全国硕士研究生招生考试

管综数学极简模式

分式

主讲人:夏天老师

分式★

$$x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2$$

$$x^3+\frac{1}{x^3}=\left(x+\frac{1}{\boldsymbol{x}}\right)\left(x^2-1+\frac{1}{x^2}\right)$$

$$x^4+\frac{1}{x^4}=\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)^2-2$$

分式

1.(2010)若$x+\frac{1}{x}=3$，则$\frac{x^2}{x^4+x^2+1}=$【 】

A.$-\frac{1}{8}$

B.$\frac{1}{6}$

C.$\frac{1}{4}$

D.$-\frac{1}{4}$

E.$\frac{1}{8}$

分式

1.(2010)若$x+\frac{1}{x}=3$，则 $\frac{x^2}{x^4+x^2+1}=$ 【E】

A.$-\frac{1}{8}$

B.$\frac{1}{6}$

C.$\frac{1}{4}$

D.$-\frac{1}{4}$

E.$\frac{1}{8}$

$\frac{x^2}{x^4+x^2+1}$ 分子分母同除x^2得

$\Rightarrow \frac{1}{x^2+1+\frac{1}{x^2}}=\frac{1}{(x+\frac{1}{x})^2-2+1}$

$=\frac{1}{3^2-1}$

$=\frac{1}{8}$

分式

2.(2014)设x是非零实数，则$x^3+\frac{1}{x^3}=18$.【 】

(1) $x+\frac{1}{x}=3$

(2) $x^2+\frac{1}{x^2}=7$

分式

2.(2014)设x是非零实数，则$x^3+\frac{1}{x^3}=18$.【A】

(1) $x+\frac{1}{x}=3$

(2) $x^2+\frac{1}{x^2}=7$

$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$

$x^3+\frac{1}{x^3}=(x+\frac{1}{x})(x^2-1+\frac{1}{x^2})$

条件(1) $x+\frac{1}{x}=3$，$x^2+\frac{1}{x^2}=(x+\frac{1}{x})^2-2$

$=3^2-2=7$

故$x^3+\frac{1}{x^3}=3\times(7-1)=18$，故充分。

条件(2)，$x^2+\frac{1}{x^2}=7$，$(x+\frac{1}{x})^2=x^2+\frac{1}{x^2}+2=9$

$x+\frac{1}{x}=\pm 3$，并不能确定$x+\frac{1}{x}=3\Rightarrow x^3+\frac{1}{x^3}=18$

故不充分。

综上选A（易错选C，单独已充分，不考虑联合）