รายงานโปรเจกต์ 2 (ฉบับแปลภาษาไทย)

1. Bayes filter

1.a.

แบบจำลองเช็นเชอร์ (Sensor Model) อธิบายถึงความน่าจะเป็นของการสังเกตเห็นหลักฐาน (evidence) \$E_t\$ (ค่าระยะทางที่ วัดได้ซึ่งมี noise) เมื่อกำหนดสถานะที่แท้จริง X_t \$ (ตำแหน่งของผี) มาให้ โดย noise จะถูกจำลองขึ้นโดยใช้การแจกแจง แบบทวินาม (Binomial Distribution) กำหนดให้ $X_t = (w, h)$ \$ คือตำแหน่งของผี และ X_p \$ คือตำแหน่งของ Pac-Man ระยะ ทางแมนฮัตตันที่แท้จริงคือ $d(X_t, X_p)$ \$ ส่วนหลักฐาน E_t \$ คือระยะทางจริงบวกกับ noise: $E_t = d(X_t, X_p) + \text{text}_{noise}$ \$

ตัว noise เองถูกสร้างขึ้นจากตัวแปรสุ่มแบบทวินาม \$K \sim \text{Binomial}(n, p)\$ โดยที่ noise ถูกนิยามว่า \$\text{noise} = K - np\$ เมื่อแทนค่านี้ลงในสมการของหลักฐาน เราจะสามารถแก้สมการเพื่อหาค่า \$K\$ ได้:

```
K = E t - d(X t, X p) + np
```

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่จะสังเกตเห็นหลักฐาน \$E_t\$ เมื่อกำหนดสถานะ \$X_t\$ มาให้ ก็คือฟังก์ชันมวลของความน่าจะเป็น (PMF) ของการแจกแจงแบบทวินามสำหรับค่า \$K\$ นี้:

```
P(E \ t \mid X \ t) = \text{text}\{binom.pmf\}(k=E \ t - d(X \ t, X \ p) + np, n, p)
```

โดยที่ \$n = \frac {\sigma^2} {p(1-p)}\$ ถูกคำนวณมาจากความแปรปรวนของเซ็นเซอร์ (sensor variance) \$\sigma^2\$ และ \$p=0.5\$

1.b.

แบบจำลองการเคลื่อนที่ที่เป็นหนึ่งเดียว (unified transition model) $P(X_{t+1} | X_t)$ อธิบายการเคลื่อนที่ของผีโดยอิงจาก ความกลัวที่มีต่อ Pac-Man แบบจำลองนี้มีพารามิเตอร์เพียงตัวเดียวที่เราจะเรียกว่า "แฟกเตอร์ความกลัว" (fear factor) x_t กำหนดให้ $S(X_t)$ คือเซตของตำแหน่งถัดไปที่สามารถเดินไปได้อย่างถูกกฎหมายจากตำแหน่งปัจจุบัน X_t สำหรับ ตำแหน่งถัดไปใดๆ $X_{t+1} \in S(X_t)$ จะมีการกำหนดค่าน้ำหนัก $w(X_{t+1})$ โดยอิงจากระยะห่างไปยังตำแหน่งของ Pac-Man x_t ps:

```
\label{eq:wx_total} $$ w(X_{t+1}) = \\begin{array}{l} & \text{begin}\{cases\} \\ & & \text{k_f \& \text{text}\{\tilde{n}_1\} d(X_{t+1}, X_p) \setminus ge d(X_t, X_p) \setminus 1 \& \text{text}\{\hat{n}_{a} = \tilde{u}_u\} \\ & & \text{lend}\{cases\} \end{aligned} $$
```

โดยที่ \$d(\cdot, \cdot)\$ คือระยะทางแมนฮัตตัน ผีจะชอบเดินไปยังตำแหน่งที่เพิ่มหรือรักษาระยะห่างจาก Pac-Man ซึ่งความ ชอบนี้จะถูกปรับค่าด้วยแฟกเตอร์ความกลัว \$k_f\$ ความน่าจะเป็นที่จะเปลี่ยนไปยังตำแหน่งถัดไป \$X_{t+1}\$ คือค่าน้ำหนักที่ ถูกทำให้เป็นบรรทัดฐาน (normalized weight):

```
$ P(X_{t+1} | X_t) = \frac{w(X_{t+1})}{\sum_{t=0}^{K'(t+1)} \frac{X'(t+1)}{w(X'(t+1))}}  แบบจำลองเดียวนี้สามารถแทนพฤติกรรมของผีได้ทั้ง 3 ประเภทโดยการเปลี่ยนค่าพารามิเดอร์ $k f$:
```

- confused: \$k f=1\$ (เดินเกือบจะสุ่ม เพราะทุกทางที่เดินได้มีน้ำหนักเท่ากัน)
- afraid: \$k_f = 2\$ (มีความชอบเล็กน้อยที่จะเดินหนีจาก Pac-Man)
- scared: \$k_f=8\$ (มีความชอบอย่างมากที่จะเดินหนีจาก Pac-Man)

2. การนำไปใช้ (Implementation)

2.a.

\textit{เว้นว่างไว้}

3. การทดลอง (Experiment)

3.a.

เพื่อสรุปความไม่แน่นอนของสถานะความเชื่อ (Belief State) \$B\$ ของ Pac-Man เราใช้ค่าเอนโทรปีของแชนนอน (Shannon Entropy) ซึ่งนิยามได้ดังนี้:

 $H(B) = - \sup \{x\} P(x) \log 2 P(x)$

โดยที่ผลรวมจะถูกคำนวณจากทุกตำแหน่ง \$x\$ ในเขาวงกต ค่าเอนโทรปีที่สูงบ่งชี้ว่าความน่าจะเป็นกระจายตัวออกไปใน หลายตำแหน่ง ซึ่งสอดคล้องกับความไม่แน่นอนที่สูง ในทางกลับกัน ค่าเอนโทรปีที่ต่ำบ่งชี้ว่าความน่าจะเป็นกระจุกตัวอยู่ใน พื้นที่เล็กๆ ซึ่งสอดคล้องกับความแน่นอนที่สูง

3.b.

เพื่อวัดคุณภาพของสถานะความเชื่อ เราใช้ตัวชี้วัด 2 อย่าง โดยสมมติว่าเราสามารถเข้าถึงตำแหน่งจริงของผี (ground truth) \$X {true}\$ ได้:

- ระยะห่างที่ผิดพลาด (Position Error): คือระยะทางแมนฮัตตันระหว่างตำแหน่งที่น่าจะเป็นที่สุดในสถานะความเชื่อ (ตำแหน่งที่มีความน่าจะเป็นสูงสุด, \$X_{belief}\$) กับตำแหน่งจริงของผี \$\text{Error} = d(X_{belief}, X_{true})\$ ค่าที่ต่ำกว่าบ่งชี้ถึงความเชื่อที่แม่นยำกว่า
- ความน่าจะเป็น ณ ตำแหน่งจริง (Probability at Ground Truth): คือค่าความน่าจะเป็นที่สถานะความเชื่อกำหนดให้ กับตำแหน่งจริงของผี \$B(X_{true})\$ ค่าที่สูงกว่าบ่งชี้ถึงคุณภาพของความเชื่อที่ดีกว่า เนื่องจากตัวกรองสามารถระบุ ตำแหน่งที่แท้จริงว่ามีความน่าจะเป็นสูงได้อย่างถูกต้อง

3.c.

การทดลองได้ถูกดำเนินการซ้ำ 10 ครั้งสำหรับแต่ละรูปแบบการตั้งค่า โดยรันเป็นเวลา 100 เทิร์น กราฟต่อไปนี้แสดงค่าเฉลี่ย ของตัวชี้วัดต่างๆ โดยพื้นที่ที่แรเงาแสดงถึงค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานหนึ่งหน่วย

รูปที่ 1: ความไม่แน่นอน (บน) และคุณภาพ (ล่าง) ในด่าน large_filter

รูปที่ 2: ความไม่แน่นอน (บน) และคุณภาพ (ล่าง) ในด่าน large filter walls

3.d.

อภิปรายผลของแบบจำลองการเคลื่อนที่ของผี:

พารามิเตอร์ในแบบจำลองการเคลื่อนที่ของผี (ที่เราเรียกว่า "แฟกเตอร์ความกลัว" หรือ \$k_\$) เป็นตัวกำหนด "ความสุ่ม" หรือ "ความคาดเดายาก" ในการเดินของผีโดยตรง ซึ่งส่งผลกระทบอย่างมากต่อทั้งพฤติกรรมของผีและความสามารถของ Pac-Man ในการติดตามตำแหน่ง ดังที่เห็นได้ชัดจากกราฟเอนโทรปี (ความไม่แน่นอน) และกราฟระยะห่างที่ผิดพลาด (Error Distance) ของเรา

จากแบบจำลองที่เราสร้างขึ้น ผีอย่าง scared (ขึ้กลัวมาก, \$k_£8\$) มีพฤติกรรมที่ **คาดเดาได้ง่ายมาก** มันจะพยายามเดิน หนืออกจาก Pac-Man อย่างสุดความสามารถ พฤติกรรมที่แทบจะตายตัวนี้ทำให้การกระจายตัวของความน่าจะเป็นสำหรับ ตำแหน่งถัดไปของมันแคบลงมาก ในทางตรงกันข้าม ผี confused (สับสน, \$k_£1\$) มีแบบจำลองการเคลื่อนที่ที่เกือบจะ สม่ำเสมอ (uniform) ทำให้การเดินของมัน **สุ่มและคาดเดายากกว่ามาก** ส่วนผี afraid (กลัว, \$k_£2\$) ก็มีพฤติกรรมอยู่ กึ่งกลางระหว่างสองตัวนี้

ผลลัพธ์จากกราฟของเราสนับสนุนการวิเคราะห์นี้อย่างชัดเจน ในทั้งสองด่าน (large_filter และ large_filter_walls) เส้นกราฟของผี scared (สีน้ำเงิน) ให้ค่าเอนโทรปีและระยะห่างที่ผิดพลาด **ต่ำที่สุดอย่างสม่ำเสมอ** นี่หมายความว่า Pac-Man สามารถรักษาความเชื่อที่ทั้ง "มั่นใจ" และ "แม่นยำ" เกี่ยวกับตำแหน่งของผีได้ดีมาก ตัวกรอง Bayes Filter สามารถคาด เดาการเคลื่อนไหวของผีได้อย่างมีประสิทธิภาพ ทำให้สถานะความเชื่อลู่เข้า (converge) ได้อย่างรวดเร็ว

สำหรับผี confused (สีเขียว) ค่าเอนโทรปีและระยะห่างที่ผิดพลาดนั้น **สูงที่สุดตลอดการทดลอง** ความสุ่มในการเคลื่อนที่ ของมันหมายความว่าในแต่ละเทิร์น ความน่าจะเป็นของตำแหน่งถัดไปจะกระจายออกไปในพื้นที่ที่กว้างกว่า ทำให้เป็นเรื่อง ยากสำหรับ Bayes Filter ที่จะลดความไม่แน่นอนลงได้ ส่งผลให้สถานะความเชื่อมีความมั่นใจน้อยและแม่นยำน้อยกว่า

เมื่อเปรียบเทียบระหว่างด่าน เราจะเห็นว่าโดยทั่วไปแล้วทั้งค่าเอนโทรปีและระยะห่างที่ผิดพลาดในด่าน large_filter_walls จะต่ำกว่า การมีกำแพงมากขึ้นช่วย จำกัดทางเลือกในการเดิน ของผีทุกประเภท ซึ่งเป็นการลด "กิ่งก้าน" ของตำแหน่งที่เป็นไปได้ในตาถัดไป ข้อจำกัดนี้ช่วยให้ตัวกรองทำงานได้ง่ายขึ้นโดยการตัดพื้นที่ที่ไม่ต้องพิจารณา ออกไป ส่งผลให้สถานะความเชื่อลู่เข้าได้เร็วขึ้นและแม่นยำขึ้นสำหรับผีทุกชนิดเมื่อเทียบกับด่าน large_filter ที่เปิดโล่ง กว่า

อภิปรายผลของความแปรปรวนของเข็นเชอร์:

ความแปรปรวนของเซ็นเซอร์เป็นพารามิเตอร์ที่สำคัญอย่างยิ่งในแบบจำลองเซ็นเซอร์ มันเป็นตัวกำหนด "ความน่าเชื่อถือ" ของข้อมูลที่ Pac-Man วัดได้ หรือพูดอีกอย่างคือเป็นตัววัด "ความรวน" (noise) ของเซ็นเซอร์ ค่าความแปรปรวนต่ำหมายถึง เซ็นเซอร์ที่เชื่อถือได้ ในขณะที่ค่าความแปรปรวนสงหมายถึงเซ็นเซอร์ที่รวนและเชื่อถือได้น้อย

กรณีความแปรปรวนด่ำ (Low Variance): จะทำให้การกระจายตัวของความน่าจะเป็นจากแบบจำลองเซ็นเซอร์ (likelihood) มีลักษณะเป็น "ยอดแหลม" สูงรอบๆ ระยะทางที่วัดได้ เมื่อนำข้อมูลนี้ไปใช้ใน Bayes Filter มันจะส่งผล "แก้ไข" สถานะความ เชื่อได้อย่างรุนแรง ตัวกรองจะให้น้ำหนักกับข้อมูลจากเซ็นเซอร์อย่างมาก ทำให้สถานะความเชื่อที่อัปเดตแล้วลู่เข้าสู่พื้นที่ เล็กๆ ที่มีความมั่นใจสูงได้อย่างรวดเร็วมาก ผลลัพธ์คือค่าเอนโทรปีจะลดลงอย่างรวดเร็ว และระยะห่างที่ผิดพลาดก็จะต่ำ (ถ้า เซ็นเซอร์แม่นยำ)

กรณีความแปรปรวนสูง (High Variance): จะทำให้การกระจายตัวของความน่าจะเป็น (likelihood) มีลักษณะ "แบนและ กว้าง" ซึ่งหมายความว่ามีตำแหน่งของผีที่เป็นไปได้มากมายที่สามารถอธิบายค่าที่เซ็นเซอร์วัดมาได้ เมื่อนำข้อมูลที่ไม่ แน่นอนนี้ไปคูณกับความเชื่อก่อนหน้า มันจะส่งผล "แก้ไข" สถานะความเชื่อได้เพียงเล็กน้อย ขั้นตอนการอัปเดตความเชื่อจะ มีประสิทธิภาพในการลดความไม่แน่นอนน้อยลง ทำให้ค่าเอนโทรปิลดลงช้ากว่ามาก ด้วยเหตุนี้ สถานะความเชื่อของ Pac-Man จะยังคงกระจายตัวเป็นวงกว้างไปอีกนาน และระยะห่างที่ผิดพลาดก็มีแนวโน้มที่จะสูงขึ้น เพราะตัวกรองไม่สามารถระบุ ตำแหน่งของผีได้อย่างมั่นใจ

โดยสรุป การเพิ่มความแปรปรวนของเซ็นเซอร์จะทำให้ประสิทธิภาพของตัวกรองลดลง ทำให้ Pac-Man "ไม่มั่นใจ" มากขึ้น (เอนโทรปีสูงขึ้น) และ "แม่นยำน้อยลง" (ระยะห่างที่ผิดพลาดสูงขึ้น) เกี่ยวกับตำแหน่งของผีเมื่อเวลาผ่านไป

3.f.

แนวทางการสร้าง Pac-Man อัตโนมัติเพื่อกินผี:

เพื่อสร้างตัวควบคุม Pac-Man ที่ไล่ล่าผีอย่างจริงจัง เราสามารถออกแบบนโยบายที่เลือกการกระทำเพื่อ "ลดระยะห่างไปยัง ตำแหน่งที่น่าจะเป็นที่สุดของผี" ในขณะเดียวกันก็พยายาม "ปรับปรุงสถานะความเชื่อของตัวเอง" ไปด้วย แนวทางหนึ่งที่เป็น ไปได้คือการสร้างเอเจนต์สไตล์ Expectimax

เอเจนต์จะประเมินการกระทำที่ทำได้ตามกฎหมายแต่ละอย่างจากสถานะปัจจุบันของมัน สำหรับแต่ละการกระทำ มันจะคาด การณ์ผลที่จะตามมาโดยพิจารณาจาก:

- 1. **ตำแหน่งที่น่าจะเป็นที่สุดของผี (Most Likely Ghost Position):** เป้าหมายหลักคือการกินผี เอเจนต์สามารถระบุช่อง \$(x, y)\$ ที่มีความน่าจะเป็นสูงสุดในสถานะความเชื่อปัจจุบัน \$B(X_t)\$ แล้วเลือกการกระทำที่ลดระยะห่าง Manhattan Distance ไปยังช่องนั้นให้เหลือน้อยที่สุด
- 2. ความไม่แน่นอนในอนาคต (Future Uncertainty): เอเจนต์ที่ซับซ้อนขึ้นจะพิจารณาด้วยว่าการกระทำนั้นจะช่วย ปรับปรุงสถานะความเชื่อในอนาคตได้อย่างไร หลังจากเดินไปยังตำแหน่งใหม่ Pac-Man จะได้รับข้อมูลจากเซ็นเซอร์ ใหม่ เอเจนต์สามารถเลือกการกระทำที่นำไปสู่ตำแหน่งที่ "ค่าคาดหวังของเอนโทรปิในอนาคต" จะต่ำที่สุด ตัวอย่าง เช่น การเดินไปยังตำแหน่งที่อยู่ตรงกลางของพื้นที่ที่มีความน่าจะเป็นสูง อาจทำให้ได้รับข้อมูลจากเซ็นเซอร์ในเทิร์น ถัดไปที่มีประโยชน์มากกว่า
- 3. **คุณค่าของการกินผี (Value of Eating): ฟ**ังก์ชันประเมินค่าสถานะ (evaluation function) จะให้รางวัลที่สูงมากสำหรับ สถานะที่ตำแหน่งของ Pac-Man ตรงกับตำแหน่งที่น่าจะเป็นที่สุดของผี (เช่น เมื่อกินผีได้) และให้การลงโทษเล็กน้อย ในแต่ละเทิร์นเพื่อกระตุ้นให้เกมจบเร็ว (มีประสิทธิภาพ)

จากนั้น ตัวควบคุมจะเลือกการกระทำที่ให้ "ค่าคาดหวังอรรถประโยชน์" (Expected Utility) สูงสุด โดยสร้างสมดุลระหว่างเป้า หมายระยะสั้น (การเข้าใกล้ผี) กับเป้าหมายระยะยาว (การรักษาสถานะความเชื่อที่มั่นใจ)

3.g.

\textit{เว้นว่างไว้}