

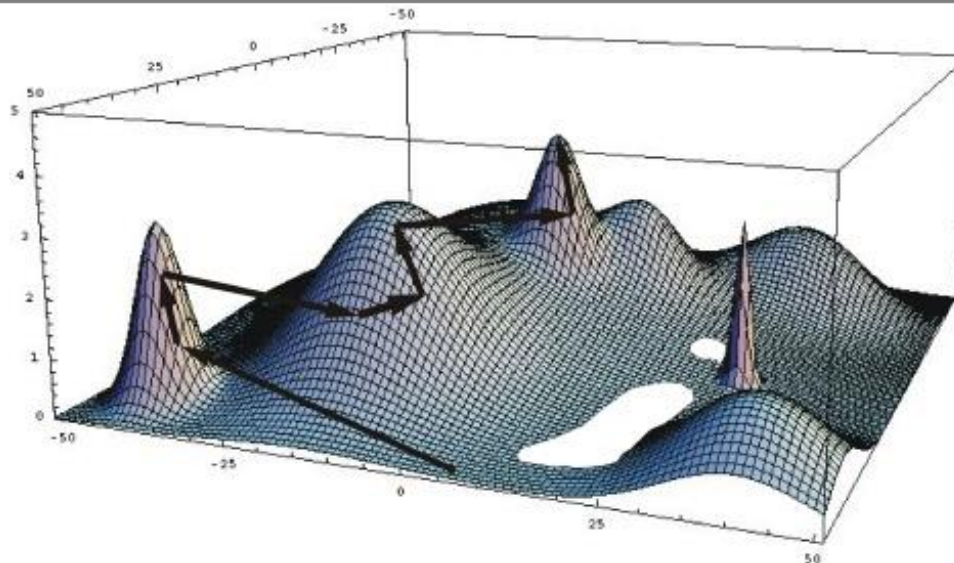
Vorlesung Computational Intelligence

Teil 4: Evolutionäre und Memetische Algorithmen

4.4 Aufbau und Operatoren Evolutionärer Algorithmen

Ralf Mikut, Wilfried Jakob, Markus Reischl

Institut für Automation und angewandte Informatik (IAI) / Campus Nord



4.4 Aufbau und Operatoren Evolutionärer Algorithmen

Übersicht:

- Darstellung der Entscheidungsvariable im Chromosom (Codierung)
- Basisalgorithmus
 - Erzeugung der Startpopulation
 - Partnerwahl
 - Erzeugung von Nachkommen (Rekombination und Mutation)
 - Bewertung
 - Akzeptanz der Nachkommen
 - Abbruchkriterien
- Strukturierte Populationen
 - Nachbarschaftsmodelle
 - Strategieparameter der Nachbarschaftsmodelle
 - Nachbarschaftsmodelle und Parallelisierung
- Konvergenz
- EA-Projekt
- Grundbegriffe Evolutionärer Algorithmen

Darstellung der Entscheidungsvariable im Chromosom (Codierung):

Codierung klassischer EAs:

- **Bitstrings** (Genetische Algorithmen, GA)
- **Felder aus reellen Zahlen** (Evolutionstrategie, ES)
- **Baumstrukturen,**
anfänglich basierend auf LISP (genetische Programmierung, GP)

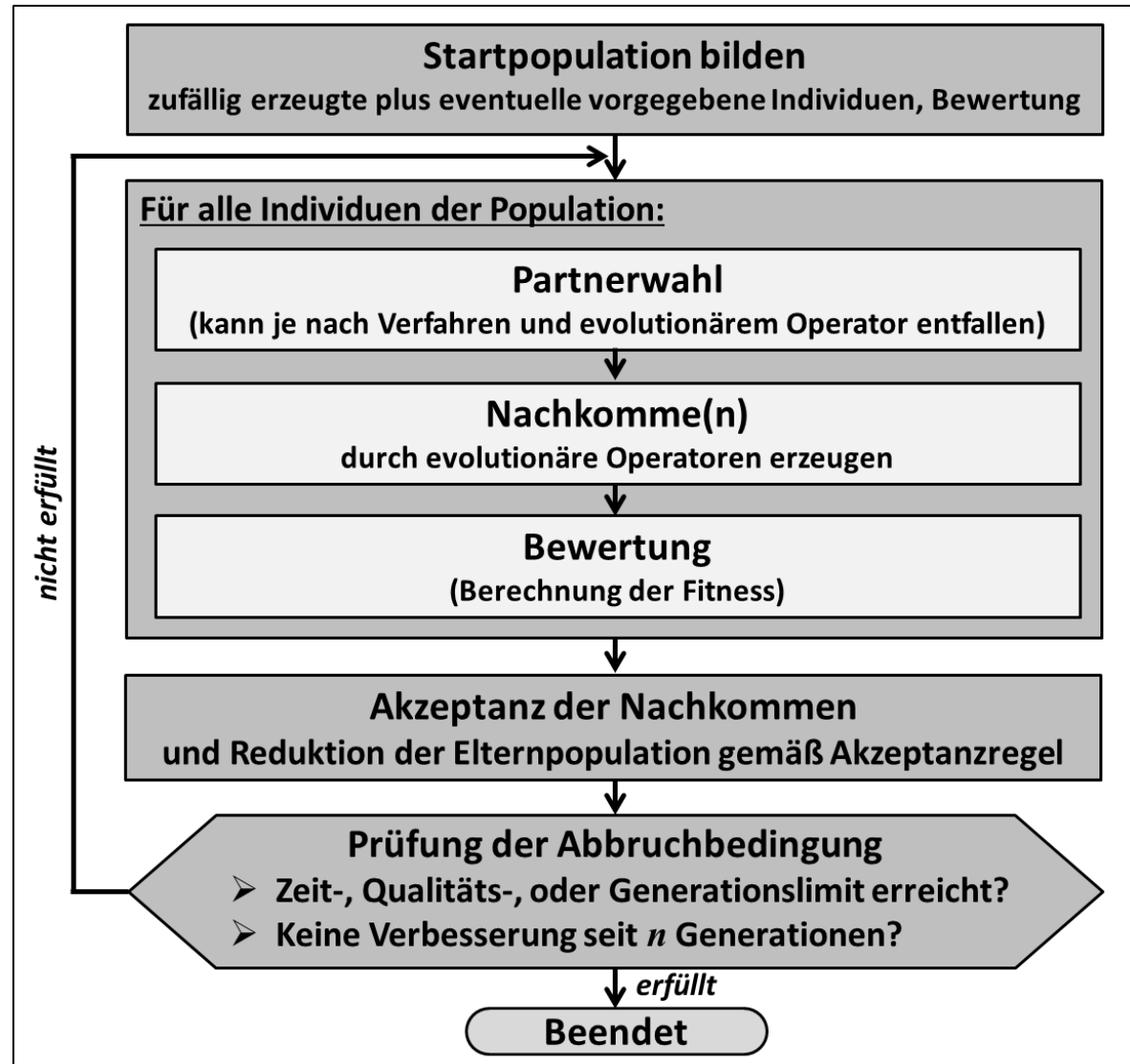
... sehr heterogen!

Heute vorherrschende Meinung:

Bevorzugung einer problemnahen Codierung

z.B.: reelle Zahlen, wenn reelle Entscheidungsvariable zu optimieren sind
ganze Zahlen bei kombinatorischen Problemen

EA-Ablaufschema:

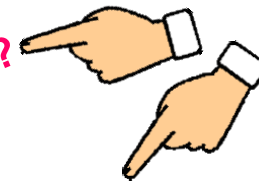


EA-Aufbau – Basisalgorithmus - Startpopulation

Erzeugung der Startpopulation:

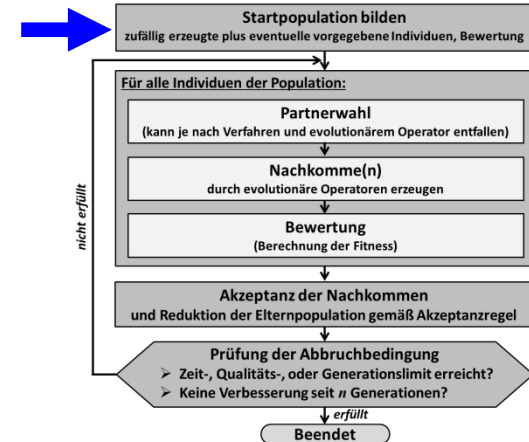
- zufällige Erzeugung
- Ergebnisse von Heuristiken
- Lösung(en) einer ähnlichen Aufgabe
- manuelle Lösungen
- Lösung des bisherigen Systems
bringt häufig großen Akzeptanzgewinn

Warum?



Der Anteil nicht zufällig erzeugter Individuen sollte 20% nicht überschreiten!

Warum?



EA-Aufbau – Basisalgorithmus - Partnerwahl

Partnerwahl (1):

Nur erforderlich bei Crossover
(Nachbildung der geschlechtlichen Vermehrung)

Einfache Formen:

- rein zufällig (schlecht)
- **fitness-proportional** (besser)
(bessere Individuen können sich (zu) schnell durchsetzen,
schlechtere haben nur geringe Chancen zur Vermehrung)

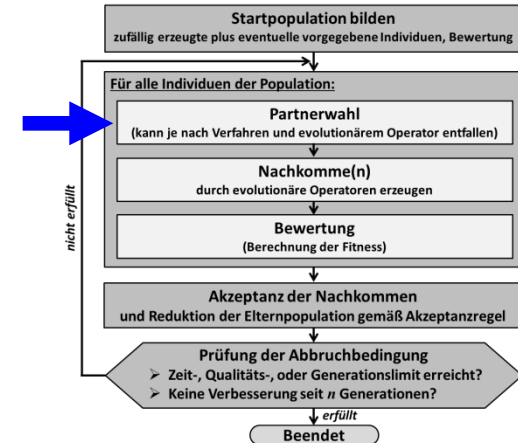
Problem der Balance zwischen angemessenem **Selektionsdruck** (*exploitation*)
und ausreichender **Heterogenität** der Population (*exploration*).

Rangbasierte Selektion (*ranking*):

Auswahl basiert auf festen Wahrscheinlichkeiten eines Rangplatzes anstelle von
relativen Fitnessunterschieden.

Ziele: - Steuerung des Selektionsdrucks

- Entkopplung der Reproduktionswahrscheinlichkeiten von Fitnessunterschieden
- Ausgleich für schlechtere Individuen auf Kosten der besseren
(bei heterogenen Populationen)



EA-Aufbau – Basisalgorithmus - Partnerwahl

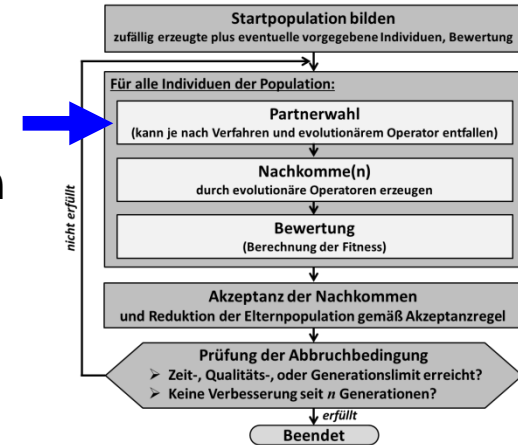
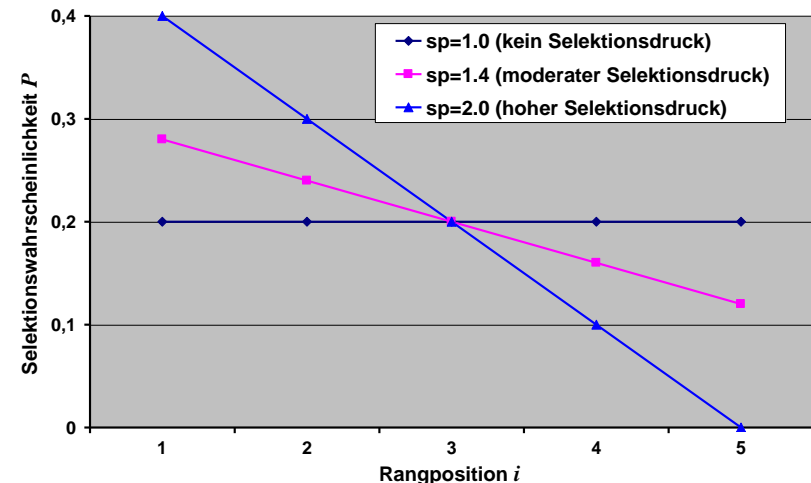
Partnerwahl (2):

- Sortierung der n zur Auswahl anstehenden Individuen entsprechend ihrer Fitness: → Rangpositionen
- Zuordnung fester Wahrscheinlichkeiten $P(pos_i)$ zu den Rangpositionen pos_i
- mit dem Parameter **selective pressure**: $1 \leq sp \leq 2$

$$P(pos_i) = \frac{1}{n} \cdot \left(sp - (2sp - 2) \frac{i-1}{n-1} \right) \quad \text{mit } P(pos_i) \geq 0, \quad \sum_{i=1}^n P(pos_i) = 1, \quad 1 \leq i \leq n$$

Lineares Ranking (linear ranking)

Beispiel mit 5 Individuen:



Erzeugung von Nachkommen:

Pro Paarung ein oder mehrere Nachkommen durch

- Kinder der Eltern (**Crossover oder Rekombination**)
- mutierte Kinder der Eltern (**Crossover + Mutationen**)
- mutierte Klone des Elter (**Mutationen**)

Mutationen:

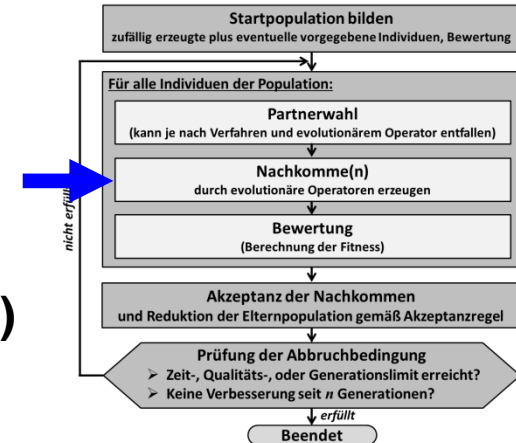
Anforderungen an Mutationen:

1. Erreichbarkeit von jedem Punkt des Suchraums
2. Keine Bevorzugung von Teilen oder Richtungen im Suchraum (keine **Drift**)
3. Einstellbarkeit der Mutationsstärke

Beispiele für Mutationen:

- zufällige Änderung oder Neubestimmung von Allelwerten
- zufällige Verschiebung von Genen
- zufällige Verschiebung von Genabschnitten
- Inversion von zufällig gewählten Genabschnitten

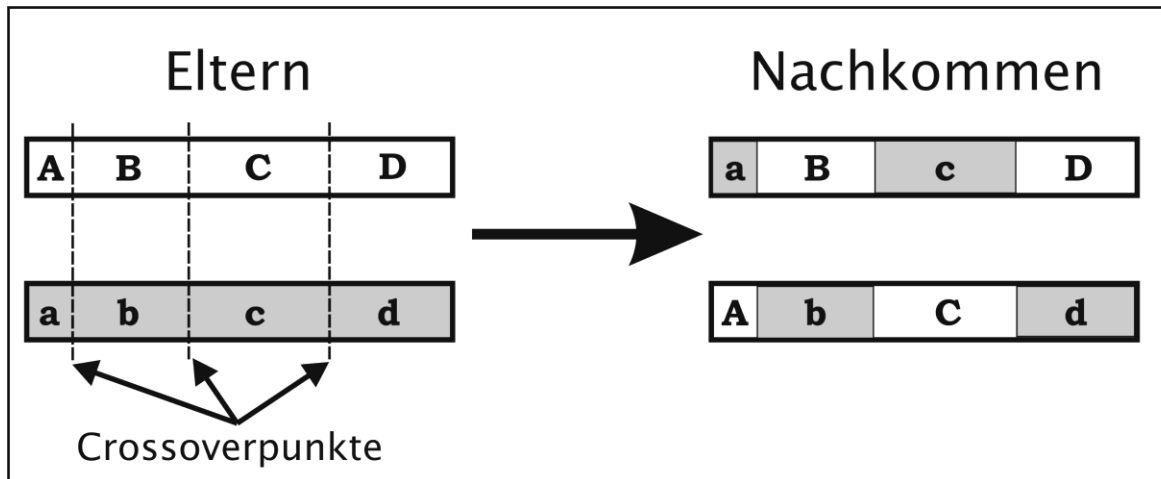
} **nur bei
kombinatorischen
Problemen**



Crossover und Rekombination (1):

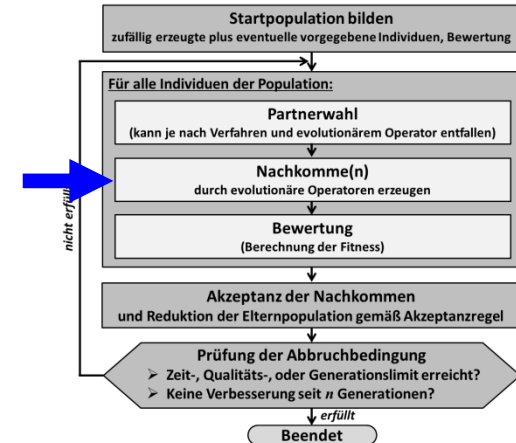
Erzeugung eines oder zweier Nachkommen
aus den Chromosomen der Eltern

Beispiel eines 3-Punkt-Crossovers:



Einige Gestaltungsmöglichkeiten:

- Anzahl der **Crossoverpunkte**
(je mehr Punkte, desto stärker die **Breitensuche**)
- Welches der beiden erzeugten Chromosomen wird genommen? Beide?



Crossover und Rekombination (2):

Crossover durch Austausch und Vermischung von Allelwerten

Diskrete Rekombination:

Pro Gen zufällige Entscheidung,

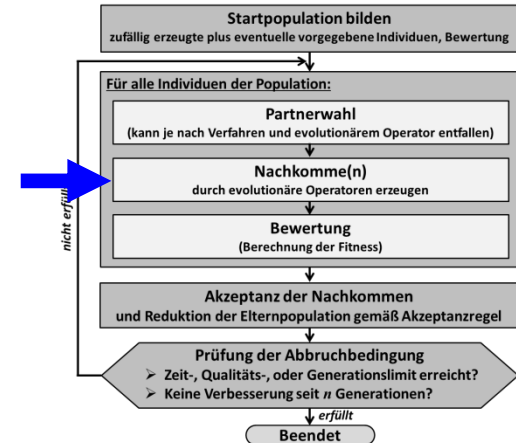
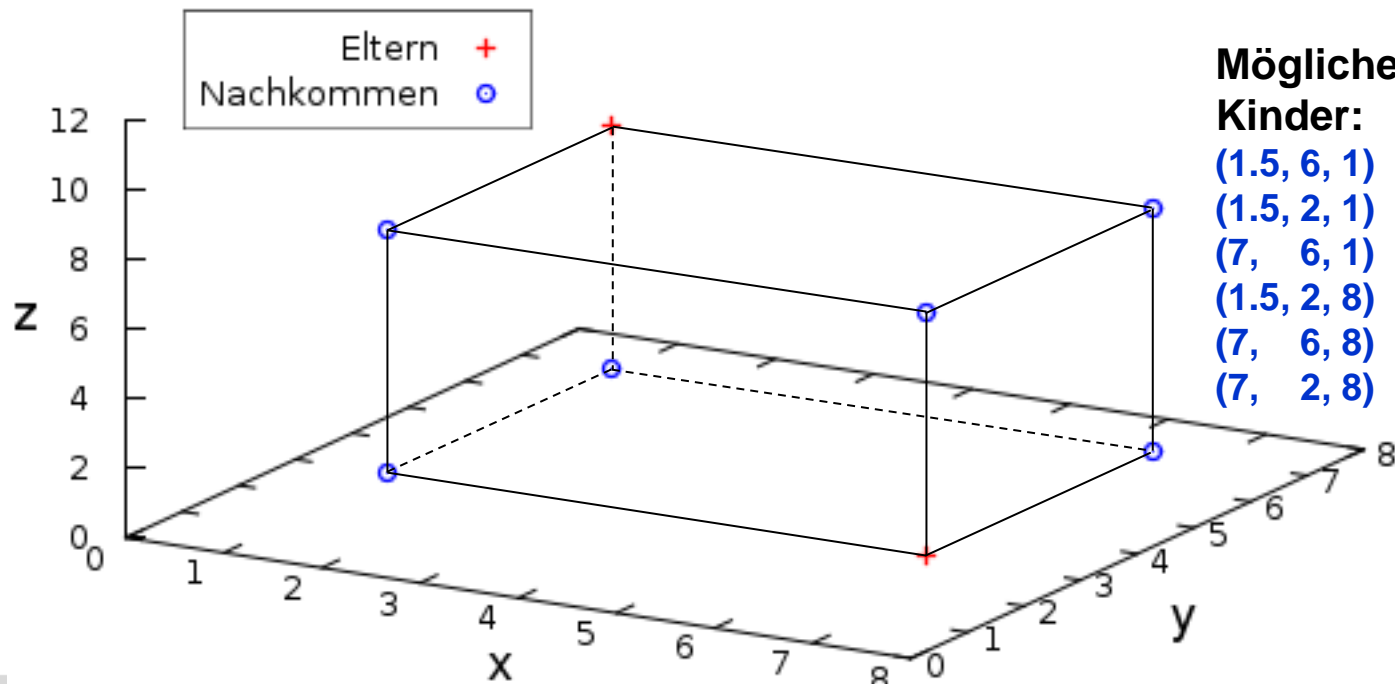
- von welchem Elter der Allelwert stammen soll und
- unter Vermeidung von Klonen.

Erzeugung von Nachkommen auf den Ecken eines Hyperkörpers, der durch die Elternallele aufgespannt wird.

Beispiel:

$E_1 = (1.5, 6, 8)$

$E_2 = (7, 2, 1)$



Crossover und Rekombination (3):

Intermediäre Rekombination:

Erzeugung des neuen Allelwertes a_i durch Mischung der Allelwerte der Elter-Gene a_{i,E_1} und a_{i,E_2} :

$$a_i = a_{i,E_1} \cdot \beta_i + a_{i,E_2} \cdot (1 - \beta_i)$$

mit $\beta_i \in [-d, 1 + d]$ jeweils zufällig gleichverteilt pro Gen i

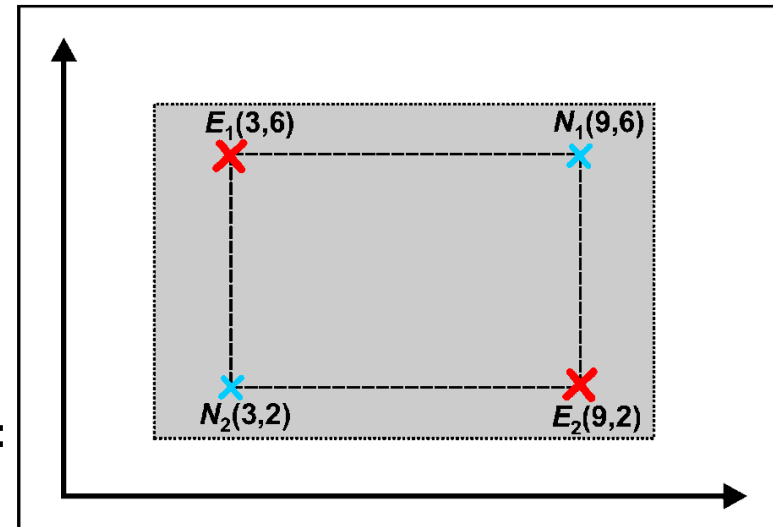
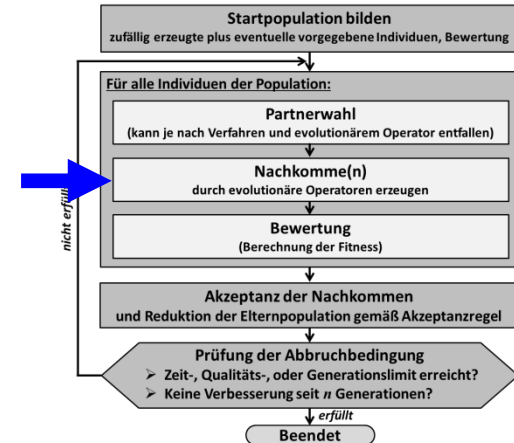
Einbeziehung des Inneren des Hyperkörpers und einer Umgebung.

Für d wird 0.25 empfohlen, um der Tendenz zur Verkleinerung der Allelwerte entgegen zu wirken.

Beispiel:

Eltern mit zwei Entscheidungsvariable:

$$E_1 = (3,6) \quad E_2 = (9,2)$$



Crossover und Rekombination (4):

Crossover-Operatoren für kombinatorische Probleme: Codierung besteht aus ganzen Zahlen, die jeweils nur einmal vorkommen.

Zwei Beispiele für Aufgaben mit Reihenfolgerestriktionen wie z.B. beim Job-Shop-Scheduling:

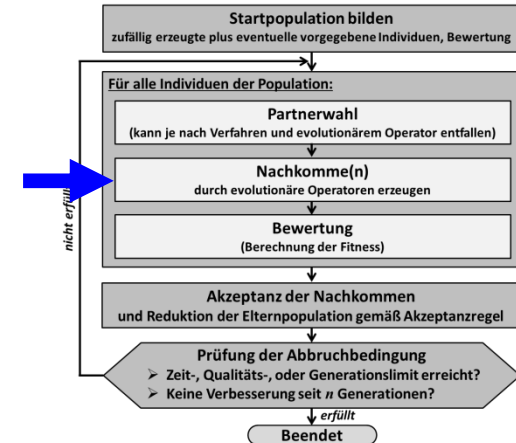
Order-based Crossover (OX):

- Gibt die relative Reihenfolge an die Kinder weiter.
- Keine Garantie, dass die Reihenfolgekorrektheit der Eltern weitervererbt wird.
- Liefert gute Ergebnisse [Jak08]

Algorithmus:

- Wähle zufällig n Crossoverpunkte aus. Es entstehen $n+1$ Sequenzen.
- Kopiere die Gene der 2., 4., ... Sequenz des 1.Elter positionstreu in das Kind.
- Fülle die Lücken mit denjenigen Genen des 2.Eltern reihenfolgetreu auf, die noch nicht im Kind vorhanden sind.
- Das 2.Kind wird analog durch Vertauschung der Eltern erzeugt.

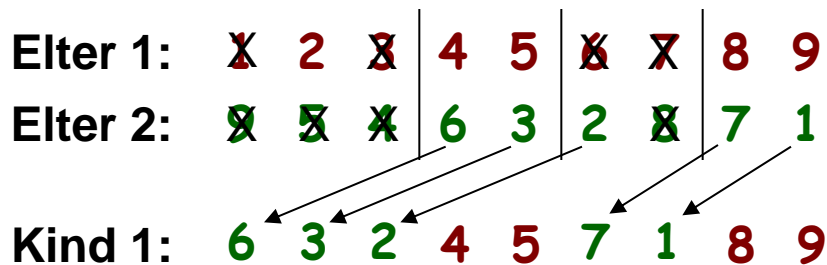
[Eib03], uniform order-based crossover bei [Dav91]



Crossover und Rekombination (5):

OX-Beispiel:

3 Crossoverpunkte: 3, 5 und 7

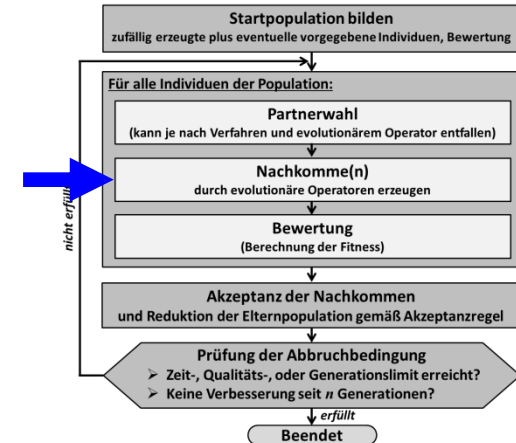


Übung:

Wie sieht das 2. Kind aus?



Kind 2:



Crossover und Rekombination (6):

Position-based Crossover (PBX):

- Gibt die relative Reihenfolge an die Kinder weiter.
- Keine Garantie, dass die Reihenfolgekorrektheit der Eltern weitervererbt wird.

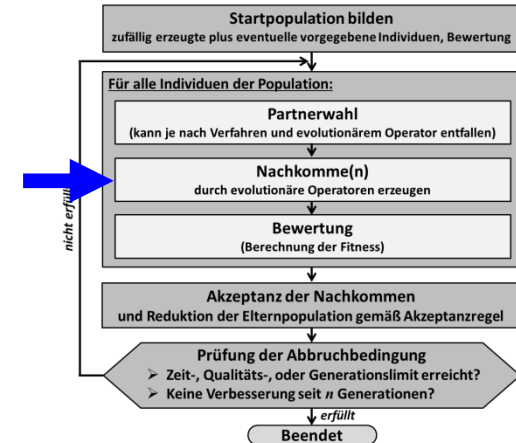
Algorithmus:

- Wähle zufällig ein Bitpattern mit der Chromosomenlänge aus.
- Übernehme alle Gene von 1.Elter mit einer 1 im Pattern positionstreu in das Kind.
- Streiche im 2.Elter alle übernommenen Gene.
- Kopiere die verbliebenen Gene reihenfolgetreu in die Lücken des Kindes.

[Sys91]

Ähnelt dem order-based Crossover (OX), bei dem die Anzahl der Teilstücke im Gegensatz zum PBX einstellbar ist.

Der PBX tendiert zu einer feingranulareren Aufteilung als der OX.



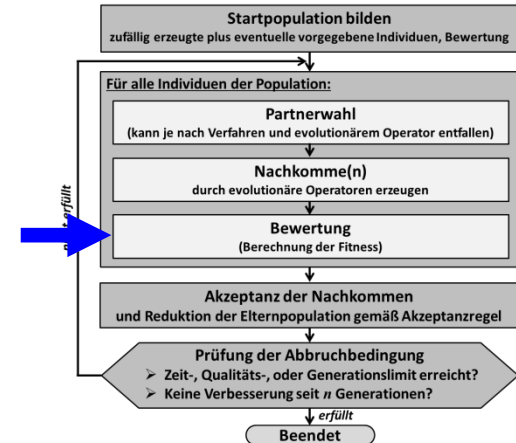
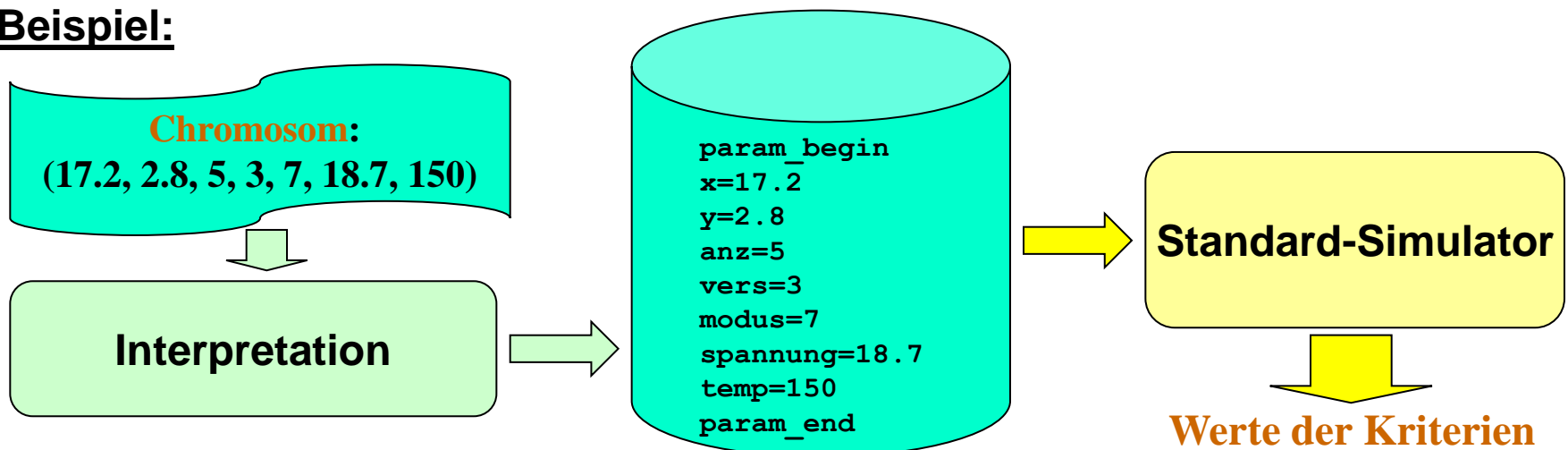
EA-Aufbau – Basisalgorithmus - Bewertung

Interpretation und Fitnessberechnung:

Meistens werden durch **Simulation** Werte für alle oder einen Teil der Kriterien ermittelt.
(Simulationsbasierte Optimierung)

- Die **wenigsten Simulatoren** sind für EAs geschrieben und **können Chromosome verarbeiten!**
- Konsequenz: Erstellung einer anwendungsabhängigen Abbildung des Chromosoms auf die Eingangsschnittstelle des Simulators (häufig **Interpretation** genannt)


Beispiel:

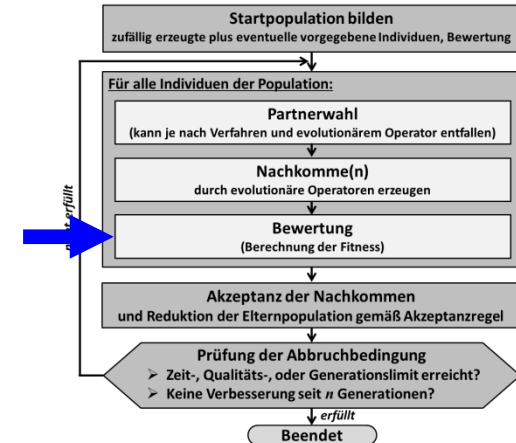


EA-Aufbau – Basisalgorithmus - Bewertung

Fitnessberechnung (2):

- Die Werte der **Kriterien** des Simulators und eventuell bei der **Interpretation** ermittelte Größen werden bewertet: Eventuelle Abbildung auf Fitnessskala
- **Simulation** dauert meist wesentlich länger als alle Operationen des EA.
- Dann wird die **Anzahl der Fitnessberechnungen** zum bestimmenden Maß für die **Komplexität**.
- Maßnahmen zur **Verringerung der Fitnessberechnungen**:
 - **Archiv**: Vermeidung von Doppelberechnungen
 - **Archiv mit Ähnlichkeitsmaß**: Bei *hinreichend ähnlichen* Individuen Verwendung des gleichen Repräsentanten des Archivs

Was ist hinreichend ähnlich? 
- Mehrere Kriterien: **Gewichtete Summe** oder **Pareto-Optimierung** (siehe Kapitel 4.2, Folien zur Mehrzieloptimierung)



Akzeptanz der Nachkommen:

Bildung der Folgegeneration aus Eltern und Nachkommen, wobei die **Populationsgröße μ** konstant bleibt.

Zwei grundsätzliche Alternativen:

1. Elitäre Akzeptanz

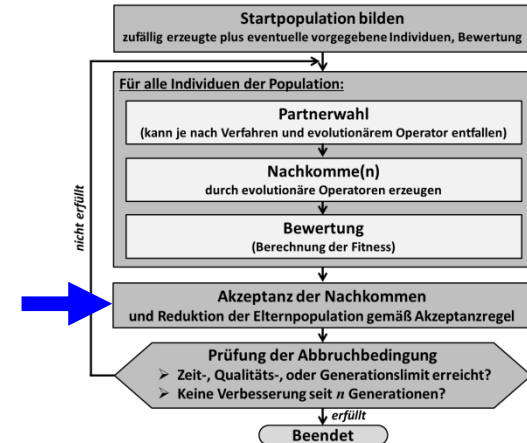
Das beste Individuum geht immer in die Folgegeneration.

2. Nicht elitäre Akzeptanz

Das beste Individuum kann verloren gehen.

Viele Varianten:

- Generationsweise Ersetzung (**generational replacement**), nicht elitär
- Nur wenige Nachkommen ersetzen die schlechtesten Eltern (**steady state**), die Anzahl der Nachkommen ist ein **Strategieparameter**, elitär

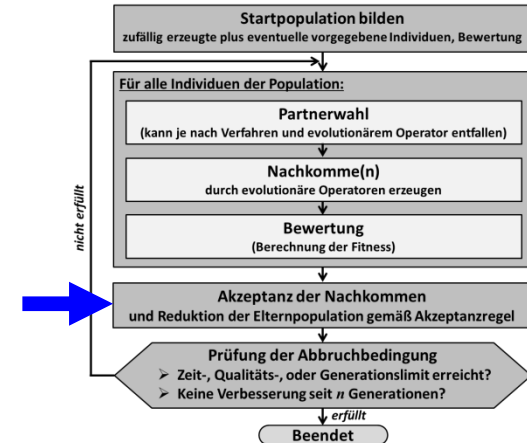


Akzeptanzregeln der Evolutionsstrategie:

Findet auch bei anderen EA Verwendung.

Voraussetzung: Erzeugung von mehr λ Nachkommen
als die Population groß ist.

$$\lambda > \mu \quad \text{meist sogar } \lambda \gg \mu$$



(μ, λ) -Strategie (Komma-Strategie):

Die μ besten Nachkommen ersetzen die Elterngeneration vollständig.

$(\mu + \lambda)$ -Strategie (Plus-Strategie):

Auswahl der μ besten aus Eltern und Nachkommen zur Bildung der Folgegeneration.

Welche der Strategien ist elitär?

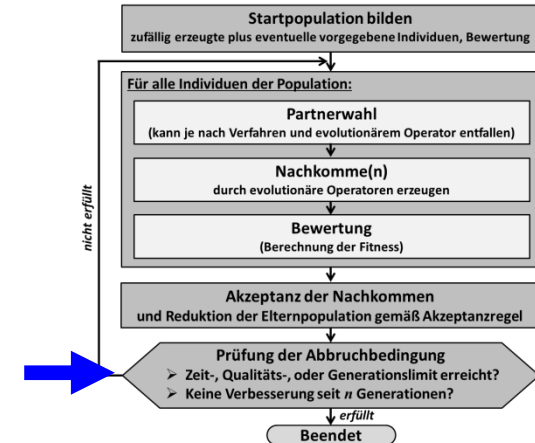


EA-Aufbau – Basisalgorithmus - Abbruchkriterien

Abbruchkriterien:

Meist mehrere mit logischem ODER verknüpft:

- **Zeitlimit**
- **Generationslimit**
- **Qualitätsvorgabe**
(setzt Wissen über die erreichbare Qualität voraus)
- **Stagnationskriterien:**
 - Keine Verbesserung des Besten seit *n* Generationen
 - Keine Nachkommensakzeptanz seit *n* Generationen
 - ...



Welches der beiden Stagnationskriterien führt schneller zum Abbruch
(ist das schärfere Kriterium)?

Welches Kriterium zeigt eine umfassendere Stagnation an?

EA-Aufbau – Strukturierte Populationen

Strukturierte Populationen:

Population: Menge von μ Individuen,
wobei jedes Individuum mit jedem Nachkommen erzeugen kann.
Panmixie oder **panmiktische Population**

In der Biologie ist das anders!

Es gibt:

- Rudel mit (zumindest zeitweise) klaren Regeln,
wer mit wem Nachkommen erzeugt
- Trennung durch räumliche Distanz
- allgemein: lokale Gruppen, innerhalb derer Nachkommen erzeugt werden.
Aber auch Austausch von Erbinformation durch:
 - umherziehende Individuen
 - Zusammentreffen solcher Gruppen
 - Eintreffen eines stärkeren Nebenbuhlers
 - saisonale Paarbildung, ...

EA-Aufbau – Strukturierte Populationen

Populationsmodelle:

Motivation: Die zeitlich begrenzte Vermehrung in Teilgruppen

- gibt Mutanten eine höhere Chance, sich zu behaupten,
- gestattet die Herausbildung speziell angepasster Gruppen (**Nischenbildung**),
- fördert die **genotypische Varianz** der Gesamtpopulation.

Es gibt neben dem (üblichen) **panmiktischen** oder **globalen Populationsmodell**

■ Migrationsmodelle

Aufteilung der Population in meist panmiktische und voneinander abgegrenzte Teilpopulationen mit zeitweisem Individuen-Austausch (**Migration**).

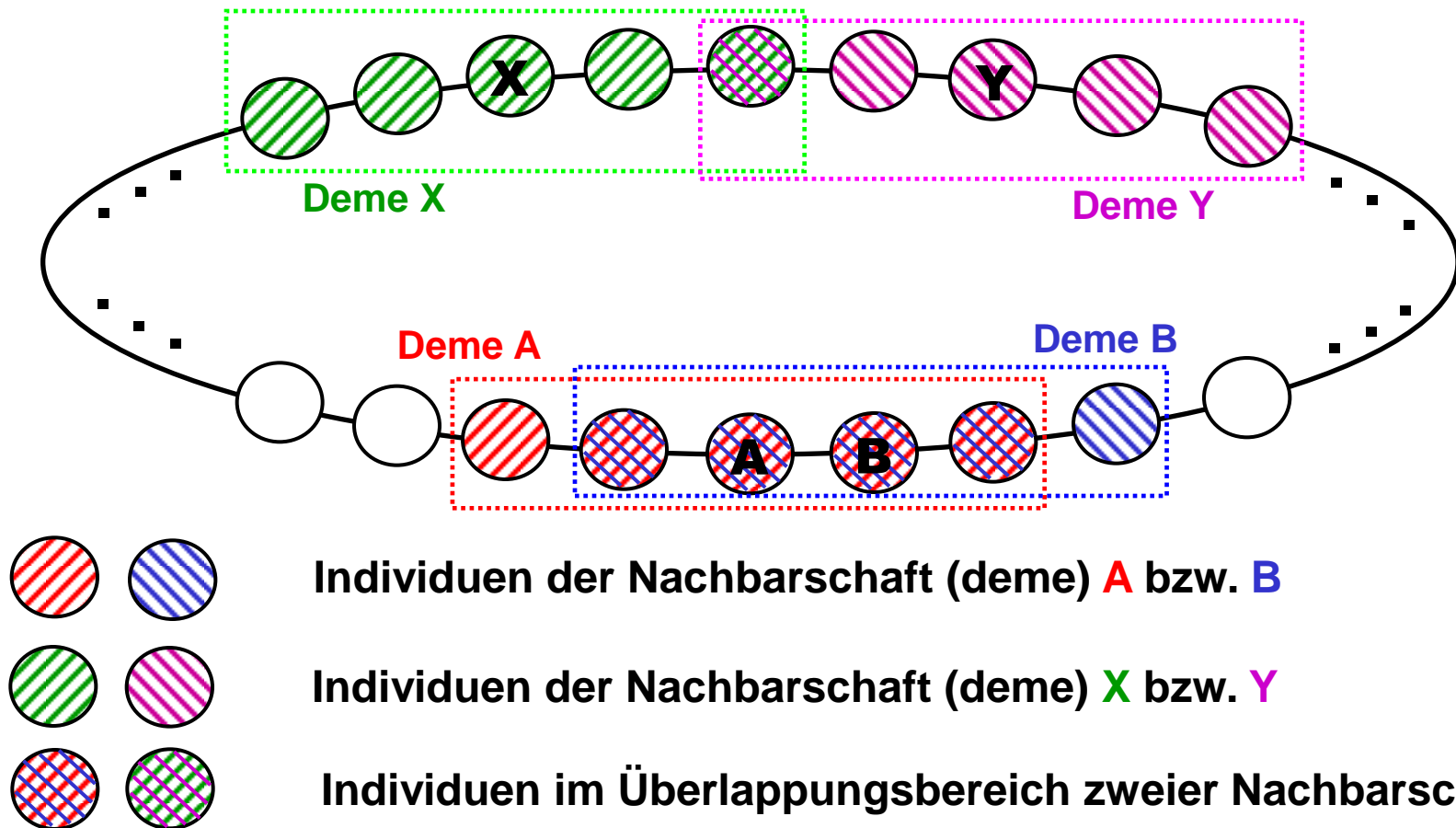
■ Nachbarschafts- oder Diffusionsmodelle (1):

Topologische Nachbarschaftsrelationen zwischen den Individuen. Z.B. bei einer Liste
Achtung: Kein Bezug zur Lage im Suchraum!

- Bildung von Nachbarschaften (**Demes**) der Individuen
- Partnerwahl und Nachkommensakzeptanz nur innerhalb des Demes (**Panmixie**)
- Überschneidungen der Nachbarschaften bewirken langsame Ausbreitung der genetischen Information (**Diffusion**).

... werden nicht
weiter betrachtet!

Eindimensionale lineare Nachbarschaften: Ringstruktur



Anmerkung: Typische Demegrößen liegen bei 8 Nachbarn

Nachbarschafts- oder Diffusionsmodelle (2):

■ Die Aufteilung in sich überlappende Teilpopulationen bewirkt:

- Isolation durch Distanz
- Verlangsamung der Informationsausbreitung
- Nischenbildung, längere Bewahrung der **genotypischen Diversität**
- Verringerung des Risikos **vorzeitiger Konvergenz**
- **Adaptive Balance** zwischen **Breiten- und Tiefensuche**
Nischen wachsen und verschwinden je nach Fitness und Erfolg!



■ **Akzeptanzregeln** für den besten Nachkommen einer Paarung, der sein Elter ersetzt, wenn:

- **better parent:** Das Kind muss besser als das Elter sein
- **local least:** Das Kind muss besser als das Schlechteste im Deme sein
- **always:** Akzeptiere immer den jeweils besten Nachkommen

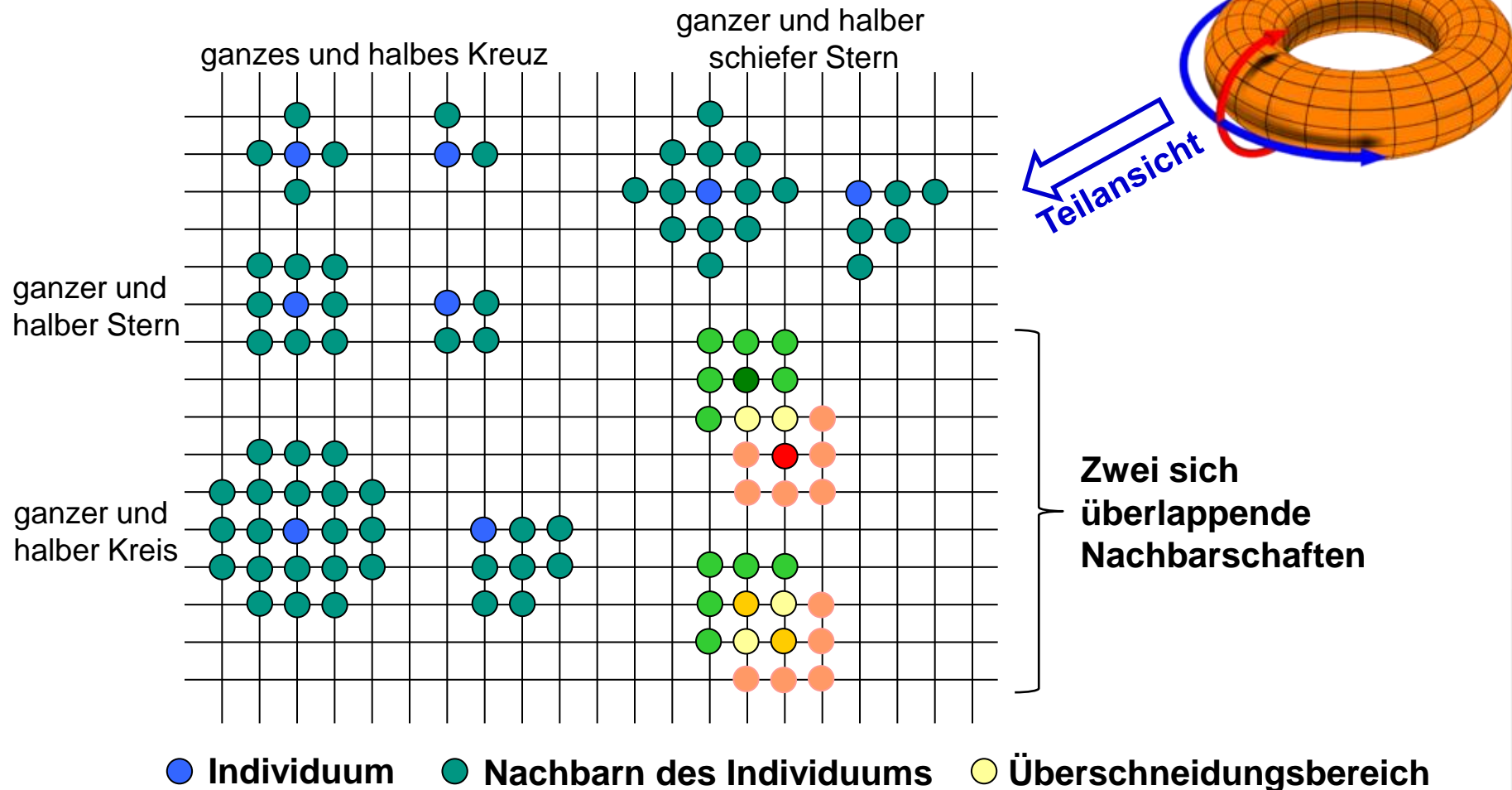
Welche Regel ist elitär?



Wie kann man aus *local least* und *always* elitäre Regeln machen?

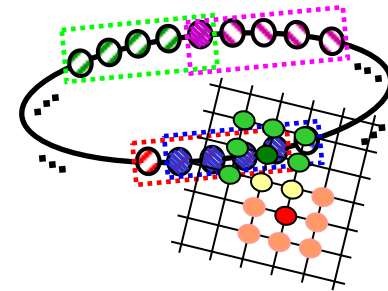


Zweidimensionale Torusstruktur mit Nachbarschaftsfiguren: (auch **cellular evolutionary algorithms** genannt)



Vergleich Ring vs. 2D-Modelle:

Vergleich von Nachbarschaften mit jeweils acht Mitgliedern bei Ring, Kreuz und Stern an Hand einer TSP-Aufgabe. [Bieg98]



Verbreitung des Besten über die Generationen:

- am schnellsten beim Kreuz
- etwas langsamer beim Stern
- halb so schnell beim Ring

Bei welcher Struktur ist also der Selektionsdruck am größten?



Bei welcher Struktur ist die Gefahr, nur ein Suboptimum zu finden, am geringsten?

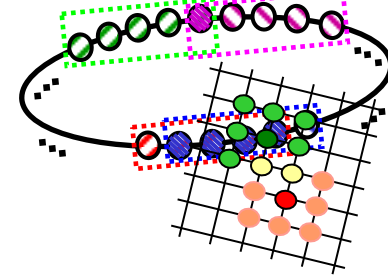


Welche Struktur liefert am schnellsten gute (aber möglicherweise suboptimale Ergebnisse?)



Strategieparameter der Nachbarschaftsmodelle:

- Topologie der Nachbarschaftsrelationen:
 - eindimensionale Nachbarschaften: **Ring**
 - Nachbarschaftsgröße
 - zweidimensionale Nachbarschaften: **Torus**
 - Nachbarschaftsfigur
z.B. ganzer oder halber Stern, Kreuz, Kreis, ...
 - Figurengröße
ergibt die Nachbarschaftsgröße



Resultat: Vergleichsweise wenig Gestaltungsmöglichkeiten!

Ist das gut oder schlecht?



Nachbarschaftsmodelle und Parallelisierung (1):

Amdahls Gesetz zur Effizienz von Parallelisierung:

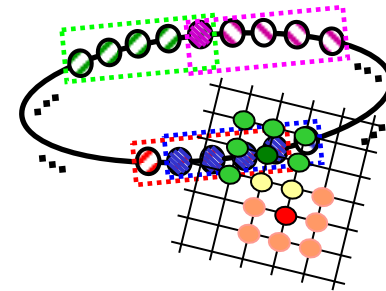
mit: s = sequentieller SW-Teil

p = paralleler SW-Teil

n = Anzahl der Prozessoren

$$speedup = \frac{t_{seq}}{t_{par}} = \frac{s + p}{s + \frac{p}{n}} = \frac{1}{s' + \frac{p'}{n}}$$

da $s + p$ normierend auf 1 gesetzt wird.



Woraus besteht der sequentielle Anteil bei einem EA mit Nachbarschaftsmodell?
Aus einem Teil der Startphase, der notwendigen Koordinierung wegen Terminierung und der Schlussphase.

Wann ist beim Nachbarschaftsmodell zentrale Kommunikation erforderlich?

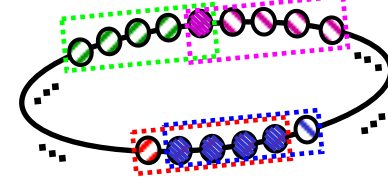


also: $s' \ll p'$ und damit:

$$speedup = \frac{1}{s' + \frac{p'}{n}} \approx \frac{n}{p'}$$

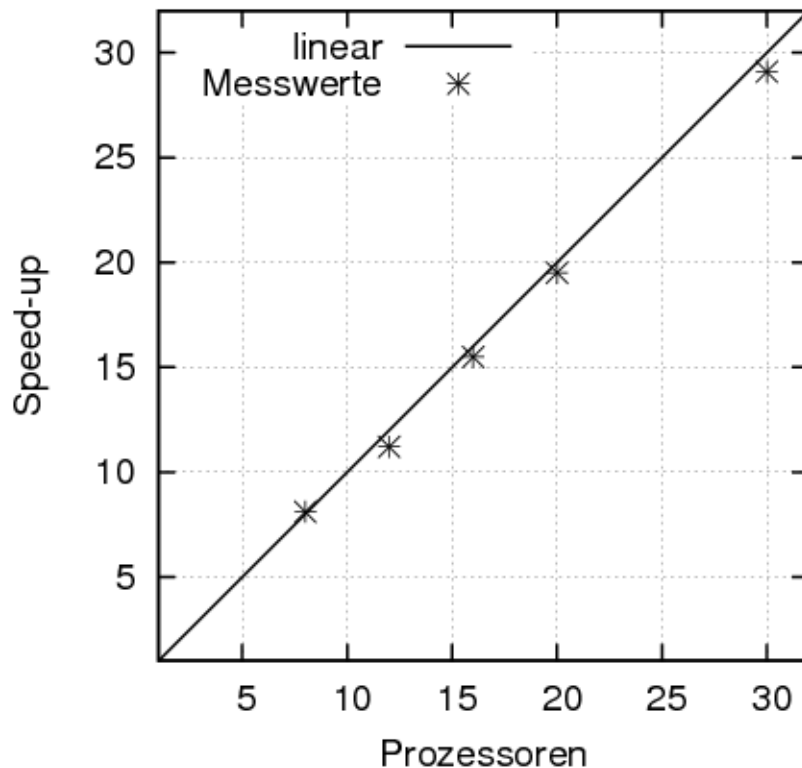
also nahezu **linear**!

Nachbarschaftsmodelle und Parallelisierung (2):



Gemessene Geschwindigkeitszuwächse bei der Ringnachbarschaft

Anwendung zur Roboterbahnplanung:



Bei einer TSP-Anwendung wurde ebenfalls ein linearer Speed-up mit 64 Rechnerknoten gemessen. [Gor90]

EA-Aufbau – Konvergenz

Konvergenz:

Konvergenzbeweise und Aussagen über die Konvergenzgeschwindigkeit existieren nur für stark vereinfachte Fälle, insbesondere bei der ES.

Allgemeiner Konvergenzbeweis für elitäre EAs:

Weitere Voraussetzung: Es existiert ein Optimum (hier Maximum)

Aus der Eigenschaft elitärer Nachkommensakzeptanz folgt,
dass pro Generation k mit einer Wahrscheinlichkeit $P > 0$
eine Verbesserung der Qualität F des jeweils besten Individuums x' auftreten wird.

$$\text{Also: } F(x'_1) \leq F(x'_2) \leq F(x'_3) \leq \dots \leq F(x'_k) \leq \dots$$

D.h., die Zielfunktionswerte stellen eine **monoton nicht fallende Zahlenfolge** dar,
die wegen der Existenz des Optimums **beschränkt** ist.

Daraus folgt die **Konvergenz der Zahlenfolge gegen das Optimum**.

Keine Aussage über die Konvergenzgeschwindigkeit!

Konsequenz für die Praxis: Verwendung elitärer Akzeptanzregeln!

Von der Aufgabenstellung zum EA-Projekt (1):

Suche die beste Lösung für eine Aufgabe unter Einhaltung von Beschränkungen und Nebenbedingungen

Was sind die
Bewertungs-
kriterien?

Was passiert mit
den Neben-
bedingungen?

Was sind die
Entscheidungs-
variablen?

Anzahl der Entsch.-Variablen,
EA-Strategieparameter,
...

Statische
Aufgabendaten
(z.B. Simulationsmodell)

Konfiguration

EA

Erzeugt **Chromosome**
(meist in Form eines Vektors)

Kriterien → Fitness

Interpretation
(Chromosom → Ent-
scheidungsvariable)

Entschei-
dungs-
variable

Konfiguration

Bewertung
(oft durch Simulation)

Erzeugt
Bewertungskriterien

„Lösungen“
(Heuristik, ...)

Kriterien

EA-Aufbau – EA-Projekt

Von der Aufgabenstellung zum EA-Projekt (2):

■ Identifikation der Entscheidungsvariable

→ Konfiguration des EAs zur Erzeugung derartiger Chromosome:
Anzahl (und evtl. Art und Bereichsgrenzen) der Entscheidungsvariablen, ...

■ Identifikation der Optimierungsziele und damit der Bewertungskriterien

- Pareto-Optimierung oder gewichtete Summe?
- Kriterien und Hilfskriterien (deren Wertebereiche)
- Verletzung von Nebenbedingungen und/oder Beschränkungen
 - Straffunktionen (gewichtete Summe) oder
 - Umfang und Anzahl der Verletzungen als weitere Dominanzeigenschaft (Pareto-Optim.)

■ Erstellung eines Genmodells

Zuordnung von Entscheidungsvariablen zu Genen und zur Chromosomenstruktur

■ Festlegung der Interpretation

Abbildung eines Chromosoms auf die Entscheidungsvariable zur weiteren Bearbeitung oder Erstellung der Lösung (z.B. der Belegungsmatrizen beim Scheduling)



Vier wesentliche Teilaufgaben eines EA-Projekts

Grundbegriffe Evolutionärer Algorithmen (VDI 3550):

Population	Menge von Individuen, die miteinander Nachkommen erzeugen.
Individuum	Träger der genetischen Information, die alle Werte einer Lösung enthält.
Chromosom	Genkette. Meist hat ein Individuum genau ein Chromosom.
Gen	Element eines Chromosoms, das ein oder mehrere Entscheidungsvariable umfasst.
Allel	Konkrete(r) Wert(e) eines Gens
Genotyp	Individuum, betrachtet auf der Ebene der Werte seines Chromosoms
Phänotyp	Ausprägung der durch den Genotyp codierten Eigenschaften. Dient der Bestimmung der Fitness.
Fitness	Bewertung hinsichtlich der Reproduktionstauglichkeit. Lösungsqualität
Generation	Iteration des Verfahrens
Elter, Eltern	Die an der Reproduktion beteiligten Individuen. Häufig sucht sich dazu ein Elter einen (geeigneten) Partner.
Kinder, Nachkommen	Aus den genetischen Informationen der Eltern gebildete Individuen, die für die nächste Generation bestimmt sind (Offspring).

Grundbegriffe Evolutionärer Algorithmen (VDI 3550):

Genetische Operatoren	Mutationsoperatoren zur Veränderung der Allele. Crossover-Operatoren zum Austausch von Erbinformationen der Eltern.
Klon	Identische Kopie eines Individuums
Adaption	Prozess der Anpassung an gegebene (äußere) Bedingungen
Repräsentation	Darstellung der Entscheidungsvariable im Chromosom (Codierung)
Elitismus	Eigenschaft von Selektionsmethoden, die ein Überleben des besten Individuums garantieren.
Strategieparameter	Parameter des Verfahrens, in der Regel während eines Laufs konstant
Diversität	Maß für die Verschiedenartigkeit der Genome (Genotypische Varianz)
neutrale Mutation	Mutation, bei der der Phänotyp trotz Änderung des Genotyps unverändert bleibt.
Suchraum	Definitionsmenge der zu optimierenden Entscheidungsvariablen
Zielfunktion	zu optimierende Funktion, ergibt die Fitness ; auch Güte- oder Qualitätsfunktion

