全国硕士研究生招生考试

专题串讲课——管综(数学)

主讲:媛媛老师

邮箱:family7662@dingtalk.com

串讲课6:应用题

串讲课6:应用题

师大课堂 SHI DA KE TANG

	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023	2024
应用题	7	7	7	6	4	6	8	6	5	6

专题串讲课6:应用题

师大课堂
SHI DA KE TANG

PART--01　比例问题

PART--02　工程问题

PART--03　路程问题

PART--04　不定方程

PART--05　线性规划

PART--01 比例问题

比例问题★

1. 基本公式

总量=部分量÷部分量所占的比例

2. 技巧

✓ 引入比例系数k（化参数为具体量）

✓ 多个比例可转化为出现两次的中间量的最小公倍数之比统一

✓ 分式比思路：化整（同乘分母的最小公倍数）

练习

1.（2018）学科竞赛设一等奖、二等奖和三等奖，比例为1：3：8，获奖率为30%，已知10人获得一等奖，则参加竞赛的人数为【B】

A. 300

B. 400

C. 500

D. 550

E. 600

【解析】

根据题意，设每份为k，则三种奖项获奖人数分别为k，$3k$，$8k$.

已知10人获得一等奖⇒ $k=10$.

因此，获奖总人数：$k+3k+8k=12k=120$.

则参加竞赛的总人数为：$120\div30\%=400$（人）.

故选B.

练习

2.（2017）某人需要处理若干份文件，第一小时处理了全部文件的$\frac{1}{5}$，第二小时处理了剩余文件的$\frac{1}{4}$. 则此人需要处理的文件共25份.【D】

（1）前两个小时处理了10份文件.

（2）第二小时处理了5份文件.

【解析】

根据题意得，设此人需要处理的文件共x件.

条件（1），根据条件可得：$\frac{1}{5}x+\left(1-\frac{1}{5}\right)x\cdot\frac{1}{4}=10\Rightarrow x=25$. 故条件（1）充分.

条件（2），根据条件可得：$\left(1-\frac{1}{5}\right)x\cdot\frac{1}{4}=5\Rightarrow x=25$. 故条件（2）充分.

综上，故选D.

练习

3.（2023）已知甲、乙两公司的利润之比为3：4，甲、丙两公司的利润之比为1：2，若乙公司的利润为3000万元，则丙公司的利润为【B】

A. 5000万元

B. 4500万元

C. 4000万元

D. 3500万元

E. 2500万元

【解析】

根据题意得：甲：乙=3：4、甲：丙=1：2⇒甲：乙：丙=3：4：6.

乙公司4份对应3 000元⇒1份对应750元. 则丙公司6份即为$6\times750=4\,500$元. 故选B.

PART--02 工程问题

工程问题★

1. 基本公式

工作总量=工作时间×工作效率

2. 技巧

✓ 题目没有具体的工作量:设工作总量为单位1

✓ 题目有具体的工作量:设工作总量为S

练习

4.（2021）清理一块场地，则甲、乙、丙三人能在2天内完成.【E】

（1）甲、乙两人需要3天完成.

（2）甲、丙两人需要4天完成.

【解析】

条件（1），丙的工作效率未知. 故条件（1）不充分.

条件（2），乙的工作效率未知. 故条件（2）不充分.

条件（1）和条件（2）单独都不充分，考虑条件（1）（2）联合.

设工作总量为1，甲、乙、丙的效率分别为$v_{甲}$、$v_{乙}$、$v_{丙}$.

条件（1）（2）联合得：$\begin{cases} v_{甲}+v_{乙}=\dfrac{1}{3} \\ v_{甲}+v_{丙}=\dfrac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow v_{甲}+(v_{甲}+v_{乙}+v_{丙})=\dfrac{7}{12}$.

因为甲的工作效率未知，所以条件（1）（2）联合起来也不充分.

综上，故选E.

练习

5.（2022）一项工程施工3天后，因故障停工2天，之后工程队提高工作效率20%，仍能按原计划完成. 则原计划工期为【D】

A. 9天

B. 10天

C. 12天

D. 15天

E. 18天

法一：设原工作效率为1，总工作量为t，则 $\begin{cases} \text{还剩 } t-1\times3=t-3 \text{ 工作量} \\ \text{需在 } t-3-2=t-5 \text{ 天完成} \end{cases}$

$\Rightarrow t-3=1.2(t-5) \Rightarrow t-3=1.2t-6 \Rightarrow 0.2t=3 \Rightarrow t=15$

法二：比例法　S一样（停工后剩下的工作量）　$V_1:V_2=t_2:t_1 \Rightarrow 1:1.2=5:6=t_2:t_1 \Rightarrow t_1=12$天，$t_2=10$天

t_1与t_2差2天，少1份 ⇒ 1份=2天

$\Rightarrow t=3+12=15$天

法三：差值法　工作效率提高 $=\dfrac{\text{实际与计划差值}}{\text{要提高效率的天数}}$

差值：2天　设原计划工期为x天，则停工2天的工作量需在剩下的$(x-3-2)=x-5$天内完成 $\Rightarrow \dfrac{2}{x-5}=20\%=\dfrac{1}{5} \Rightarrow x-5=10$

$\Rightarrow x=15$天

练习

师大课堂 SHI DA KE TANG

6.（2019）某单位要铺设草坪，若甲、乙两公司合作需6天完成，工时费共计2.4万元；若甲公司单独做4天后由乙公司接着做9天完成，工时费共计2.35万元.若由甲公司单独完成该项目，则工时费共计【E】

A. 2.25万元

B. 2.35万元

C. 2.4万元

D. 2.45万元

E. 2.5万元

【解析】

设甲单独做需要a天完成，工时费用x万元/天；乙单独做需要b天完成，工时费用y万元/天.

则有$\begin{cases}\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{6}\\ \frac{4}{a}+\frac{9}{b}=1\end{cases}$和$\begin{cases}6(x+y)=2.4\\ 4x+9y=2.35\end{cases}$. 解得：$\begin{cases}x=0.25\\ y=0.15\end{cases}$和$\begin{cases}a=10\\ b=15\end{cases}$.

因此，甲单独完成，工时费用共计为$ax=0.25\times10=2.5$（万元）. 故选E.

练习

7.（2024）在雨季，某水库的需水量已达警戒水位，同时上游来水注入水库，需要及时泄洪，若开4个泄洪闸则水库的蓄水量到安全水位要8天，若开5个泄洪闸则水库的蓄水量到安全水位要6天，若开7个泄洪闸则水库的蓄水量到安全水位要_____.【B】

A. 4.8天

B. 4天

C. 3.6天

D. 3.2天

E. 3天

总+注入－排出=安全水位

每天注入 a　　每个闸每天排出 b

$8(a-4b)=6(a-5b)=x(a-7b)$

① $\Rightarrow 4(a-4b)=3(a-5b)$

$\Rightarrow 4a-16b=3a-15b$

$\Rightarrow a=b$

② $8(a-4b)=8(b-4b)=-24b$

$x(a-7b)=x(b-7b)=-6bx=-24b$

$\Rightarrow x=4$

PART--03 路程问题

路程问题★

基本公式：$S = vt$

1. 相遇：路程＝速度和×时间

2. 追及：路程＝速度差×时间

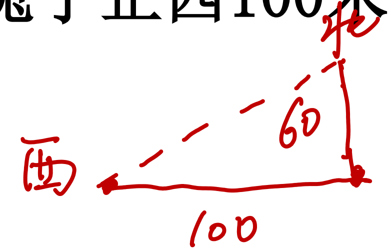
3. 行船：$V_{顺} = V_{静} + V_{水}$，$V_{逆} = V_{静} - V_{水}$

练习

8.（2024）兔窝位于兔子正北60米，狼在兔子正西100米，兔子和狼同时直奔兔窝，则兔子率先到达兔窝.【A】

（1）兔子的速度是狼的速度的$\frac{2}{3}$

（2）兔子的速度是狼的速度的$\frac{1}{2}$



$S_{狼}=\sqrt{100^2+60^2}=\sqrt{10^2\times10^2+6^2\times10^2}$

$=\sqrt{10^2(10^2+6^2)}$

$=10\sqrt{136}=20\sqrt{34}$

(1) $V_{兔}=\frac{2}{3}V_{狼}>\frac{3}{\sqrt{34}}V_{狼}$ $\frac{9}{34}\approx 0.26$ ✓

(2) $V_{兔}=\frac{1}{2}V_{狼}<\frac{3}{\sqrt{34}}V_{狼}$ ×

$S_{兔}=60\Rightarrow t_{狼}=\frac{20\sqrt{34}}{V_{狼}}$ $t_{兔}=\frac{60}{V_{兔}}$

$\Rightarrow \frac{20\sqrt{34}}{V_{狼}}>\frac{60}{V_{兔}}\Rightarrow\frac{\sqrt{34}}{V_{狼}}>\frac{3}{V_{兔}}$

$\Rightarrow\frac{V_{兔}}{V_{狼}}>\frac{3}{\sqrt{34}}\Rightarrow V_{兔}>\frac{3}{\sqrt{34}}V_{狼}$

练习

师大课堂 SHI DA KE TANG

9.（2022）已知A,B两地相距208km，甲、乙、丙三车的速度分别为60km/h，80km/h，90km/h，甲、乙两车从A地出发去B地，丙车从B地出发去A地，三车同时出发，当丙车与甲、乙两车的距离相等时，用时【C】

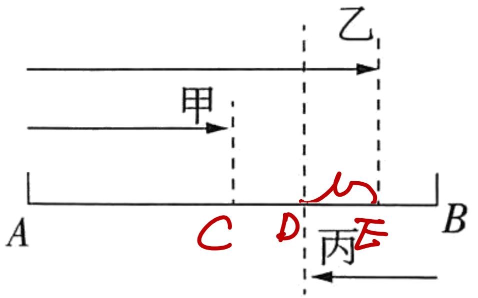
A. 70 min

B. 75 min

C. 78 min

D. 80 min

E. 86 min



$CD = 208 - 60t - 90t = 208 - 150t$

$80t + 90t - DE = 208$

$\Rightarrow DE = 80t + 90t - 208 = 170t - 208$

$\because CD = DE \quad \therefore 208 - 150t = 170t - 208$

$\Rightarrow 2\times208 = 320t \Rightarrow t = \frac{\cancel{2\times208}}{\cancel{320}} = \frac{13}{10}h \Rightarrow t = \frac{13}{10}\times60$

$= 78min$

练习

10. （2021）甲、乙两人相距330千米，他们驾车同时出发，经过2小时相遇，甲继续行驶2小时24分钟后到达乙的出发地，则乙的车速为____千米/小时.【D】

A. 70

B. 75

C. 80

D. 90

E. 96

【解析】甲从出发地到相遇位置所用时间为 120 分钟（2 小时），从相遇位置到乙出发地所用时间为 144 分钟（2 小时 24 分钟），则时间比为 120∶144=5∶6，故两段路程比为 5∶6，即甲、乙的速度比为 5∶6.

∵路程÷相遇时间=速度和. ∴330÷2=165(千米). 故乙的速度为 $165\times\frac{6}{11}=90$(千米/小时).

故选 D.

练习

11.（2020）甲、乙两人从相距1800米的两地同时出发，多次往返行走，甲每分钟走100米，乙每分钟走80米，则两人第三次相遇时，甲距其出发点____米.【D】

A. 600

B. 900

C. 1000

D. 1400

E. 1600

【解析】

已知两地相遇问题，第一次相遇，路程和为S，每再相遇一次，路程和就会多走$2S$，因此相遇三次，则路程和为$S+2S+2S=5S\Rightarrow 5\times 1800=9000$（米）.

故此时所用时间为$\frac{9000}{100+80}=50$（分钟）. 因此甲走过的路程为$100\times 50=5000$（米）.

故甲距其出发点的距离为$5000-2S=5000-1800\times 2=1400$（米）.

故选D.

练习

12.（2013）甲、乙两人同时从A点出发，沿400米跑道同向匀速行走，25分钟后乙比甲少走了一圈.若乙行走一圈需要8分钟，则甲的速度是_____.（单位：米/分钟）【C】

A. 62

B. 65

C. 66

D. 67

E. 69

【解析】

根据题意，甲的速度比乙的速度快，且乙的速度为 $400\div8=50$（米/分钟）.

则将已知条件代入计算公式得：$400=$（甲的速度-50）$\times25\Rightarrow$甲的速度$=66$（米/分钟）.

故选 C.

练习

13.（2024）甲、乙两码头相距100千米，一艘游轮从甲地顺流而下，到达乙地用了4小时，返回时游轮的静水速度增加了25%．用了5小时，则航道的水流速度为____．【D】

A. 3.5km/h

B. 4km/h

C. 4.5km/h

D. 5km/h

E. 5.5km/h

设顺流时游轮的静水速度为V，则逆流时的静水速度为$1.25V$

$(V+V_水)\times 4=(1.25V-V_水)\times 5=100$

$\Rightarrow \begin{cases} V+V_水=25 ① \\ 1.25V-V_水=20 ② \end{cases} \Rightarrow$ ①$\times 1.25-$②

$2.25V_水=25\times 1.25-20$

$\frac{9}{4}V_水=25\times\frac{5}{4}-20$

$9V_水=25\times 5-20\times 4=45$

$\Rightarrow V_水=5$

PART--04 不定方程

不定方程★

师大课堂 SHI DA KE TANG

解题技巧：

1. 从系数大的开始讨论

2. 奇偶性讨论

3. 倍数原理

4. 尾数原理

练习

14. （2017）某公司用1万元购买了价格分别为1750元和950元的甲、乙两种办公设备，则购买的甲、乙办公设备的件数分别为【A】

A. 3，5

B. 5，3

C. 4，4

D. 2，6

E. 6，2

【解析】

根据题意，设甲、乙两种设备的件数分别为 x，y.

则有：$1750x+950y=10000$. 化简得：$35x+19y=200$.

由于 $35x$ 是 5 的倍数，200 也是 5 的倍数，所以 $19y$ 必是 5 的倍数.

由于 19 是质数，所以要使 $19y$ 为 5 的倍数，则 y 应为 5 的倍数，结合选项，只有 $y=5$ 满足条件. 故选 A.

练习

师大课堂 SHI DA KE TANG

15.（2016）利用长度为a和b的两种管材能连接成长度为37的管道.（单位：米）【A】

（1）$a=3$，$b=5$.

（2）$a=4$，$b=6$.

【解析】

根据题意得，设两种管材分别有x，y，则有$ax+by=37$.

条件（1），$a=3$，$b=5$ 代入$ax+by=37$ 得 $3x+5y=37$. x，y均为正整数.解得：$x_1=4$，$y_1=5$ 或$x_2=9$，$y_2=2$.即能连接成长度为 37 的管道.故条件（1）充分.

条件（2），$a=4$，$b=6$ 代入$ax+by=37$ 得 $4x+6y=37$.因为等号左边为偶数，等号右边为奇数.所以没有符合x，y均为正整数的解.故条件（2）不充分.

综上，故选 A.

练习

16.（2021）某人购买了果汁、牛奶和咖啡三种物品，已知果汁每瓶12元，牛奶每盒15元，咖啡每盒35元，则能确定所买各种物品的数量.【A】

（1）总花费为104元.

（2）总花费为215元.

【解析】

设购买了果汁、牛奶和咖啡三种物品的数量分别为x，y，z（x，y，z都为正整数）.

条件（1），根据题意得：$12x+15y+35z=104$.从系数最大的$35z$开始代数试算.

①当$z=1$时，解得：$x=2$，$y=3$.②当$z=2$时，无整数解.

即购买果汁2瓶，牛奶3盒和咖啡1盒总花费104元.故条件（1）充分.

条件（2），根据题意得：$12x+15y+35z=215$.从系数最大的$35z$开始代数试算.

当$z=1$时，解得：$x=5$，$y=8$或$x=10$，$y=4$，有两组解，因此无法确定物品具体购买的数量.故条件（2）不充分.

综上，故选A.

PARTーー05 线性规划

线性规划★

1. 题目特征：求线性目标函数在线性约束条件下的最大值或最小值.

2. 解题思路

（1）根据题目写出限定条件对应的不等式组.

（2）将不等式转化为方程，解出边界交点.

若为实际问题，需考虑：①交点为整数，则直接代入目标函数求出最值

②交点不是整数，则讨论取整，然后再代入目标函数求出最值.

若为函数的最值，可直接将交点代入目标函数中.

练习

$x\geq 0,\ y\geq 0$

17.（2024）设非负实数x，y满足$\begin{cases}2\leq xy\leq 8\\ \frac{x}{2}\leq y\leq 2x\end{cases}$，则$x+2y$的最大值为____.

【E】

A. 3

B. 4

C. 5

D. 8

E. 10

$\begin{cases}xy=2\\ y=\frac{x}{2}\end{cases}\Rightarrow \frac{x^2}{2}=2\Rightarrow x=2\quad (2,1)\quad x+2y=2+2\times1=4$

$\begin{cases}xy=2\\ y=2x\end{cases}\Rightarrow 2x^2=2\Rightarrow x=1\quad (1,2)\quad x+2y=1+2\times2=5$

$\begin{cases}xy=8\\ y=\frac{x}{2}\end{cases}\Rightarrow \frac{x^2}{2}=8\Rightarrow x=4\quad (4,2)\quad x+2y=4+2\times2=8$

$\begin{cases}xy=8\\ y=2x\end{cases}\Rightarrow 2x^2=8\Rightarrow x=2\quad (2,4)\quad x+2y=2+4\times2=\underline{10}$

练习

18.（2012）某公司计划运送180台电视机和110台洗衣机下乡.现有两种货车，甲种货车每辆最多可载40台电视机和10台洗衣机，乙种货车每辆最多可载20台电视机和20台洗衣机.已知甲、乙两种货车的租金分别是每辆400元和360元，则最少的运费是【B】

A. 2560元

B. 2600元

C. 2640元

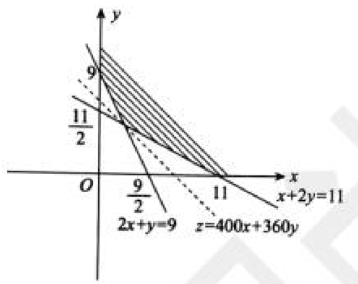
D. 2680元

E. 2720元

【解析】

根据题意，设需甲货车和乙货车分别为x辆、y辆，运费为z元.

则有$\begin{cases}40x+20y\geq 180\\10x+20y\geq 110\end{cases}$，$z=400x+360y$.可画图得：



化简得：$\begin{cases}2x+y\geq 9\\x+2y\geq 11\end{cases}$.结合图，最少运费在临界交点取得，交点为（$\frac{7}{3}$，$\frac{13}{3}$）.

∵x，y为整数.∴$\begin{cases}x=2\\y=5\end{cases}$或$\begin{cases}x=3\\y=4\end{cases}$.

当$\begin{cases}x=2\\y=5\end{cases}$时，$z=400x+360y=400\times 2+360\times 5=2600$（元）.

当$\begin{cases}x=3\\y=4\end{cases}$时，$z=400x+360y=400\times 3+360\times 4=2640$（元）.

综上，$2600<2640$，即最少的运费是2600元.故选B.

练习

19.（2023）设x，y是实数，则$\sqrt{x^2+y^2}$有最小值和最大值.【A】

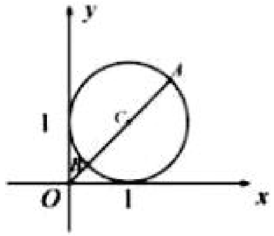
（1）$(x-1)^2+(y-1)^2=1$.

（2）$y=x+1$.

【解析】

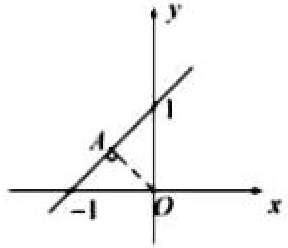
根据题意，设$d=\sqrt{x^2+y^2}$.则d为点$(x,\ y)$到原点$O(0,\ 0)$的距离.

条件（1），根据$(x-1)^2+(y-1)^2=1$可画图（圆C），如图所示.



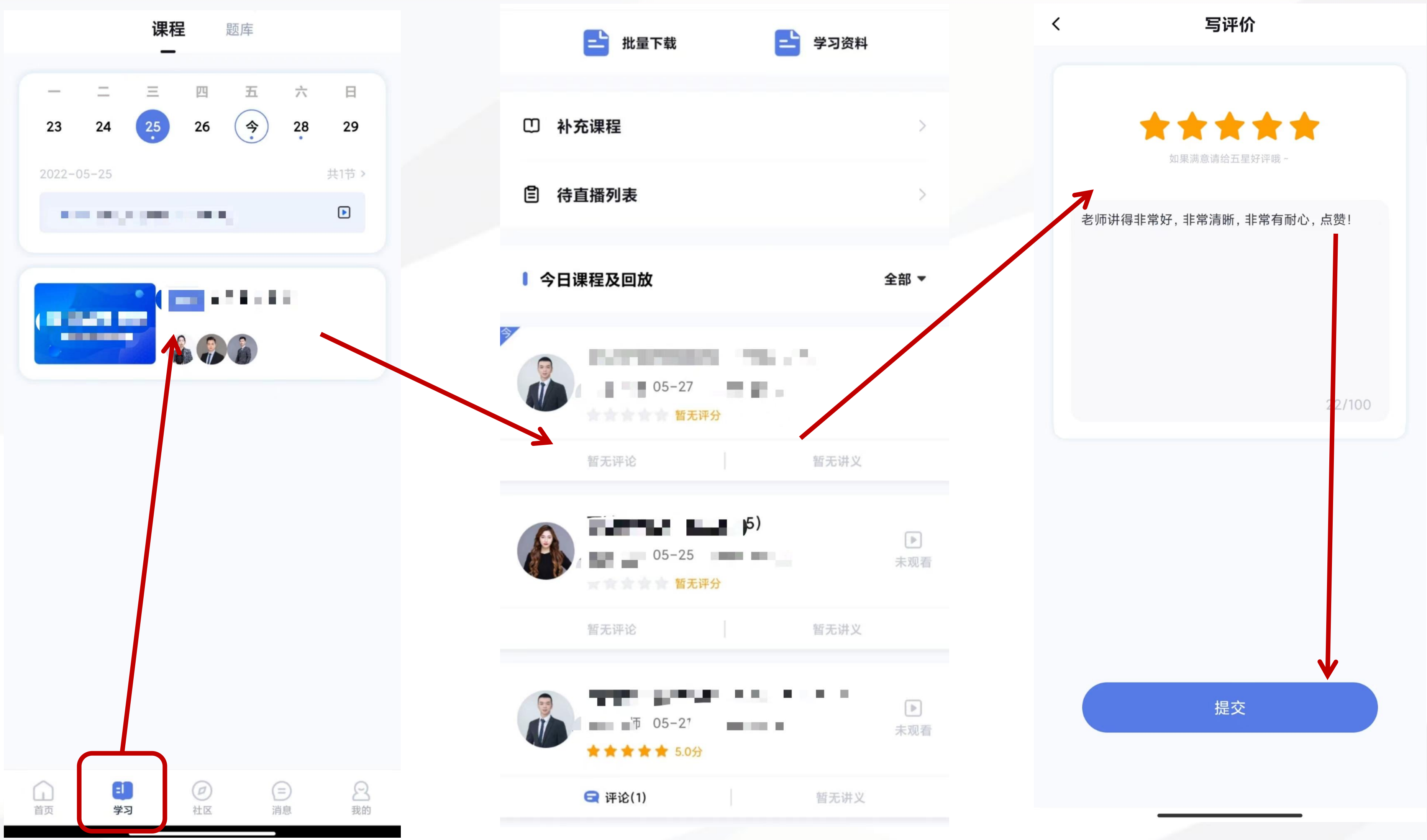
点$(x,\ y)$为圆周上任意一点，到原点$O(0,\ 0)$的距离的最大值是OA（$OA=\sqrt{2}+1$），最小值是OB（$OB=\sqrt{2}-1$）.即$\sqrt{x^2+y^2}$有最小值和最大值，符合题干结论.故条件（1）充分.

条件（2），根据$y=x+1$可画图，如图所示.



点$(x,\ y)$为直线上任意一点，到原点$O(0,\ 0)$的距离的最小值为OA（$OA=\frac{\sqrt{2}}{2}$），没有最大值.即$\sqrt{x^2+y^2}$有最小值，没有最大值，不符合题干结论.故条件（2）不充分.

综上，故选A.



师大云课堂→学习→点击课程→点击评价(5星好评)→提交评价

感 谢 聆 听

主讲:媛媛老师
邮箱:family7662@dingtalk.com