=220m^{3}=-220 \Rightarrow m=-1$，选C.

- **第五章 排列组合与概率**
  - **第一节 排列与组合**
    - 一、基本计数原理
    - 二、排列与排列数
    - 三、组合与组合数
    - 四、常见题型及解题方法
      - 1.特殊元素或位置
      - 2.相邻元素或位置（捆绑打包法）
      - 3.不相邻元素或位置（插空法）
      - 4.排座位
      - 5.分房法
      - 6.隔板法
      - 7.部分相同元素的排序/局部元素定序
      - 8.分堆与分配
      - 9.对号与不对号
      - 10.涂色问题
    - 五、二项式定理
  - **第二节 概率**