



全国硕士研究生招生考试

专题串讲课——管综(数学)

主讲:媛媛老师



邮箱:family7662@dingtalk.com

串讲课2:函数、方程与不等式



专题串讲课2:函数、方程与不等式

	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023	2024
函数 方程	3	2	3	2	2	1	1	2	1	3	3
不等 式	2	1	2	1	2	2	2	0	1	2	3



专题串讲课2:函数、方程与不等式

PART--01 一元二次函数

PART--02 一元二次方程

PART--03 一元二次不等式

PART--04 均值不等式

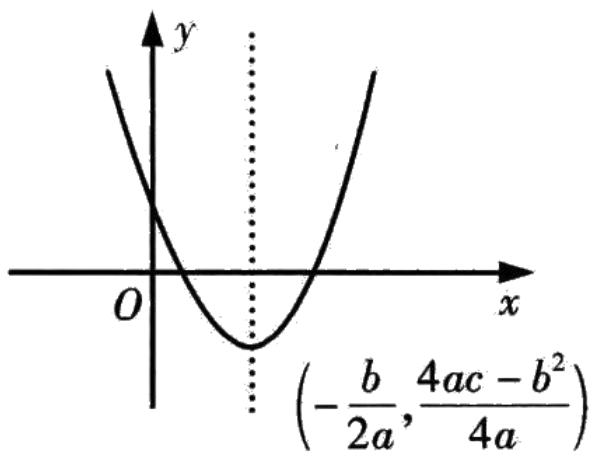
PART--01 一元二次函数



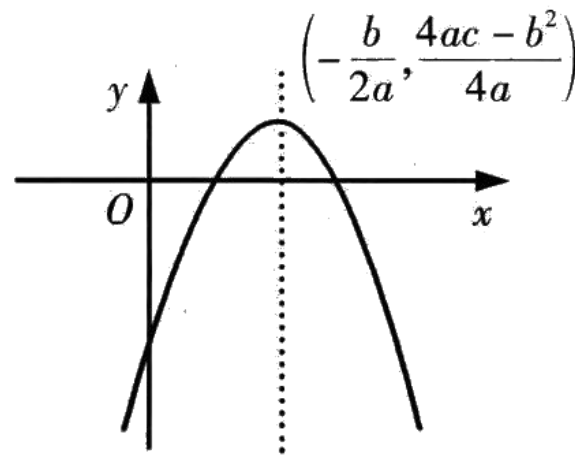
一元二次函数★

一元二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$)

对称轴: $x = -\frac{b}{2a}$, 最值: $\frac{4ac-b^2}{4a}$ (对称轴在定义域内)



$a > 0$



$a < 0$



练习

1. (2013) 已知抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 的对称轴为 $x = 1$, 且过点 $(-1, 1)$, 则 【 】

A. $b = -2, c = -2$

B. $b = 2, c = 2$

C. $b = -2, c = 2$

D. $b = -1, c = -1$

E. $b = 1, c = 1$



练习

2. (2020) 设函数 $f(x) = (ax - 1)(x - 4)$, 则在 $x = 4$ 左侧附近有 $f(x) < 0$.

【 】

(1) $a > \frac{1}{4}$.

(2) $a < 4$.

PART--02 一元二次方程



一、判别式★

一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$

判别式: $\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta > 0$, 有两个不等实根

$\Delta = 0$, 有两个相等实根

$\Delta < 0$, 无实根.

抛物线 $y = ax^2 + bx + c$

与直线 $y = 0$ (x 轴) 是否相交

x 轴与抛物线相交, 有2个交点

x 轴与抛物线相切, 有1个交点

x 轴与抛物线相离, 无交点



一、判别式★

一元二次方程 $ax^2 + bx + c = d$

$$\Rightarrow ax^2 + bx + (c - d) = 0$$

判别式: $\Delta = b^2 - 4a(c - d)$

$\Delta > 0$, 有两个不等实根

$\Delta = 0$, 有两个相等实根

$\Delta < 0$, 无实根.

抛物线 $y = ax^2 + bx + c$

与直线 $y = d$ 是否相交

直线与抛物线相交, 有2个交点

直线与抛物线相切, 有1个交点

直线与抛物线相离, 无交点



练习

3. (2019) 关于 x 的方程 $x^2 + ax + b - 1 = 0$ 有实根. 【 】

(1) $a + b = 0$.

(2) $a - b = 0$.



练习

4. (2014) 已知二次函数 $f(x) = ax^2 + bx + c$, 则能确定 a, b, c 的值. 【 】

(1) 曲线 $y = f(x)$ 过点 $(0, 0)$ 和点 $(1, 1)$.

(2) 曲线 $y = f(x)$ 与直线 $y = a + b$ 相切.



练习

5. (2017) 直线 $y = ax + b$ 与抛物线 $y = x^2$ 有两个交点. 【 】

(1) $a^2 > 4b$

(2) $b > 0$



练习

6. (2016) 已知 $f(x) = x^2 + ax + b$, 则 $0 \leq f(1) \leq 1$. 【 】

(1) 在区间 $[0, 1]$ 中有两个零点.

(2) 在区间 $[1, 2]$ 中有两个零点.



二、韦达定理★

一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的两个根为 x_1, x_2

韦达定理: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$, $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$ (前提 $\Delta \geq 0$)

变式:

$$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2$$

$$|x_1 - x_2| = \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2} \quad (x_1, x_2 \text{ 的距离})$$



练习

7. (2023) 关于 x 的方程 $x^2 - px + q = 0$ 有两个实根 a, b . 则 $p - q > 1$. 【 】

(1) $a > 1$.

(2) $b < 1$.



练习

8. (2016) 设抛物线 $y = x^2 + 2ax + b$ 与 x 轴相交于 A, B 两点, 点 C 的坐标为 $(0, 2)$, 若 $\triangle ABC$ 的面积等于 6, 则 【 】

A. $a^2 + b = 9$

B. $a^2 - b = 9$

C. $a^2 - b = 36$

D. $a^2 - 4b = 9$

E. $a^2 + b = 36$

PART--03 一元二次不等式



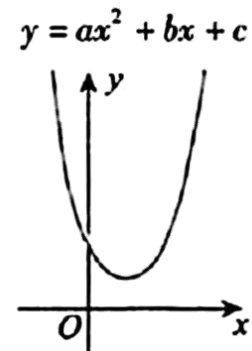
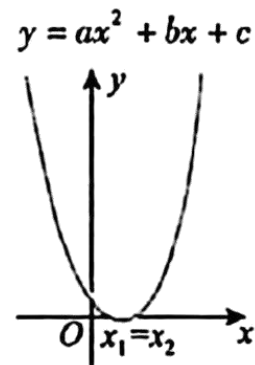
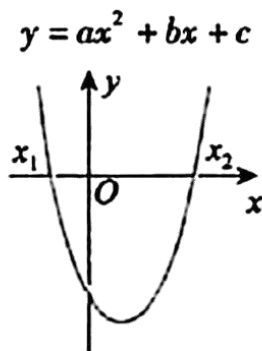
解题步骤★

1. 化成标准型: $ax^2 + bx + c > 0$ (< 0), 且 $a > 0$

2. 计算判别式 Δ

3. 求根: 十字相乘法、公式法

4. 结合函数图像判断解集



口诀: 大于号取两边, 小于号取中间



练习

9. (2006) 已知不等式 $ax^2 + 2x + 2 > 0$ 的解集是 $(-\frac{1}{3}, \frac{1}{2})$, 则 $a = \text{【 】}$

A. -12

B. 6

C. 0

D. 12

E. 以上均不对



练习

10. (2011) 不等式 $ax^2 + (a - 6)x + 2 > 0$ 对所有实数 x 都成立. 【 】

(1) $0 < a < 3$

(2) $1 < a < 5$



练习

11. (2014) 不等式 $|x^2 + 2x + a| \leq 1$ 的解集为空集. 【 】

(1) $a < 0$

(2) $a > 2$

PART--04 均值不等式



均值不等式★

$$\frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n} \geq \sqrt[n]{x_1 x_2 \cdots x_n}$$

$$x^2 + y^2 \geq 2xy, \quad x + y \geq 2\sqrt{xy}, \quad x + \frac{1}{x} \geq 2$$

$$x + y + z \geq 3\sqrt[3]{xyz}$$

一正：所有数据均为正数.

二定：和定积最大；积定和最小.（解决最值问题）

三相等：当且仅当 $x_1 = x_2 = \cdots = x_n$ 时，等号成立.



练习

12. (2020) 设 a, b 是正实数, 则 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ 存在最小值. 【 】

(1) 已知 ab 的值.

(2) 已知 a, b 是方程 $x^2 - (a + b)x + 2 = 0$ 的不同实根.



练习

13. (2019) 有甲、乙两袋奖券，获奖率分别为 p 和 q . 某人从两袋中各随机抽取1张奖券，则此人获奖的概率不小于 $\frac{3}{4}$. 【 】

(1) 已知 $p + q = 1$.

(2) 已知 $pq = \frac{1}{4}$.



练习

14. (2024) 函数 $\frac{x^4+5x^2+16}{x^2}$ 的最小值为____. 【 】

A. 12

B. 13

C. 14

D. 15

E. 16



练习

15. (2019) 设函数 $f(x) = 2x + \frac{a}{x^2}$ ($a > 0$) 在 $(0, +\infty)$ 内的最小值为 $f(x_0) = 12$, 则 $x_0 = \text{【 】}$

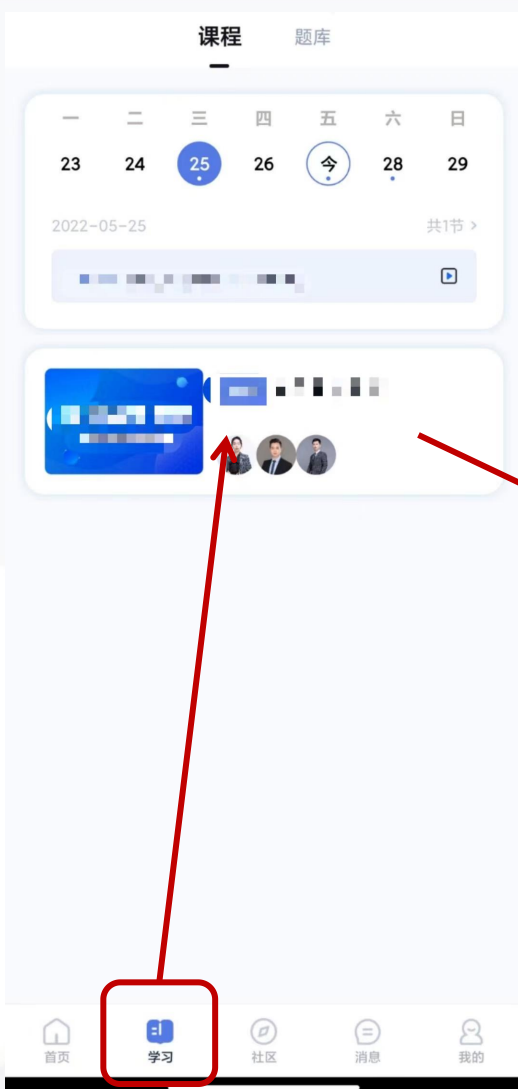
A. 5

B. 4

C. 3

D. 2

E. 1



师大云课堂→学习→点击课程→点击评价(5星好评)→提交评价

感谢聆听

主讲:媛媛老师

邮箱:family7662@dingtalk.com