全国硕士研究生招生考试

管综数学

主讲:媛媛老师

邮箱:family7662@dingtalk.com

第一章　算术

- 第一章 算术
  - 第一节 实数
  - 第二节 分数、小数、百分数
  - 第三节 比与比例
  - 第四节 数据描述
  - 第五节 数轴与绝对值

第一节　实数

第一章 第一节实数

年度	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023
考频	2	1	1	1	1	1	1	1	2

第一章 第一节实数

- 一、实数及其运算
- 二、整除、公倍数、公约数
- 三、奇数、偶数
- 四、质数、合数
- 五、平方根、算数平方根

一、实数及其运算

1.实数R

有理数和无理数统称为实数.实数和数轴上的点一一对应.

2.实数的分类

$$
\text{实数}\begin{cases}
\text{有理数}\left\{\begin{array}{l}\left.\begin{array}{l}\text{整数}\left\{\begin{array}{l}\left.\begin{array}{l}\text{正整数}\\ \text{零}\end{array}\right\}\text{自然数}\\ \text{负整数}\end{array}\right.\\ \text{分数}\left\{\begin{array}{l}\text{正分数}\\ \text{负分数}\end{array}\right.\end{array}\right\}\text{整数、有限小数或无限循环小数}\end{array}\right.\\
\text{无理数}\left\{\left.\begin{array}{l}\text{正无理数}\\ \text{负无理数}\end{array}\right\}\text{无限不循环小数}\right.
\end{cases}
$$

一、实数及其运算

3.有理数与无理数

$m=\frac{p}{q}$（p为整数，q为非零整数，p、q互质）

（1）有理数

凡是能写成$m=\frac{p}{q}$的数都是有理数.

（2）无理数（无限不循环小数）

凡不能写成$m=\frac{p}{q}$的数都是无理数.

一、实数及其运算

3.有理数与无理数

（3）有理数与无理数的运算

有理数±有理数＝有理数	有理数×有理数＝有理数	有理数÷非零有理数＝有理数
有理数±无理数＝无理数	非零有理数×无理数＝无理数	非零有理数÷无理数＝无理数
无理数±无理数＝不确定	无理数×无理数＝不确定	无理数÷无理数＝不确定

一、实数及其运算

3.有理数与无理数

（4）常见的无理数

✓ $\pi \approx 3.14$（圆周率）；$e \approx 2.718$（自然常数）

✓ 开不尽的根号：$\sqrt{2} \approx 1.414$；$\sqrt{3} \approx 1.732$；$\sqrt{5} \approx 2.236$；

$\sqrt{6} \approx 2.449$；$\sqrt{7} \approx 2.646$；$\sqrt{8} \approx 2.828$；$\sqrt{10} \approx 3.162$

✓ 取不尽的对数

一.实数及其运算

4.整数Z

（1）定义：整数是正整数（大于0）、0和负整数（小于0）的集合.

（2）分类：$整数\begin{cases}正整数\\0\\负整数\end{cases}$　　$整数\begin{cases}奇数\\偶数\end{cases}$

5.自然数N（非负整数）

0与正整数叫做自然数.最小的自然数为0.

一、实数及其运算

【例1】若$\frac{4}{2m-1}$是整数，则整数m有（　　）种取值情况.

A.0　　B.1　　C.2　　D.3　　E.4

一、实数及其运算

【例2】3个连续的自然数的和是27，这3个自然数的最大数与最小数之积为（　　）.

A.90　　B.80　　C.82　　D.72　　E.68

一、实数及其运算

【例3】若x,y是有理数，且满足$(1+\sqrt{3})x-(1+3\sqrt{3})y-4+2\sqrt{3}=0$,则$x+y=$（　　）.

A.9　　B.10　　C.11　　D.12　　E.13

二、整除、公倍数、公约数

1.数的整除

$$f（被除数）\div g（除数）= h（商数）\cdots r（余数）$$

其中f、g、h、r均为正整数.

✓ 表述方式：①f除以g②f被g除③g除f④g去除f

✓ 当$0 \le r < g$时，$f = g \times h + r \Rightarrow f - r = g \times h$

【注意】负数相除也可以有余数，如-8÷5=－2⋯2

✓ 当$r = 0$时，$f = g \times h$，称f可以被g整除.

g，h是f的约数（因数）；f是g，h的倍数.

二、整除、公倍数、公约数

1.数的整除

（1）能被2/4/8整除的数　　　能被5/25/125整除的数

能被$2(2^1)$整除的数：个位为0，2，4，6，8.

能被$4(2^2)$整除的数：末两位数字必能被4整除.

能被$8(2^3)$整除的数：末三位数字必能被8整除.

能被5整除的数：个位为0或5.

能被$25(5^2)$整除的数：末两位数字必能被25整除.

能被$125(5^3)$整除的数：末三位数字必能被125整除.

二、整除、公倍数、公约数

1.数的整除

（2）能被3/9整除的数

能被3整除的数：各数位数字之和必能被3整除.

能被9整除的数：各数位数字之和必能被9整除.

（3）能被6(2×3)整除的数

同时满足能被2和3整除的条件.即各数位之和是3的倍数的偶数.

（4）能被10整除的数：个位必为0.

二、整除、公倍数、公约数

1.数的整除

（5）能被7整除的数：末三位数与末三位数以前的数字所表示的数之差能被7整除的整数.

能被11整除的数：从右向左，奇数位数字之和减去偶数位数字之和能被11整除（包括0）.

二.整除.公倍数.公约数

1.数的整除

【例4】一个三位数能被3整除，去掉它的末位数后，所得的两位数是19的倍数，这样的三位数中，最大的三位数的各数位之和为（　　）

A.15　　B.18　　C.21　　D.24　　E.23

二、整除、公倍数、公约数

2.公倍数与公约数的定义

（1）公倍数

- ✓ 公倍数：如果一个正整数c能被正整数a整除，又能被正整数b整除，则称c为a与b的公倍数.
- ✓ 最小公倍数：a与b公倍数中最小的一个，叫作它们的最小公倍数，记为$[a, b]$.

二、整除、公倍数、公约数

2.公倍数与公约数的定义

（2）公约数

- ✓ 约数：a能够正整除b，a就是b的约数.
- ✓ 公约数：如果一个正整数c既是正整数a的约数，又是正整数b的约数，那么c叫作a与b的公约数.
- ✓ 最大公约数：两个数的公约数中最大的一个，记为(a,b).若$(a,b)=1$，则称a与b互质.

二、整除、公倍数、公约数

3.公倍数与公约数的定理

两个正整数的乘积等于他们的最大公约数和最小公倍数的乘积，即

$ab=(a,b)\cdot[a,b]$.

二、整除、公倍数、公约数

4.最小公倍数和最大公约数的求法

（1）短除法

求84与96的最大公约数与最小公倍数.

二、整除、公倍数、公约数

4.最小公倍数和最大公约数的求法

（2）质因数分解法

先把这几个数分解质因数，再把它们一切公有的质因数和其中几个数公有的质因数以及每个数独有的质因数全部连乘起来，所得的积就是它们的最小公倍数.

二、整除、公倍数、公约数

4.最小公倍数和最大公约数的求法

（3）公式法

根据$ab=(a,b)\cdot[a,b]$，先求出它们的最大公约数，再用公式求出它们的最小公倍数.

求多个自然数的最小公倍数，可以先求出其中两个数的最小公倍数，再求这个最小公倍数与第三个数的最小公倍数，依次求下去，直到最后一个为止.最后所得的那个最小公倍数，就是所求的几个数的最小公倍数.

三、奇数、偶数

1.奇数

不能被2整除的整数，可以表示为$2n+1$或$2n-1$，n为整数.

2.偶数

能被2整除的整数，可以表示为$2n$，n为整数.

0是偶数.两个相邻整数必为一奇一偶.

三、奇数、偶数

3.运算规律

奇数±奇数＝偶数	奇数×奇数＝奇数
奇数±偶数＝奇数	奇数×偶数＝偶数
偶数±偶数＝偶数	偶数×偶数＝偶数

【口诀】加减法中，同偶异奇；乘法中，有偶则偶

四、质数、合数

1.质数

如果一个大于1的正整数，只能被1和它本身整除，那么这个正整数叫作质数（素数）.如2，3，5，…

2.合数

如果一个大于1的正整数除了能被1和它本身整除外，还能被其他的正整数整除，这个正整数叫作合数（或复合数）.如4，6，8，9，…

四、质数、合数

3.分解质因数

把一个合数分解为若干个质因数的乘积的形式，称为分解质因数.

任何合数都能写成几个质数的积.

4.互质

公约数只有1的两个整数称为互质整数.

不一定是质数才互质.

5.既约分数（最简分数）

分子与分母互质的分数，其中分子、分母不一定为质数.

四、质数、合数

6.重要性质

（1）质数和合数都在正整数范围，且有无数多个.

1既不是质数也不是合数.

（2）2是唯一的既是质数又是偶数的整数.最小的质数为2.

（3）最小的合数为4.

（4）如果两个质数的和或差是奇数，那么其中必有一个是2；

如果两个质数的积是偶数，那么其中也必有一个是2.

四、质数、合数

7.100以内的质数

2，3，5，7，11，13，17，19，23，29，31，37，41，43，47，53，59，61，67，71，73，79，83，89，97.

四、质数、合数

【例5】已知p,q都是质数，且$5p+7q=129$，则$p+q=$(　　)

A.15　　B.19　　C.25　　D.19或25　　E.均不正确

五.平方根.算术平方根

1.平方根

若$x^2 = a$，则x就为a的平方根，即$x = \pm\sqrt{a}$.

0的平方根仍为0，负数没有平方根.

2.算术平方根

一个正数有两个互为相反数的平方根，其中正的平方根称为算术平方根.

0的平方根和算数平方根均为0.

五、平方根、算术平方根

【例6】一个正数的两个平方根分别为$2a-1$与$-a+2$，则这个正数为（　　）.

A.1　　B.4　　C.9　　D.16　　E.25

第一章 算术

- 第一节 实数
  - 一、实数及其运算
  - 二、整除、公倍数与公约数
  - 三、奇数、偶数
  - 四、质数、合数
  - 五、平方根、算数平方根
- 第二节 分数、小数、百分数
- 第三节 比与比例
- 第四节 数据描述
- 第五节 数轴与绝对值

第二节 分数、小数、百分数

一、分数

1.定义

把单位“1”平均分成若干份，表示这样的一份或几份的数叫分数.

真分数：分子<分母.如：$\frac{3}{7}$

假分数：分子≥分母.如：$\frac{7}{5}$

一、分数

2.分数的运算

先通分，后约分，最终化为最简分数.

- ✓ 通分找分母的最小公倍数.
- ✓ 约分找分子与分母的最大公约数.
- ✓ 最简分数为分子、分母互质.

二、小数

1.定义

由整数部分和小数部分两部分所组成的数叫做小数.

小数 $\begin{cases} \text{纯小数：整数部分是零的小数，比如} 0.21 \\ \text{混小数：整数部分不是零的小数，比如} 3.21 \end{cases}$

二.小数

- 小数
  - 有限小数：比如 0.21
  - 无限小数
    - 循环小数
      - 纯循环小数：比如 $0.\dot{2}\dot{1}$
      - 混循环小数：比如 $0.3\dot{1}\dot{2}$
    - 不循环小数：比如 $\sqrt{2}$

2.小数的分类

（1）有限小数

小数部分后有有限个数位的小数.属于有理数，可以化成分数形式.

（2）无限循环小数

从小数部分的某一位起，一个数字或几个数字，依次不断地重复出现的小数.

（3）无限不循环小数

小数部分有无限多个数字，且没有依次不断地重复出现的一个数字或几个数字的小数.属于无理数，不能化成分数形式.

二.小数

3.小数与分数互化

（1）有限小数化为分数

用10，100，1 000等做分母，如$0.21=\frac{21}{100}$.

二.小数

3.小数与分数互化

（2）纯循环小数化为分数

要用9，99，999等这样的数作为分母，其中“9”的个数等于一个循环节数字的个数；一个循环节的数字所组成的数，就是这个分数的分子.

$$\underbrace{0.\dot{a}b\cdots\dot{g}}_{\text{循环节位数}}=\frac{ab\cdots g}{\underbrace{99\cdots9}_{\text{9的个数为循环节位数}}}\qquad 0.\dot{2}\dot{1}=\frac{21}{99}=\frac{7}{33}$$

二.小数

3.小数与分数互化

（3）混循环小数化为分数

分母要用9与0，其中“9”的个数等于一个循环节数字的个数，“0”的个数等于不循环的数字个数；分子是不循环的数字与一个循环节的数字所组成的数，再减去不循环的数字.

$$0.\underbrace{ab\cdots c}_{m}\underbrace{\dot{d}\cdots\dot{g}}_{n}=\frac{ab\cdots g-ab\cdots c}{\underbrace{99\cdots9}_{n}\underbrace{00\cdots0}_{m}}$$

$$0.3\dot{1}\dot{2}=\frac{312-3}{990}=\frac{309}{990}=\frac{103}{330}$$

三.百分数

1.定义

一个数占另一个数的百分之几的数，叫做百分数（百分率或者百分比）.

百分数通常不写成分数的形式，而是在分子后面加上百分号“%”来表示.

三.百分数

2.分数与百分数的区别

（1）意义不同，百分数只表示两个数的倍比关系，不能带单位名称；分数既可以表示具体的数，又可以表示两个数的关系，表示具体数时可带单位名称.

（2）百分数不可以约分，而分数一般通过约分化成最简分数.

（3）任何一个百分数都可以写成分母是100的分数，而分母是100的分数并不都具有百分数的意义.

（4）应用范围的不同，百分数在生产和生活中，常用于调查、统计、分析和比较，而分数常常在计算、测量中得不到整数结果时使用.

第三节 比与比例

第一章　第三节比与比例

一、比与比例

二、比例的性质及定理

一.比与比例

1.比

两个数a，b相除，又可称为这两个数的比，记为$a:b$，即$a:b=\frac{a}{b}$.

若a，b相除的商为k，则称k为a,b的比值.

2.比例

相等的比称为比例，记作$a:b=c:d$或$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$.

其中a和d称为比例外项，b和c称为比例内项.

当$a:b=b:d$时，称b为a和d的比例中项，又称“等比中项”.

一、比与比例

【例1】若$\frac{1}{x}:\frac{1}{y}:\frac{1}{z}=4:5:6$，则使$x+y+z=74$成立的$y$值是（　　）

A.24　　B.36　　C.$\frac{74}{3}$　　D.$\frac{37}{2}$　　E.37

一、比与比例

【例1】若$\frac{1}{x}:\frac{1}{y}:\frac{1}{z}=4:5:6$，则使$x+y+z=74$成立的$y$值是（　　）

A.24　　B.36　　C.$\frac{74}{3}$　　D.$\frac{37}{2}$　　E.37

【解析】$\frac{1}{x}:\frac{1}{y}:\frac{1}{z}=4:5:6\Rightarrow x:y:z=\frac{1}{4}:\frac{1}{5}:\frac{1}{6}=15:12:10$，由$x+y+z=74$，所以

$y=74\times\frac{12}{15+12+10}=24$．选 A.

【点睛】遇到比例问题，首先要求出最简整数比，然后根据数值扩大或缩小相应的倍数就可以了.

二.比例的性质及定理

1.比例的基本性质

（1）内项积等于外项积，即若$a:b=c:d$，则$ad=bc$.

（2）比的前项和后项都乘以或除以一个不为零的数，比值不变，即$a:b=ak:bk$（$k\neq 0$）.

（3）$a:b=b:d \Leftrightarrow b^2=ad$.

二.比例的性质及定理

2.比例定理（以下公式的任一分母均不等于0）

（1）更比定理

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Leftrightarrow\frac{a}{c}=\frac{b}{d}$$

（2）反比定理

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Leftrightarrow\frac{b}{a}=\frac{d}{c}$$

二.比例的性质及定理

2.比例定理（以下公式的任一分母均不等于0）

（3）合比定理

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Leftrightarrow\frac{a+b}{b}=\frac{c+d}{d}$$

（4）分比定理

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Leftrightarrow\frac{a-b}{b}=\frac{c-d}{d}$$

二.比例的性质及定理

2.比例定理（以下公式的任一分母均不等于0）

（5）合分比定理

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Leftrightarrow\frac{a+b}{a-b}=\frac{c+d}{c-d}$$

二.比例的性质及定理

2.比例定理（以下公式的任一分母均不等于0）

（6）等比定理

若$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}=\cdots=\frac{m}{n}(b+d+f+\cdots+n\neq 0)$，

则$\frac{a+c+e+\cdots+m}{b+d+f+\cdots+n}=\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}=\cdots=\frac{m}{n}$.

三.正比例函数和反比例函数

1.正比例函数

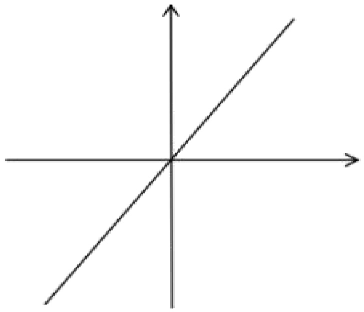
若$y = kx$（k不为零），则称y与x成正比，称k为比例系数.

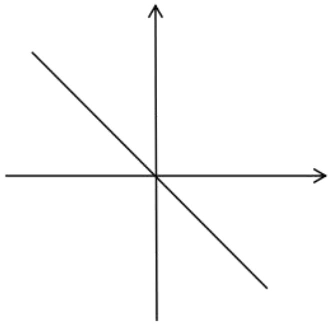
（1）$k > 0$

图像分布在一、三象限内，在每个象限内y值随着x值的增大而增大.

（2）$k < 0$

图像分布在二、四象限内，在每个象限内y值随着x值的增大而减小.





三、正比例函数和反比例函数

2反比例函数

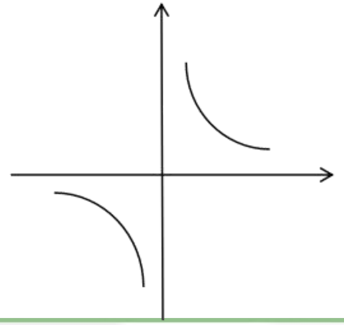
若$y=\frac{k}{x}$（k不为零），则称y与x成反比，称k为比例系数.

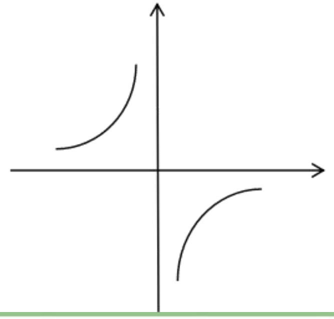
（1）$k>0$

图像分布在一、三象限内，在每个象限内y值随着x值的增大而增大.

（2）$k<0$

图像分布在二、四象限内，在每个象限内y值随着x值的增大而减小.





- 第一章 算术
  - 第一节 实数
  - 第二节 分数、小数、百分数
  - 第三节 比与比例
    - 一、比与比例
    - 二、比例的性质及定理
  - 第四节 数据描述
  - 第五节 数轴与绝对值