



全国硕士研究生招生考试

管综数学极简模式

直线与圆的位置关系

主讲人:夏天老师

直线与圆的位置关系★

直线 $l: y = kx + b$; 圆 $O: (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$,

d 为圆心 (x_0, y_0) 到直线 l 的距离 $d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$.

直线与圆位置关系	几何表示	图形
直线与圆相离	$d > r$	
直线与圆相切	$d = r$	
直线与圆相交	$d < r$	

直线与圆的位置关系



1. (2017) 圆 $x^2 + y^2 - ax - by + c = 0$ 与 x 轴相切. 则能确定 c 的值. 【 】

(1) 已知 a 的值.

(2) 已知 b 的值.

直线与圆的位置关系

1. (2017) 圆 $x^2 + y^2 - ax - by + c = 0$ 与 x 轴相切. 则能确定 c 的值. 【A】

$$\text{相切} \Rightarrow \Delta = 0 \quad y = 0$$

(1) 已知 a 的值.

$$\text{则 } x^2 - ax + c = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-a)^2 - 4 \times 1 \times c$$

(2) 已知 b 的值.

$$= a^2 - 4c = 0$$

条件(1) 已知 a 的值, $\because \Delta = a^2 - 4c = 0 \Rightarrow$ 能确定 c 的值
充分

条件(2) 已知 b 的值, 未知 $a \Rightarrow$ 不能确定 c 的值, 不充分
故选 A

直线与圆的位置关系

2. (2015) 若直线 $y = ax$ 与圆 $(x - a)^2 + y^2 = 1$ 相切, 则 $a^2 =$ 【 】

A. $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$

B. $1 + \frac{\sqrt{3}}{2}$

C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$

D. $1 + \frac{\sqrt{5}}{3}$

E. $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

直线与圆的位置关系

2. (2015) 若直线 $y = ax$ 与圆 $(x - a)^2 + y^2 = 1$ 相切, 则 $a^2 =$ 【 E 】

A. $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$

B. $1 + \frac{\sqrt{3}}{2}$

C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$

D. $1 + \frac{\sqrt{5}}{3}$

E. $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

相切 $\Rightarrow d = r$

圆心 $(0, 0)$. 直线 $-ax + y = 0$

$$d = \frac{|-a \cdot a|}{\sqrt{(-a)^2 + 1^2}} = \frac{a^2}{\sqrt{a^2 + 1}} = 1$$

$$\Rightarrow a^2 = \sqrt{a^2 + 1}$$

$$\Rightarrow a^4 = a^2 + 1$$

$$\text{令 } a^2 = t \Rightarrow t^2 - t - 1 = 0$$

$$t = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{1 \pm \sqrt{1+4}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$\because \frac{1-\sqrt{5}}{2} < 0 \text{ 舍去, 故 } a^2 = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

直线与圆的位置关系

3. (2014) 已知直线 l 是圆 $x^2 + y^2 = 5$ 在点 $(1, 2)$ 处的切线, 则 l 在 y 轴上的截距为【 】

A. $\frac{2}{5}$

B. $\frac{2}{3}$

C. $\frac{3}{2}$

D. $\frac{5}{2}$

E. 5

直线与圆的位置关系

3. (2014) 已知直线 l 是圆 $x^2 + y^2 = 5$ 在点 $(1, 2)$ 处的切线, 则 l 在 y 轴上的截距为 **【D】**

A. $\frac{2}{5}$

B. $\frac{2}{3}$

C. $\frac{3}{2}$

D. $\frac{5}{2}$

E. 5

切线 \Rightarrow 相切 $\Rightarrow d=r, \Delta=0, l \perp \text{半径}$

$k_{op} = \frac{2-0}{1-0} = 2, \therefore k_l = -\frac{1}{2}$

$\therefore y - 2 = -\frac{1}{2}(x - 1)$

$\Rightarrow y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$ 故选D