全 国 硕 士 研 究 生 招 生 考 试

管综数学极简模式

等比数列

主讲人:夏天老师

数列 · 等比数列★

1.定义：$\dfrac{a_{n+1}}{a_n} = q$（q为常数且 $\neq 0$，$n \geq 1$）

2.通项公式：$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$

3.前n项和：$S_n = \dfrac{a_1(1-q^n)}{1-q} \Longrightarrow S_n = -t \cdot q^n + t$，其中$t = \dfrac{a_1}{1-q}$

数列 · 等比数列

1.（2012）某人在保险柜中存放了M元现金，第一天取出它的$\frac{2}{3}$，以后每天取出前一天所取的$\frac{1}{3}$，共取了7天，保险柜中剩余的现金为【 】

A.$\frac{M}{3^7}$元

B.$\frac{M}{3^6}$元

C.$\frac{2M}{3^6}$元

D.$[1-(\frac{2}{3})^7]M$元

E.$[1-7\times(\frac{2}{3})^7]M$元

数列 · 等比数列

1.（2012）某人在保险柜中存放了M元现金，第一天取出它的$\frac{2}{3}$，以后每天取出前一天所取的$\frac{1}{3}$，共取了7天，保险柜中剩余的现金为【A】

A.$\frac{M}{3^7}$元

B.$\frac{M}{3^6}$元

C.$\frac{2M}{3^6}$元

D.$[1-(\frac{2}{3})^7]M$元

E.$[1-7\times(\frac{2}{3})^7]M$元

第1天　2　3　4

$\frac{2}{3}M$　$\frac{2}{3}M\times\frac{1}{3}$　$\frac{2}{3}M\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}$　$\frac{2}{3}M\times(\frac{1}{3})^3$

$\Rightarrow$ 第7天

$\frac{2}{3}M\times(\frac{1}{3})^6$

取钱数为首项$\frac{2}{3}M$、公比$\frac{1}{3}$的等比数列

7天共取 $S_7=\frac{\frac{2}{3}M[1-(\frac{1}{3})^7]}{1-\frac{1}{3}}=\frac{\frac{2}{3}M\times[1-(\frac{1}{3})^7]}{\frac{2}{3}}$

$=M[1-(\frac{1}{3})^7]$

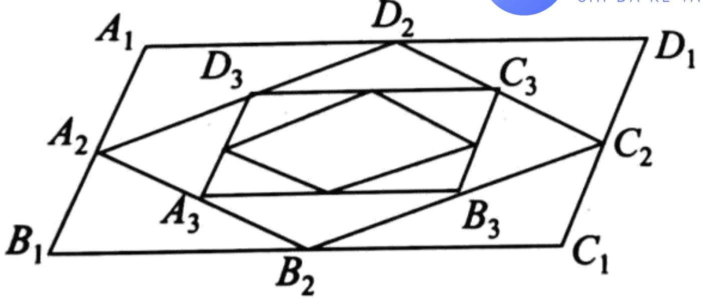
则剩余 $M-S_7=M-M[1-(\frac{1}{3})^7]$

$=M-M+M(\frac{1}{3})^7$

$=(\frac{1}{3})^7M$

故选A

数列·等比数列



2.（2018）如图所示，四边形$\boldsymbol{A_1B_1C_1D_1}$是平行四边形，$\boldsymbol{A_2B_2C_2D_2}$分别是四边形四边的中点，$\boldsymbol{A_3B_3C_3D_3}$分别是四边形$\boldsymbol{A_2B_2C_2D_2}$四边的中点，依次下去，得到四边形序列$\boldsymbol{A_nB_nC_nD_n}$（n＝1，2，3，…）.设$\boldsymbol{A_nB_nC_nD_n}$的面积为$\boldsymbol{S_n}$，且$\boldsymbol{S_1=12}$，则$\boldsymbol{S_1+S_2+S_3\cdots=}$【 】

A.16

B.20

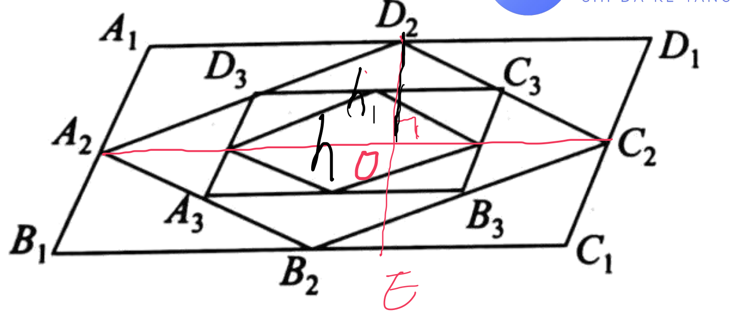
C.24

D.28

E.30

数列 · 等比数列

2.（2018）如图所示，四边形$A_1B_1C_1D_1$是平行四边形，$A_2B_2C_2D_2$分别是四边形四边的中点，$A_3B_3C_3D_3$分别是四边形$A_2B_2C_2D_2$四边的中点，依次下去，得到四边形序列$A_nB_nC_nD_n$（n＝1，2，3，⋯）.设$A_nB_nC_nD_n$的面积为S_n，且$S_1=12$，则$S_1+S_2+S_3\cdots=$【 C 】



A.16

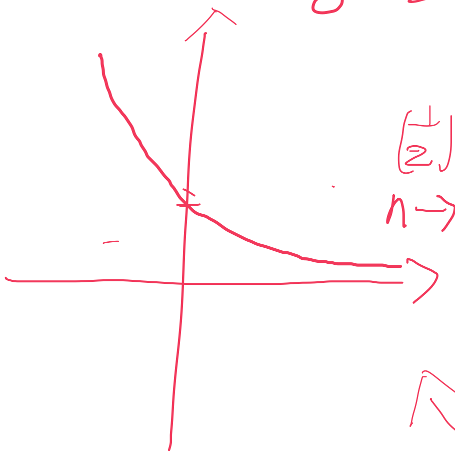
B.20

C.24

D.28

E.30

$y=(\frac{1}{2})^x$



$(\frac{1}{2})^n\to 0$

$n\to\infty$

连接A_2C_2，作$D_2E\perp B_1C_1$交A_2C_2于O

$S_{A_1B_1C_1D_1}=A_2C_2\times D_2E\ (h)$

$S_{A_2B_2C_2D_2}=A_2C_2\times D_2O\ (h_1)$

∵$D_2E=2D_2O\Rightarrow S_{A_2B_2C_2D_2}=\frac{1}{2}S_{A_1B_1C_1D_1}$

故$S_2=\frac{1}{2}S_1=6$　$S_3=\frac{1}{2}S_2=3$

则$\{S_n\}$为首项12，公比$\frac{1}{2}$的等比数列

$S_1+S_2+S_3+\cdots=T_n=\frac{a_1(1-q^n)}{1-q}=\frac{12[1-(\frac{1}{2})^n]}{1-\frac{1}{2}}$

$=24[1-(\frac{1}{2})^n]$

∵$(\frac{1}{2})^n\to 0$，∴$T_n\to 24$ 故选C