



基础必修—管综（数学） 应用题（二）

主讲老师：依依老师

邮箱：family7662@dingtalk.com

目录

Contents



增长率问题



杠杆原理



浓度问题



不定方程问题



一、增长率问题

增长率问题

1.概念

(1) 基期与现期

作为对比参照的时期称为基期；而相对于基期的称为现期.

$$(2) \text{ 增长量} = \text{现期量} - \text{基期量} = \text{基期量} \times \text{增长率} = \frac{\text{现期量}}{1 + \text{增长率}} \times \text{增长率}$$

$$(3) \text{ 增长率} = (\text{现期量} - \text{基期量}) \div \text{基期量} = \text{增长量} \div \text{基期量} = \text{增长量} \div (\text{现期量} - \text{增长量})$$

增长率问题

2.分类

(1) 连续增长问题

某变量在 a 值基础上连续增长了 n 次，其各次增长率分别为 p_1, p_2, \dots, p_n ，

则其终值 $b = a(1 + p_1)(1 + p_2)\dots(1 + p_n)$.

增长率问题

2.分类

(2) 平均增长率

若初值为 a ，末值为 b ，平均增长率为 q ，增长次数为 n ，则其末值 $b = a(1 + q)^n$

$$\text{或 } q = \sqrt[n]{\frac{b}{a}} - 1$$

练习

1.某商品连续两次降价20%后的售价是降价前的【 】

A.80%

B.60%

C.64%

D.16%

E.32%

练习

1.某商品连续两次降价20%后的售价是降价前的【C】

A.80%

B.60%

C.64%

D.16%

E.32%

【解析】设原价为单位1，则 $1 \times (1 - 20\%) \times (1 - 20\%) = 64\%$. 故选C.

练习

2.某商品1月份的销售额为 $2w$ ，月平均增长率为 p ，12月销售额为 $8w$ ，则

$p = \text{【 】}$

A. $^{12}\sqrt{4}$

B. $^{12}\sqrt{4} - 1$

C. $^{11}\sqrt{4}$

D. $^{11}\sqrt{4} - 1$

E. $^{11}\sqrt{4} + 1$

$$q = \sqrt[n]{\frac{b}{a}} - 1$$

练习

2.某商品1月份的销售额为 $2w$ ，月平均增长率为 p ，12月销售额为 $8w$ ，则

$p =$ 【 **D** 】

A. $^{12}\sqrt{4}$

B. $^{12}\sqrt{4} - 1$

C. $^{11}\sqrt{4}$

D. $^{11}\sqrt{4} - 1$

E. $^{11}\sqrt{4} + 1$

【解析】 $p = \sqrt[n]{\frac{b}{a}} - 1 = \sqrt[11]{\frac{8}{2}} - 1 = ^{11}\sqrt{4} - 1.$

▶ 练习

3. (条件充分性判断) 甲公司2021年6月份的产值是1月份产值的 a 倍. 【 】

(1) 在2021年上半年 , 甲公司月产值的平均增长率为 $\sqrt[5]{a} - 1$.

(2) 在2021年上半年 , 甲公司月产值的平均增长率为 $\sqrt[5]{a}$.

A. 条件 (1) 充分, 但条件 (2) 不充分。

B. 条件 (2) 充分, 但条件 (1) 不充分。

C. 条件 (1) 和 (2) 单独都不充分, 但条件 (1) 和条件 (2) 联合起来充分。

D. 条件 (1) 充分, 条件 (2) 也充分。

E. 条件 (1) 和 (2) 单独都不充分, 条件 (1) 和条件 (2) 联合起来也不充分。

你需要判断：

条件 (1) $\xrightarrow{?}$

结论

条件 (2) $\xrightarrow{?}$

结论



大方向：下推上

练习

3. (条件充分性判断) 甲公司2021年6月份的产值是1月份产值的 a 倍. 【 】

(1) 在2021年上半年, 甲公司月产值的平均增长率为 $\sqrt[5]{a} - 1$.

(2) 在2021年上半年, 甲公司月产值的平均增长率为 $\sqrt[5]{a}$.

练习

3. (条件充分性判断) 甲公司2021年6月份的产值是1月份产值的 a 倍. 【A】

(1) 在2021年上半年, 甲公司月产值的平均增长率为 $\sqrt[5]{a} - 1$.

(2) 在2021年上半年, 甲公司月产值的平均增长率为 $\sqrt[5]{a}$.

你需要判断:

条件(1) $\xrightarrow{?}$

结论

条件(2) $\xrightarrow{?}$

结论

\longrightarrow 大方向: 下推上

【解析】设平均增长率为 x , 则 $(1+x)^5 = a \Rightarrow \sqrt[5]{a} - 1$. 故条件(1)

充分, 条件(2) 不充分.

二、杠杆原理

杠杆原理(十字交叉法)

1.适用情况

当一个整体按照某个标准分为两部分时，可以根据杠杆原理得到交叉法，快速求出两部分的数量比，交叉法不仅仅局限于平均值问题，只要涉及一个大量，一个小量以及他们混合后的平均量，一般都可以用交叉法计算。

推导：某班有 a 名男生的平均分为 x ， b 名女生的平均分为 y ，则全班平均分 z 为多少

杠杆原理(十字交叉法)

1.适用情况

当一个整体按照某个标准分为两部分时，可以根据杠杆原理得到交叉法，快速求出两部分的数量比，交叉法不仅仅局限于平均值问题，只要涉及一个大量，一个小量以及他们混合后的平均量，一般都可以用交叉法计算.

推导：某班有 a 名男生的平均分为 x ， b 名女生的平均分为 y ，则全班平均分 z 为多少

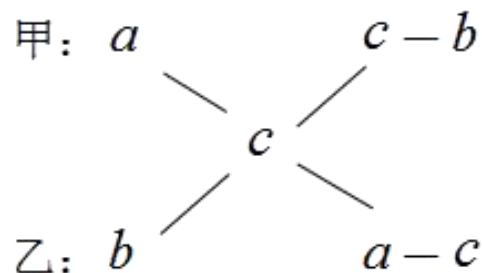
$$z = \frac{ax + by}{a + b} \Rightarrow ax + by = az + bz$$

$$\Rightarrow b(y - z) = a(z - x)$$

$$\Rightarrow \frac{y - z}{z - x} = \frac{a}{b}$$

➤ 杠杆原理(十字交叉法)

2.技巧



则甲、乙的数量比为 $(c - b) : (a - c)$

【步骤】 先上下列出甲、乙的数值，分别与整体的值进行相减，这样就可以得出甲、乙的数量比.

练习

4.某校六年级有两个班，上学期数学平均成绩为85分，已知一班有40人，平均成绩为87.1，二班有42人，则二班的平均成绩为____分.【 】

A.83

B.84

C.85

D.86

E.87

练习

4.某校六年级有两个班，上学期数学平均成绩为85分，已知一班有40人，平均成绩为87.1，二班有42人，则二班的平均成绩为____分. 【 A 】

A.83

B.84

C.85

D.86

E.87

【解析】 设二班的平均成绩为 x ，由题意得：

$$\begin{array}{c} 87.1 \quad 85-x \\ \quad \diagdown \quad \diagup \\ \quad 85 \\ \quad \diagup \quad \diagdown \\ x \quad 87.1 - 85 = 2.1 \end{array} = \frac{40}{42}$$

$$\frac{85-x}{2.1} = \frac{20}{21} \Rightarrow 85-x=2 \Rightarrow x=83$$

故选A.

练习

5.一辆卡车运矿石，晴天每天可运20次，雨天每天可运12次，它一共运了112次，平均每天运14次，这几天中有____天是雨天.【 】

A.6

B.5

C.4

D.3

E.2

练习

5. 一辆卡车运矿石，晴天每天可运20次，雨天每天可运12次，它一共运了112次，平均每天运14次，这几天中有____天是雨天. 【A】

A.6

B.5

C.4

D.3

E.2

【解析】 设晴天为 x 天，雨天为 y 天，则 $x + y = \frac{112}{14} = 8$. 又由题意得：

$$\begin{array}{ccc} \text{晴天: } 20 & & 2 \\ & \searrow \quad \nearrow & \\ & 14 & \\ & \nearrow \quad \searrow & \\ \text{雨天: } 12 & & 6 \end{array} = \frac{2}{6}$$

$\frac{1}{3} = \frac{x}{y}$, 联立得 $y = 6$, 故选A.

练习

6. (条件充分性判断) 已知某公司有甲、乙两个部门要发奖金，则能确定该公司全部员工的平均奖金. 【 】

(1) 已知甲部门的人数和总奖金数.

(2) 已知乙部门的平均奖金数.

你需要判断：

条件 (1) $\xrightarrow{?}$ 结论

条件 (2) $\xrightarrow{?}$ 结论



大方向：下推上

练习

6. (条件充分性判断) 已知某公司有甲、乙两个部门要发奖金，则能确定该公司全部员工的平均奖金. 【E】

(1) 已知甲部门的人数和总奖金数.

(2) 已知乙部门的平均奖金数.

【解析】条件 (1) 和条件 (2) 明显单独均不充分，所以直接考虑联立，要确定中间量，条件 (1) 和条件 (2) 只能提供大量和小量以及甲部门的人数，但是无法得到乙的人数，所以无法得到数量比，联立也不充分。综上，故选E.

三、浓度问题

► 浓度问题

1. 基本公式

溶液量 = 溶质量 + 溶剂量

溶质量 = 浓度 × 溶液量

$$\text{浓度} = \frac{\text{溶质量}}{\text{溶液量}} \times 100\% = \frac{\text{溶质量}}{\text{溶质量} + \text{溶剂量}} \times 100\%$$

盐水 = 盐 + 水

医用酒精 = 纯酒精 + 水



浓度问题

2. 蒸发/加水/加浓问题

特征：仅有溶质或溶剂的量发生变化，**抓不变量**，转换为“比例变化问题”。

方法1：**溶质/溶液守恒列方程**。

方法2：看作“**比例变化问题**”，**统一不变量**。

练习

7.一种浓度为45%的溶液800g，加入适量的水之后，其浓度变为30%，则加了____g的水。【 】

A.300

B.350

C.400

D.450

E.500

练习

7.一种浓度为45%的溶液800g，加入适量的水之后，其浓度变为30%，则加了____g的水. 【 C 】

A.300

B.350

C.400

D.450

E.500

【解析】由于前后溶质不变，可根据溶质不变列等式. 设加水 x g, 则有
 $800 \times 45\% = (800 + x) \times 30\%$, 解得 $x = 400$. 故选C.

练习

8.有浓度为7%的盐水600g，要使盐水浓度增加到10%，需要加盐____g.【 】

A.18

B.19

C.20

D.21

E.22

练习

8.有浓度为7%的盐水600g，要使盐水浓度增加到10%，需要加盐____g. 【 C 】

A.18

B.19

C.20

D.21

E.22

【解析】由于前后溶剂不变，可根据溶剂不变列等式，设加盐 x g，则有 $600 \times 93\% = (600 + x) \times 90\%$ ，解得 $x = 20$. 故选C.

练习

9. 若要将10千克浓度为21%的酒精溶液配成浓度为17%的酒精溶液，则需要浓度为15%的酒精溶液【 】

A. 21千克

B. 20千克

C. 13千克

D. 12千克

E. 11千克

练习

9.若要将10千克浓度为21%的酒精溶液配成浓度为17%的酒精溶液，则需要浓度为15%的酒精溶液【B】

A.21千克

B.20千克

C.13千克

D.12千克

E.11千克

【解析】 设需要浓度15%的酒精溶液 x 千克，解得

$$\frac{10 \times 21\% + 15\%x}{10+x} = 17\%, \text{ 解得 } x = 20. \text{ 故选B.}$$

练习

10.浓度为70%的酒精溶液500g与浓度为50%的酒精溶液300g，混合后所得到的酒精溶液的浓度是【 】

A.51%

B.52.5%

C.55.5%

D.62.5%

E.65.5%

练习

10.浓度为70%的酒精溶液500g与浓度为50%的酒精溶液300g，混合后所得到的酒精溶液的浓度是【D】

A.51%

B.52.5%

C.55.5%

D.62.5%

E.65.5%

【解析】 $\frac{500 \times 70\% + 300 \times 50\%}{800} = 62.5\%$ ，故选D.

四、不定方程

不定方程

1.特征

在应用题中出现了两个（甚至更多）未知量，而数量关系却少于未知量的个数，我们列出的就是不定方程。

不定方程一般是指未知数的个数多于方程个数的方程，这样的方程的解通常不止一个。

不定方程

2. 解题思路

不定方程一般有无数个解，但是结合题意，实际只要我们求出无数个解中的特殊解，往往是求自然数解或者整数解。有时还要加上其他限制，这时的解就是有限的和确定的。

解不定方程可以用以下原则来缩小范围：

- (1) 从系数大的开始讨论.
- (2) 奇偶性讨论.
- (3) 倍数原理.
- (4) 尾数原理.

练习

11.某人到商场购买甲、乙两种商品，甲商品每件16元，乙商品每件12元，此人仅有一张100元的购物券付账，且购物券不能找零，此人为最大化利用购物券应该购买的甲种商品件数为【 】

A.6

B.5

C.4

D.3

E.2

练习

11.某人到商场购买甲、乙两种商品，甲商品每件16元，乙商品每件12元，此人仅有一张100元的购物券付账，且购物券不能找零，此人为最大化利用购物券应该购买的甲种商品件数为【C】

A.6

B.5

C.4

D.3

E.2

【解析】设购买甲商品的件数为 m ，乙商品的件数为 n ，默认 m, n 均为正整数，则 $16m + 12n = 100$ ，化简得 $4m + 3n = 25$ ， $4m$ 一定为偶数，偶数+奇数=奇数，则 $3n$ 一定为奇数，因为 $3 \times 9 = 27 > 25$ ，则 n 可能为1、3、5、7，再进行试算，当 $n = 3, m = 4$ 或 $n = 7, m = 1$ 时符合题意，则可以购买4件或1件甲商品. 故选C.

练习

12.某单位的职工植树，其中有 $\frac{1}{3}$ 的职工各带一个孩子参加，男职工每人种13棵树，女职工每人种10棵树，每个孩子种6棵树，他们一共种了216棵树，那么男职工人数为（ ）

A.24

B.12

C.8

D.6

E.4

练习

12.某单位的职工植树，其中有 $\frac{1}{3}$ 的职工各带一个孩子参加，男职工每人种13棵树，女职工每人种10棵树，每个孩子种6棵树，他们一共种了216棵树，那么男职工人数为【 **B** 】

A.24

B.12

C.8

D.6

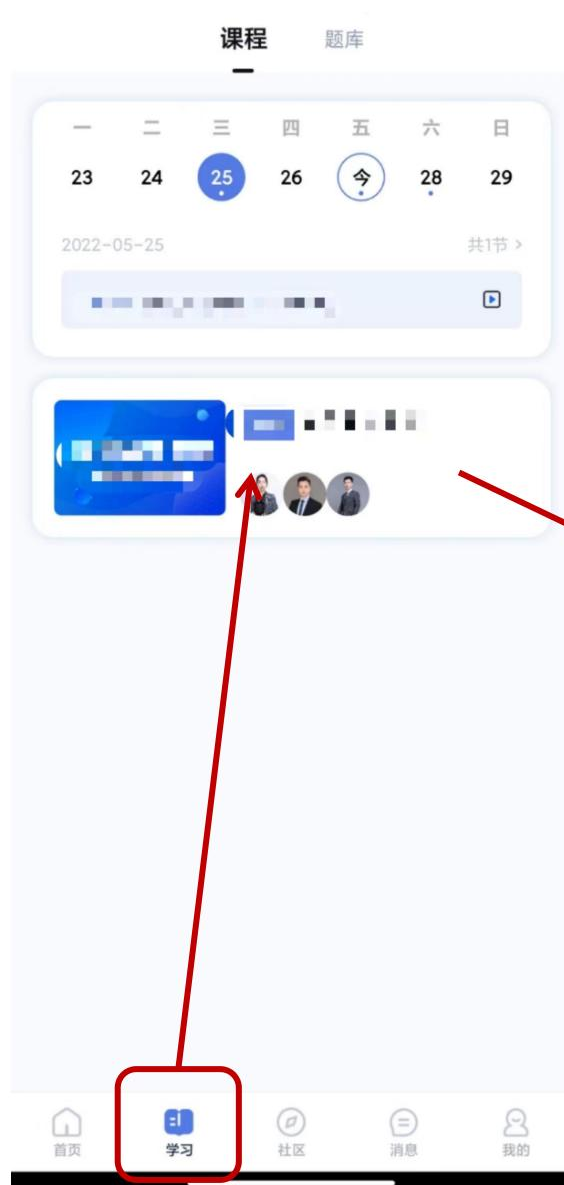
E.4

【解析】设男职工为 x 人，女职工为 y 人，孩子为 $\frac{x+y}{3}$ （默认都为整数），则 $13x +$

$10y + 6 \times \frac{x+y}{3} = 216 \Rightarrow 5x + 4y = 72$ ， $4y$ 为偶数， 72 为偶数，偶+偶=偶，所以

$5x$ 的个位数为0， $4y$ 的个位数为2，满足条件的有 $x = 12, y = 3$ 、 $x = 8, y = 8$ 和 $x =$

$4, y = 13$ ，因为 $\frac{x+y}{3}$ 也为整数，则满足条件的只有 $x = 12, y = 3$ ，故选B.



学习→点击课程→点击评价(5星好评)→提交评价



感谢您的观看

主讲老师：媛媛老师

邮箱：family7662@dingtalk.com