师大课堂
SHI DA KE TANG

基础必修—管综（数学）

平面几何与立体几何

主讲老师：媛媛老师

邮箱：family7662@dingtalk.com

目录

Contents

一、三角形

三角形

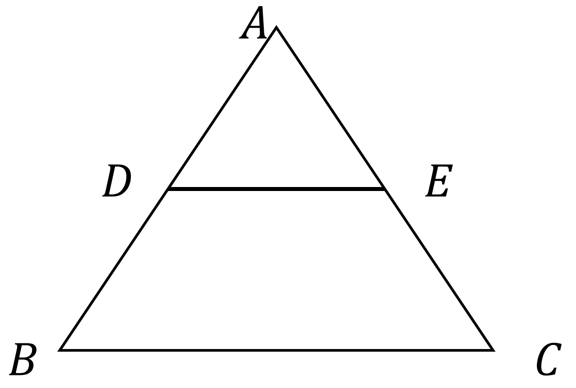
1.三角形的性质及相关公式

（1）一般三角形

✓ 任意两边之和大于第三边，即$a+b>c$；任意两边之差小于第三边，即 $a-b<c$

✓ 内角和为180°

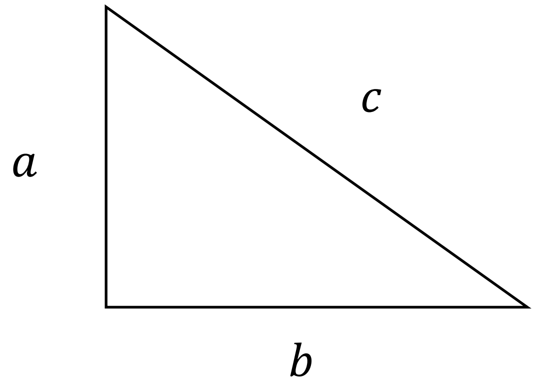
✓ 中位线定理：若D、E为中点，则$DE=\frac{1}{2}BC$



三角形

1.三角形的性质及相关公式

（2）直角三角形$Rt\Delta$



勾股定理：$a^2 + b^2 = c^2$

✓ 常见的勾股数：3,4,5　　6,8,10

✓ 特殊的直角三角形：

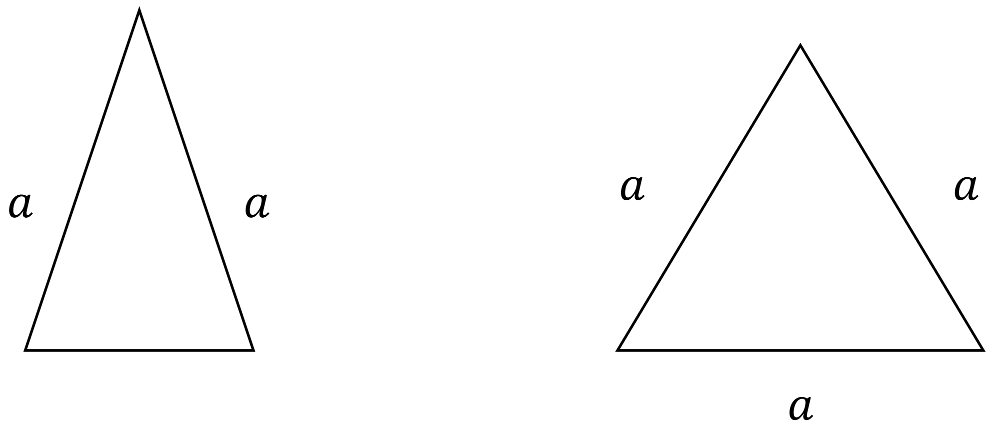
①两个锐角分别为为30°、60°，30°所对应的直角边是斜边的一半

②两个锐角均为45°（等腰直角三角形）

三角形

1.三角形的性质及相关公式

（3）等腰、等边三角形



顶角平分线、底边上的中线，底边上的高重合，即“三线合一”

练习

1.已知等腰三角形的周长为18，一边长为4，则它的底边长是【　】

A.4

B.7

C.10

D.4或7

E.4或10

练习

1.已知等腰三角形的周长为18，一边长为4，则它的底边长是【 A 】

A.4

B.7

C.10

D.4或7

E.4或10

【解析】①当4为底边时，腰长：$(18-4)\div 2=7$，因为7、7、4满足等腰三角形三边关系，则底边长为4.

②当4为腰时，底边长为$18-4\times 2=10$，因为$4+4<10$，不满足等腰三角形三边关系.故选A

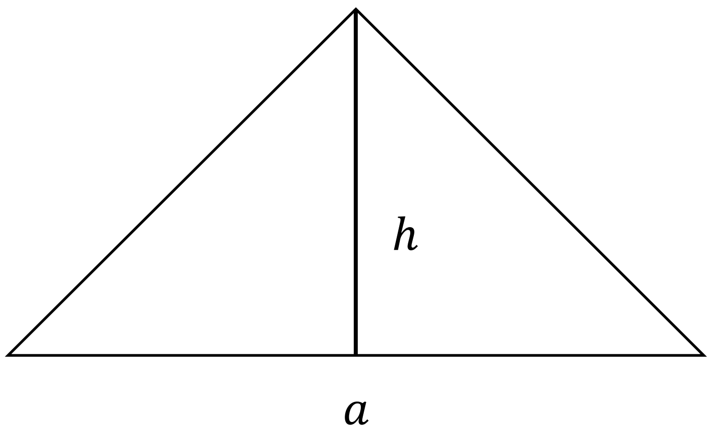
三角形

1.三角形的性质及相关公式

（4）三角形的面积

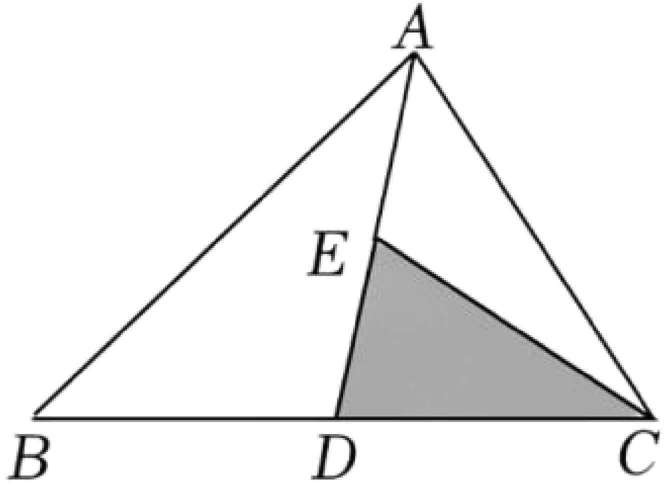
面积=$\frac{1}{2}$底 × 高（$S = \frac{1}{2}ah$）

等底等高的三角形面积相等



练习

2.如图所示，AD是ΔABC的中线，点E是AD的中点，若ΔABC的面积为24cm^2，则ΔCDE的面积为_____cm^2【 】



A.8

B.6

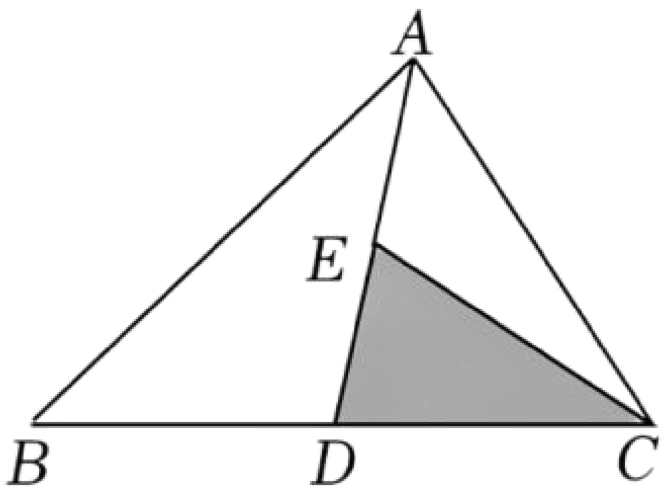
C.4

D.3

E.5

练习

2.如图所示，AD是ΔABC的中线，点E是AD的中点，若ΔABC的面积为$24cm^2$，则ΔCDE的面积为_____cm^2【 **B** 】



A.8

B.6

C.4

D.3

E.5

【解析】因为等底等高的三角形面积相等，AD是$\triangle ABC$的中线，$\triangle ABC$的面积为$24cm^2$，所以$\triangle ADC$的面积为：$\frac{1}{2}\times 24=12$，又因为点E为AD的中点，所以$\triangle CDE$的面积为：$\frac{1}{2}\times 12=6$，故选B

二、 圆与扇形

圆与扇形

1.角度和弧度

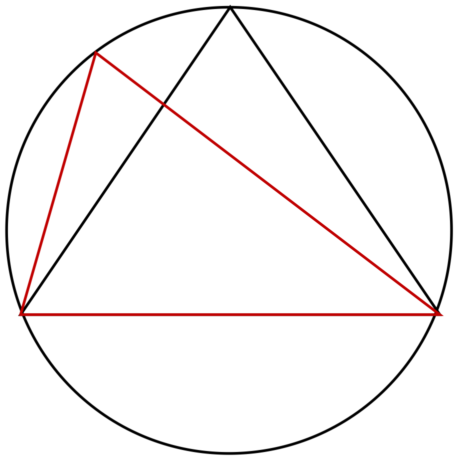
角度	30°	45°	60°	90°	120°	180°	360°
弧度	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	π	2π

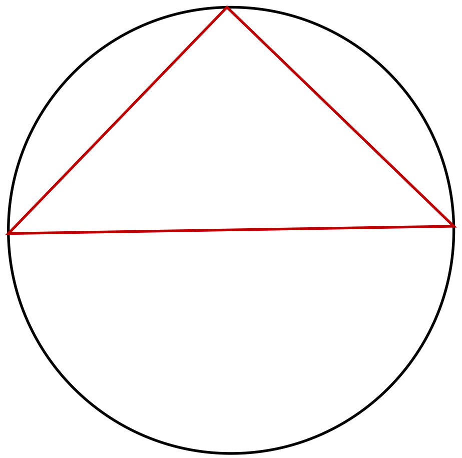
圆与扇形

2.圆的性质

（1）同一段弦对应的圆周角相同

（2）同一段弦对应的圆心角是圆周角的2倍，直径对应的圆周角为90°



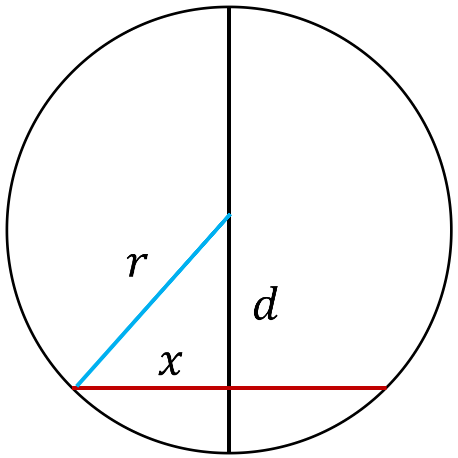


圆与扇形

2.圆的性质

（3）垂径定理

直径MN平分且垂直：$r^2 = d^2 + x^2$



练习

3.如图所示，水平放置的排水管的截面为⊙O，有水部分弓形的高为2，弦$AB = 4\sqrt{3}$.则截面的半径为【　】

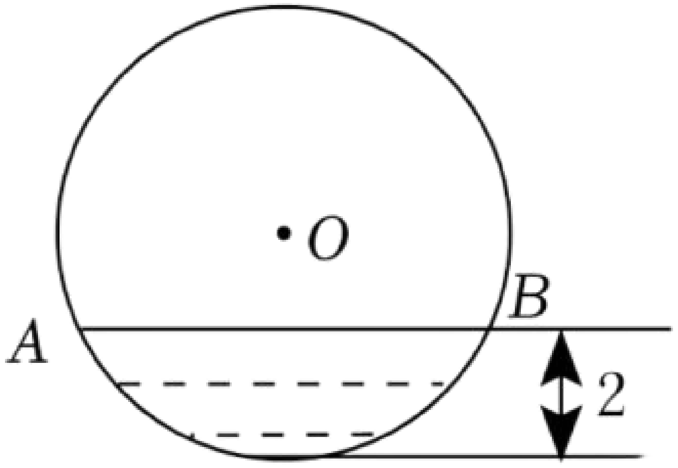
A.$8\sqrt{3}$

B.8

C.$6\sqrt{3}$

D.$4\sqrt{3}$

E.4



练习

3.如图所示，水平放置的排水管的截面为$\odot O$，有水部分弓形的高为2，弦$AB = 4\sqrt{3}$.则截面的半径为【**E**】

A.$8\sqrt{3}$

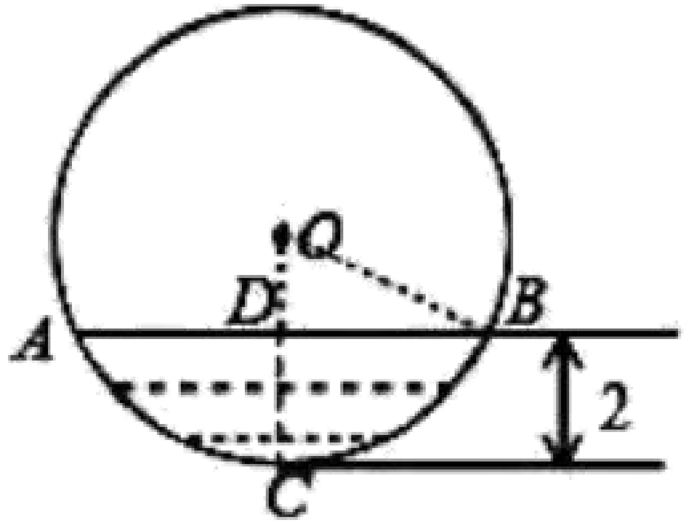
B.8

C.$6\sqrt{3}$

D.$4\sqrt{3}$

E.4

【解析】过点O作$OC \perp AB$于点D，连接OB，设$\odot O$的半径为r，则$CD = 2, OD = r - 2$，$\because OC \perp AB$，$\therefore BD = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$.在$R_t\Delta BOD$. $\because OD^2 + BD^2 = OB^2$，即$(r-2)^2 + \left(2\sqrt{3}\right)^2 = r^2$，解得$r = 4$.故选E.



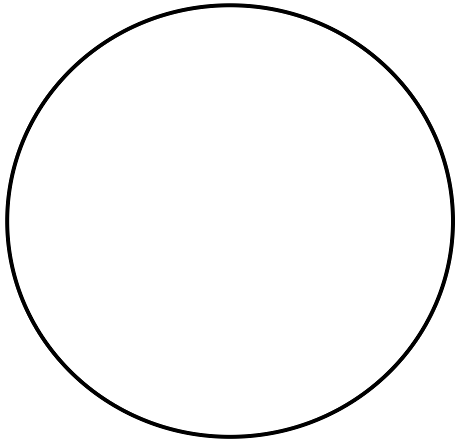
圆与扇形

3.圆、扇形、弓形

（1）圆

周长：$C=2\pi r=\pi d$（r为半径，d为直径）

面积：$S=\pi r^2$



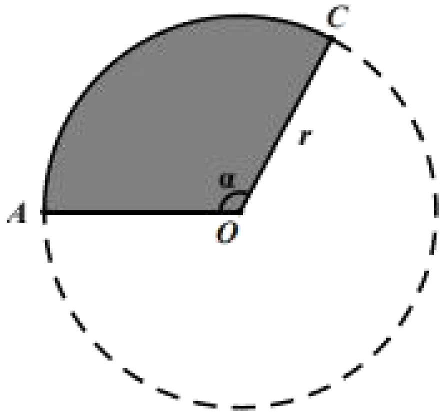
师大课堂 SHI DA KE TANG

圆与扇形

3.圆、扇形、弓形

（2）扇形

弧长：$l = \frac{\alpha}{360°} \cdot 2\pi r = \alpha r$（$\alpha$为圆心角，$r$为半径）



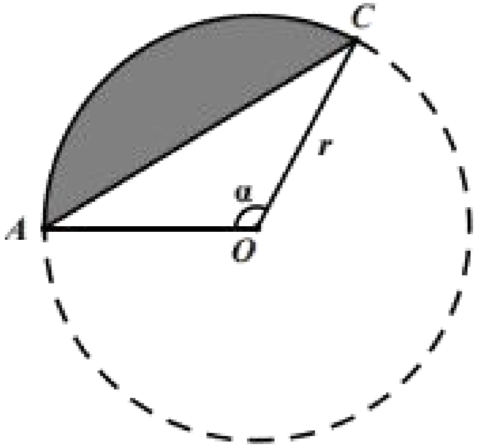
面积：$S = \frac{\alpha}{360°}\pi r^2 = \frac{1}{2}\alpha r^2 = \frac{1}{2}lr$

圆与扇形

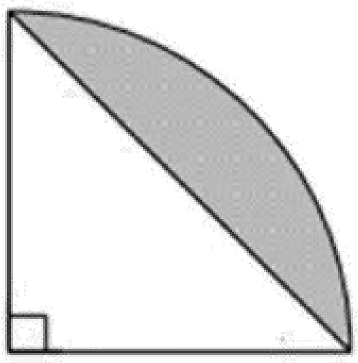
3.圆、扇形、弓形

（3）弓形

$$S_{弓形}=S_{扇形AOC}-S_{\Delta AOC}$$

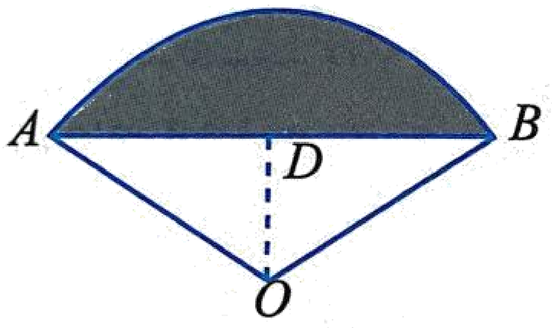


割补法：不规则→规则



练习

4.如图所示，扇形的圆心角为120°，半径为2，则图中阴影部分的面积为【　】



A. $\frac{4\pi}{3}-\sqrt{3}$

B. $\frac{4\pi}{3}-2\sqrt{3}$

C. $\frac{4\pi}{3}-\frac{\sqrt{3}}{2}$

D. $\frac{4\pi}{3}$

E. 2π

练习

4.如图所示，扇形的圆心角为120°，半径为2，则图中阴影部分的面积为【A】

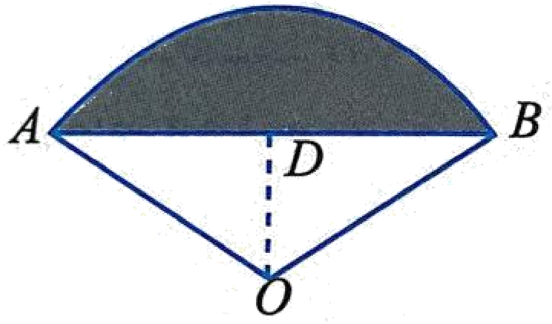
A. $\frac{4\pi}{3}-\sqrt{3}$

B. $\frac{4\pi}{3}-2\sqrt{3}$

C. $\frac{4\pi}{3}-\frac{\sqrt{3}}{2}$

D. $\frac{4\pi}{3}$

E. 2π



【解析】过点O作$OD\perp AB$交AB于点D，因为圆心角为120°，则半径为2，所以$\angle OAD=\frac{180°-120°}{2}=30°$，所以$OD=1, AD=\sqrt{OA^2-OD^2}=\sqrt{2^2-1^2}=\sqrt{3}$，$AB=2AD=2\sqrt{3}$，所以$S_{阴}=S_{扇}-S_{\Delta AOB}=\frac{120°}{360°}\cdot\pi\cdot 2^2-\frac{1}{2}\times 2\sqrt{3}\times 1=\frac{4\pi}{3}-\sqrt{3}$.故选A.

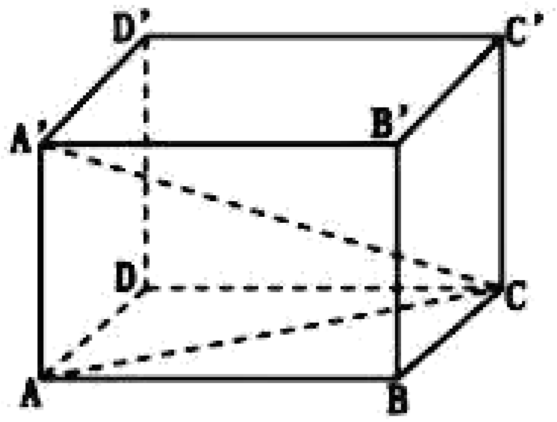
三、 长方体和球

长方体

1.全面积： $F=2(ab+bc+ac)$

2.体积： $V=abc$

3.体对角线： $l=\sqrt{a^2+b^2+c^2}$



当 $a=b=c$ 时的长方体称为正方体，且有 $S_{全}=6a^2, V=a^3, d=\sqrt{3}a$

练习

5.若长方体的共点三条棱长之比为1：2：3且长方体的体积是48，则长方体的表面积为【　】.

A.48

B.64

C.88

D.80

E.72

练习

5.若长方体的共点三条棱长之比为1：2：3且长方体的体积是48，则长方体的表面积为【 C】.

A.48

B.64

C.88

D.80

E.72

【解析】设三条棱长分别为a，$2a$，$3a$，体积V＝$a\times 2a\times 3a=6a^3=48\Rightarrow a=2$，故表面积$S=2(a\times 2a+a\times 3a+2a\times 3a)=22a^2=22\times 4=88$. 故选C

球

1.面积：$S = 4\pi R^2$

2.体积：$V = \frac{4}{3}\pi R^3$

长方体和球

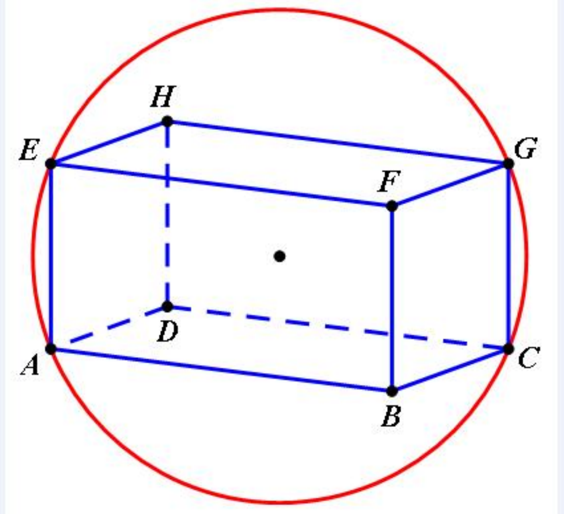
1.外接球：多面体的各个顶点均在球的表面上

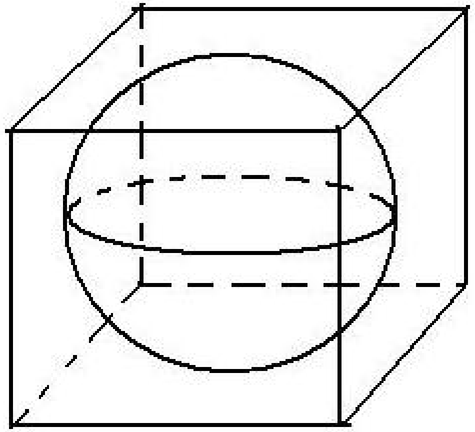
体对角线 $l = 2R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

正方体的外接球： $l = 2R \Rightarrow \sqrt{3}a = 2R \Rightarrow R = \dfrac{\sqrt{3}}{2}a$

2.内切球：多面体的各个面均与球面相切

只有正方体有 $R = \dfrac{a}{2}$





练习

6.已知正方体的所有顶点都在同一个球面上，若这个正方体的表面积为18，则这个球体的体积为【 】

A.36π

B.18π

C.9π

D.6π

E.$\frac{9}{2}\pi$

练习

6.已知正方体的所有顶点都在同一个球面上，若这个正方体的表面积为18，则这个球体的体积为【E】

A.36π

B.18π

C.9π

D.6π

E.$\frac{9}{2}\pi$

【解析】正方体的体对角线即其为外接球的直径$2R$. 因为正方体的表面积为18，所以$6a^2=18$，$a^2=3$，由正方体的体对角线公式可得：$(2R)^2=a^2+a^2+a^2=9$，所以$R=\frac{3}{2}$，所以正方体外接球的体积为$\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{4}{3}\pi(\frac{3}{2})^3=\frac{9}{2}\pi$.故选E.

四、 圆柱体

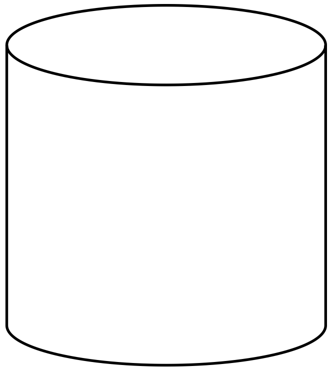
圆柱体

1.圆柱

（1）体积：$V=\pi r^2 h$

（2）侧面积（侧面展开图为矩形）：$S=2\pi rh$

（3）全面积：$F=S_{侧}+2S_{底}=2\pi rh+2\pi r^2$

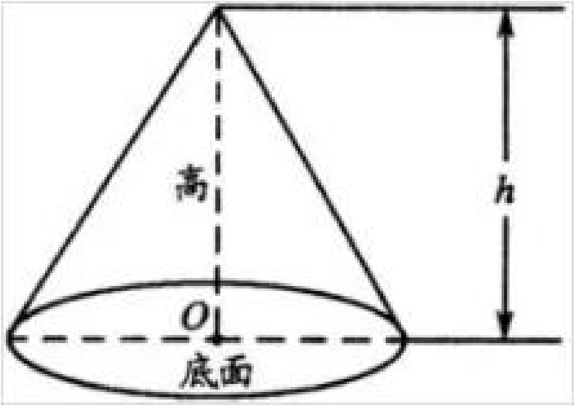


师大课堂 SHI DA KE TANG

圆柱体

2.圆锥【注意：圆锥不是特殊的圆柱】

（1）体积：$V=\frac{1}{3}\pi r^2 h$



（2）侧面积（侧面展开图为扇形）：$S=\frac{\alpha}{360°}\cdot\pi l^2=\frac{1}{2}\alpha l^2$

扇形的弧长等于底面圆的周长即$\alpha l=2\pi r\Rightarrow S=\frac{1}{2}\cdot 2\pi r\cdot l=\pi rl$（$l$为母线）

（3）全面积：$F=S_{侧}+S_{底}=\pi rl+\pi r^2$

练习

7.圆柱体的轴截面是边长为4的正方形，则该圆柱体的侧面积为【　】

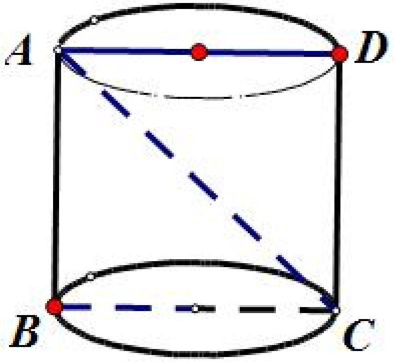
A.64π

B.32π

C.28π

D.16π

E.8π



练习

7.圆柱体的轴截面是边长为4的正方形，则该圆柱体的侧面积为【**D**】

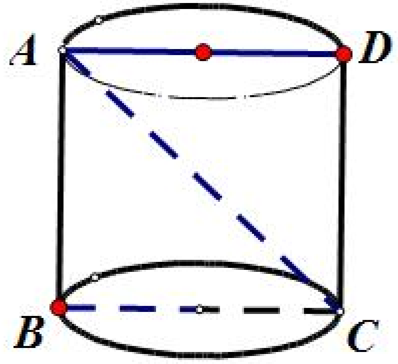
A.64π

B.32π

C.28π

D.16π

E.8π



【解析】由圆柱的轴截面是边长为4的正方形得，圆柱体的高为$h=4$，底面半径为$r=2$，圆柱的侧面积为$S=2\pi rh=16\pi$.故选D.

练习

8.伟大的科学家阿基米德逝世后，敌军将领马塞拉斯给他建了一块墓碑，在墓碑上刻了一个如图所示的图案，图案中球的直径与圆柱底面的直径和圆柱的高相等，圆锥的顶点为圆柱上底面的圆心，圆锥的底面是圆柱的下底面，若球的直径为2，则图案中圆锥、球、圆柱的体积比为【　】

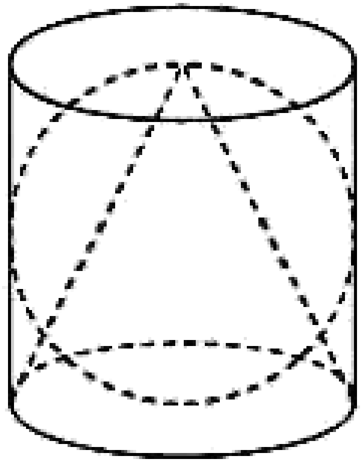
A.1 : 2 : 3

B.$1:\sqrt{2}:\sqrt{3}$

C.$1:\sqrt{2}:3$

D.$1:2:\sqrt{3}$

E.2 : 3 : 6



练习

8.伟大的科学家阿基米德逝世后，敌军将领马塞拉斯给他建了一块墓碑，在墓碑上刻了一个如图所示的图案，图案中球的直径与圆柱底面的直径和圆柱的高相等，圆锥的顶点为圆柱上底面的圆心，圆锥的底面是圆柱的下底面，若球的直径为2，则图案中圆锥、球、圆柱的体积比为【A】

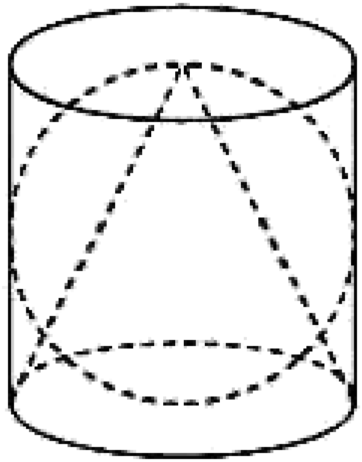
A.1 : 2 : 3

B.1 : $\sqrt{2}$: $\sqrt{3}$

C.1 : $\sqrt{2}$: 3

D.1 : 2 : $\sqrt{3}$

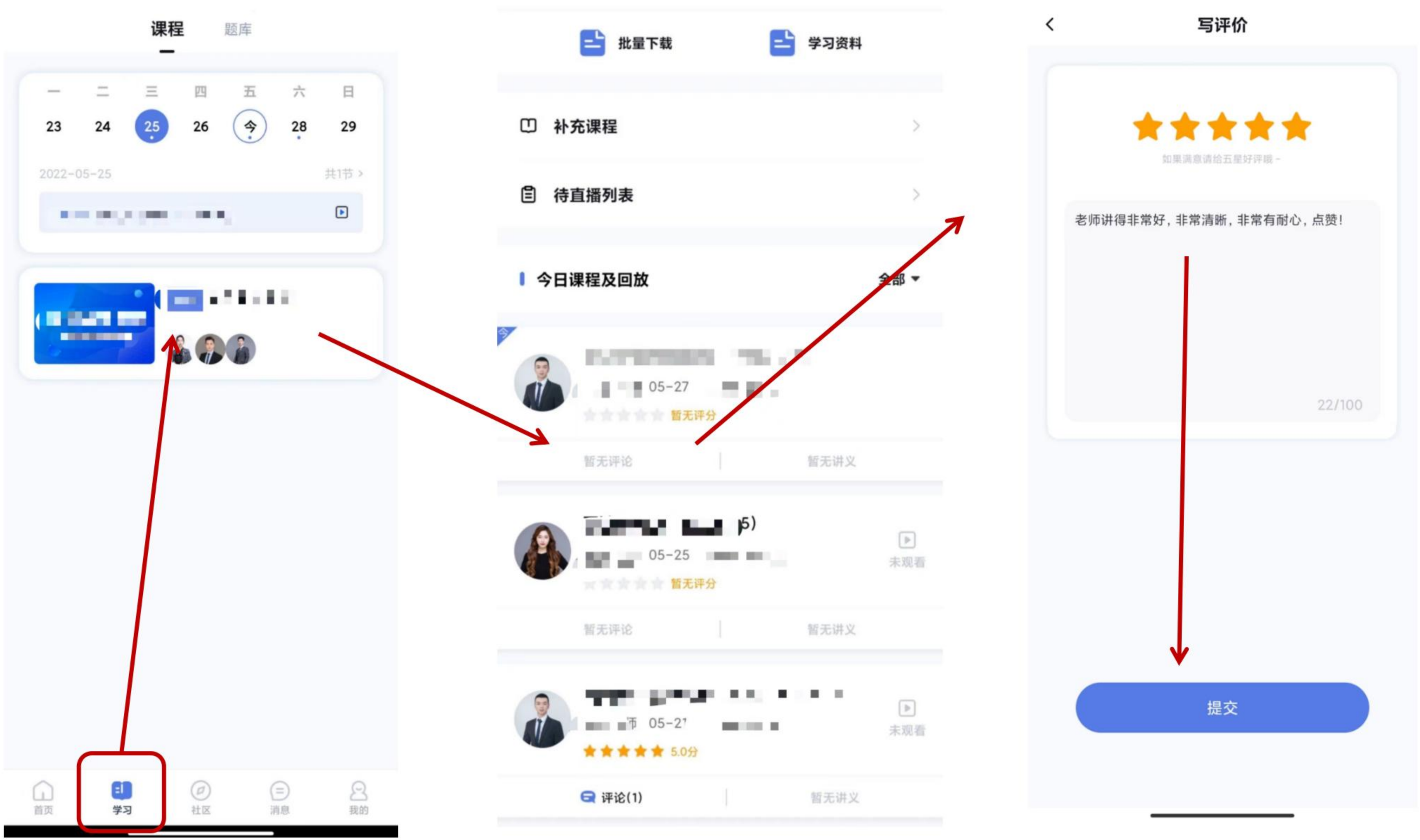
E.2 : 3 : 6



【解析】圆柱底面半径为r，则球的半径为r，圆柱和圆锥的高均为$2r$.

所以$V_{圆锥}=\frac{1}{3}\cdot\pi r^2\cdot 2r=\frac{2\pi r^3}{3}$，$V_{球}=\frac{4\pi r^3}{3}$，$V_{圆柱}=\pi r^2\cdot 2r=2\pi r^3$

所以$V_{圆锥}$：$V_{球}$：$V_{圆柱}=\frac{2}{3}$：$\frac{4}{3}$：$2=1$：2：3，故选A.



学习→点击课程→点击评价(5星好评)→提交评价

师大课堂
SHI DA KE TANG

感谢您的观看

主讲老师： 媛媛老师

邮箱：family7662@dingtalk.com