

Найти максимум целевой функции $L = -x_1 + 2x_2 + 3x_3$ при условиях-ограничениях:

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 \leq 6, \\ x_3 - 3x_2 \leq -1, \\ x_5 - 2x_4 + x_1 \geq -1, \\ x_5 - x_1 \leq 0 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

2.3 Решение задач ЛП графическим методом

Если в задаче линейного программирования всего две переменные, это означает, что область допустимых решений задачи можно расположить на координатной плоскости, осями которой и являются переменные целевой функции. Следовательно, задачу линейного программирования с двумя переменными можно решать графически.

Алгоритм графического метода решения задачи

1. Найти область допустимых решений системы ограничений задачи.
2. Построить вектор \vec{N} . Вектор \vec{N} показывает направление наискорейшего изменения целевой функции. Координатами вектора \vec{N} являются коэффициенты целевой функции.
3. Провести линию уровня, перпендикулярную вектору \vec{N} .
4. Перемещая линию уровня параллельно самой себе, можно в области допустимых решений найти **максимум** целевой функции при движении **ПО** вектору \vec{N} или **минимум** при движении **ПРОТИВ** вектора \vec{N} . Движение линии уровня необходимо продолжать до тех пор, пока не окажется единственная точка при ее пересечении с областью допустимых решений. Эта точка и будет точкой экстремума. Если окажется, что линия уровня параллельна одной из сторон области допустимых решений, то задача имеет множество решений.
5. Найти координаты точки экстремума и значение целевой функции в ней.

Пример 1. Найти максимум целевой функции $Z = x_1 + 4x_2 \rightarrow \max$ при условиях-ограничениях:

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 \geq -8, \\ 2x_1 - x_2 \leq 6, \\ x_1 + x_2 \leq 7, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

1. Построим область допустимых решений. Для этого на координатной плоскости необходимо отобразить полуплоскости, соответствующие ограничениям неравенств.

Сначала пронумеруем ограничения задачи:

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 \geq -8, & (1) \\ 2x_1 - x_2 \leq 6, & (2) \\ x_1 + x_2 \leq 7. & (3) \end{cases}$$

В первом неравенстве заменим знак \geq на $=$ и построим прямую $2x_1 - 2x_2 = -8$, для этого определим две точки, через которые она проходит:

$$\begin{array}{c|c|c} x_1 & 0 & -4 \\ \hline x_2 & 4 & 0 \end{array}$$

Чтобы определить, какая полуплоскость будет соответствовать неравенству, необходимо подставить в неравенство координаты любой точки плоскости. Удобно подставлять координаты точки $O(0,0)$. Если в результате подстановки неравенство получается верное, то нужно отложить ту полуплоскость, в которой **лежит** подставляемая точка, если неверное, то ту полуплоскость, в которой она **не лежит**. Аналогично поступаем со (2) и (3) неравенствами:

$$2x_1 - x_2 = 6,$$

$$\begin{array}{c|c|c} x_1 & 0 & 3 \\ \hline x_2 & -6 & 0 \end{array}$$

$$x_1 + x_2 = 7,$$

$$\begin{array}{c|c|c} x_1 & 0 & 7 \\ \hline x_2 & 7 & 0 \end{array}$$

Часть плоскости, удовлетворяющая всем трем ограничениям — неравенствам, изображена штриховкой на рис.4а.

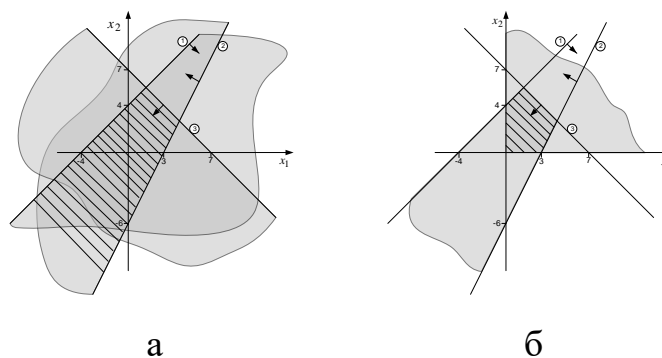


Рис.4. Область допустимых решений

Кроме того, по условию задачи $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$, поэтому область допустимых решений всей задачи изображена штриховкой на рис.4б.

- Вектор \vec{N} начинается в точке $O(0,0)$ и заканчивается в точке, координаты которой соответствуют коэффициентам целевой функции. Для рассматриваемой задачи это точка $(1;4)$, (рис 5)

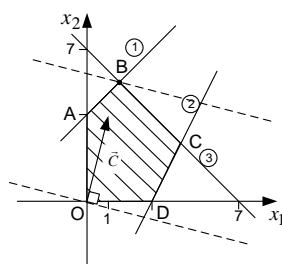


Рис. 5. Построение линии равных значений функции

3. Линию уровня (линию равных значений функции) проводим перпендикулярно вектору \vec{n} . Перемещая линию уровня параллельно самой себе, против вектора, определяем **минимум** целевой функции – это точка $O(0,0)$. Перемещая линию уровня параллельно самой себе, по вектору, определяем **максимум** целевой функции – это точка В.
4. Координаты точки В можно определить, решив систему уравнений для соответствующих прямых, пересекающихся в этой точке:

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 = -8 \\ x_1 + x_2 = 7 \end{cases}.$$

$$x_1 = 1,5 \quad x_2 = 5,5; \quad B(1,5; 5,5).$$

5. Определим значение целевой функции в экстремальных точках
 $\min f(x)_O = 0 + 0 = 0$; $\max f(x)_B = 1,5 + 4 \cdot 5,5 = 23,5$.

Задание 2.1

Исследовать вопрос о совместности СЛАУ на основании теоремы Кронекера-Капелли.

$$1) \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 3, \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 = -1, \\ x_1 + 6x_2 + 3x_3 = 5. \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + 5x_3 = -12, \\ x_1 + 3x_2 + 7x_3 = 2, \\ -x_1 - 5x_2 + x_3 = -6. \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = -1, \\ -3x_1 - x_2 + x_3 = 2, \\ -x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 18. \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} x_1 - 2x_2 - x_3 = -5, \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 0, \\ -2x_1 + 5x_2 + x_3 = 7. \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} -2x_1 - x_2 + x_3 = 2, \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 = -6, \\ -x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 6. \end{cases}$$

$$7) \begin{cases} -2x_1 + x_2 - 3x_3 = -2, \\ x_1 + 3x_2 = 6, \\ 3x_1 - 5x_2 - x_3 = 5. \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} -5x_1 - 2x_2 + x_3 = -7, \\ 4x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 7, \\ -x_1 - 6x_2 + 5x_3 = -7. \end{cases}$$

$$8) \begin{cases} 4x_1 - x_2 + 3x_3 = 5, \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 0, \\ -3x_1 + 3x_2 - 5x_3 = -11. \end{cases}$$

$$9) \begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 = -2, \\ 2x_1 + 2x_3 = 6, \\ -3x_1 + 3x_2 - 6x_3 = -15. \end{cases}$$

$$17) \begin{cases} -x_1 + 2x_2 - x_3 = 1, \\ 3x_1 + x_2 - 4x_3 = 11, \\ 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 5. \end{cases}$$

$$10) \begin{cases} x_1 + 4x_2 - x_3 = -5, \\ -3x_1 - 6x_2 + 2x_3 = 7, \\ 2x_1 - 4x_2 - 4x_3 = -2. \end{cases}$$

$$18) \begin{cases} 2x_1 + x_2 - 4x_3 = 5, \\ -3x_1 + 5x_2 - x_3 = -1, \\ x_1 - 6x_2 - 7x_3 = -4. \end{cases}$$

$$11) \begin{cases} x_1 - 3x_2 - x_3 = 1, \\ -3x_1 + 7x_2 - x_3 = -7, \\ 2x_1 + 8x_2 + 5x_3 = 9. \end{cases}$$

$$19) \begin{cases} -2x_1 + 4x_2 + x_3 = -5, \\ x_1 + 3x_2 + x_3 = -1, \\ 4x_1 + 7x_2 + 2x_3 = -1. \end{cases}$$

$$12) \begin{cases} 3x_1 + 6x_2 + x_3 = 1, \\ -4x_1 - 5x_2 + 2x_3 = -2, \\ 3x_2 + 4x_3 = -2. \end{cases}$$

$$20) \begin{cases} -7x_1 - 2x_2 + 5x_3 = -11, \\ x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 9, \\ 3x_1 - x_2 + 4x_3 = -7. \end{cases}$$

$$13) \begin{cases} -x_1 + x_2 + 5x_3 = 4, \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 = 1, \\ -4x_1 + 5x_2 - 3x_3 = -8. \end{cases}$$

$$21) \begin{cases} x_1 + x_2 - 5x_3 = -2, \\ -3x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 5, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 3. \end{cases}$$

$$14) \begin{cases} -x_1 + 3x_2 + 2x_3 = -1, \\ 3x_1 - 5x_2 - x_3 = 0, \\ 4x_1 - 8x_2 + x_3 = 5. \end{cases}$$

$$22) \begin{cases} x_1 - 2x_2 - 3x_3 = 0, \\ x_1 + 4x_2 + 2x_3 = -1, \\ -4x_1 + 5x_2 = -9. \end{cases}$$

$$15) \begin{cases} -4x_1 + 5x_2 - x_3 = 11, \\ 2x_1 - 3x_2 + 7x_3 = -7, \\ -x_1 + 4x_2 - 6x_3 = 11. \end{cases}$$

$$23) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = -5, \\ -x_1 - x_2 + 6x_3 = -21, \\ 2x_1 + 3x_2 - 7x_3 = 28. \end{cases}$$

$$16) \begin{cases} x_1 + 5x_2 - x_3 = 5, \\ 2x_1 - x_2 + 6x_3 = 7, \\ -2x_1 + x_2 + 4x_3 = 3. \end{cases}$$

$$24) \begin{cases} -x_1 + x_2 - x_3 = -2, \\ -4x_2 + 3x_3 = 1, \\ 3x_1 + 5x_2 - x_3 = 2. \end{cases}$$

$$25) \begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - x_3 = -4, \\ 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 7, \\ -x_1 - 4x_3 = -9. \end{cases}$$

$$28) \begin{cases} -3x_1 - x_2 - x_3 = -1, \\ x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 7, \\ 2x_1 + x_2 + 6x_3 = 4. \end{cases}$$

$$26) \begin{cases} -x_1 + x_3 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 4, \\ x_1 + 4x_2 - x_3 = 8. \end{cases}$$

$$29) \begin{cases} x_1 - x_2 = 4, \\ -x_1 + 3x_2 - x_3 = -6, \\ 4x_1 + 2x_2 + 5x_3 = -6. \end{cases}$$

$$27) \begin{cases} 2x_1 - x_2 = 8, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 1, \\ 4x_1 + 3x_2 + x_3 = 4. \end{cases}$$

$$30) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1, \\ -2x_1 + x_2 + 5x_3 = -7, \\ -x_2 + 2x_3 = 1. \end{cases}$$

Задание 2.2

Исследуйте на совместность и определенность. Решите системы уравнений в случае совместности.

$$1. \quad a) \begin{cases} 4x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + 3x_5 = 1, \\ -x_1 + 3x_2 - x_3 + 5x_4 + 2x_5 = -2, \\ 3x_1 + x_2 + 4x_4 + 5x_5 = -1; \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 + x_4 = 1, \\ 4x_1 - x_2 - 2x_3 - x_4 = -2, \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 - 2x_4 = -3. \end{cases}$$

$$2. \quad a) \begin{cases} 2x_1 - 4x_2 - 3x_3 + 2x_4 - x_5 = -6, \\ 3x_1 + x_2 + 4x_3 + x_4 - 2x_5 = -3, \\ x_1 + 5x_2 + 7x_3 - x_4 - x_5 = 9; \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} -2x_1 + 18x_2 + 5x_3 + 7x_4 = 4, \\ -4x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 3x_4 = -2, \\ x_1 + 8x_2 + x_3 + 2x_4 = 3. \end{cases}$$

$$3. \quad a) \begin{cases} -x_1 - 5x_2 + x_3 + 4x_4 + 2x_5 = -1, \\ x_1 - 4x_2 + 2x_3 + x_4 + x_5 = 0, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 - 3x_4 - x_5 = 1. \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} x_1 - 7x_2 - x_3 = 2, \\ 3x_1 + 5x_2 - 3x_3 - 2x_4 = 2, \\ -x_1 - 6x_2 + x_3 + x_4 = 0; \end{cases}$$

$$4. \quad a) \begin{cases} -4x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 + 5x_5 = -2, \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 1, \\ -x_1 + x_2 + 8x_3 + x_4 + 5x_5 = -1; \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} -6x_1 + 4x_2 - 7x_3 + x_4 = -1, \\ 5x_1 - 2x_2 + 4x_3 + 2x_4 = 2, \\ -x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 3x_4 = 3. \end{cases}$$

$$5. \quad a) \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 + x_4 - x_5 = -4, \\ x_1 + 5x_2 + x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 0, \\ x_1 - 3x_2 - 4x_3 + 3x_4 - 4x_5 = -4; \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} -4x_1 + x_2 + x_3 - 5x_4 = -4, \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = -3, \\ -x_1 + 3x_2 - 3x_4 = -7. \end{cases}$$

$$6. \quad a) \begin{cases} -7x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 + 4x_5 = 5, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 - 5x_4 - x_5 = -3, \\ -x_1 - x_2 + 9x_3 - 16x_4 + x_5 = -4. \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} 5x_1 - 3x_2 - 6x_3 + x_4 = 1, \\ -2x_1 - x_2 + 4x_3 - x_4 = -1, \\ x_1 - 5x_2 + 2x_3 - x_4 = -1. \end{cases}$$

$$7. \quad a) \begin{cases} 3x_1 + x_2 - 4x_3 + x_4 + 2x_5 = 5, \\ -2x_1 - 3x_2 + 6x_3 - x_4 - 5x_5 = -1, \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 - 3x_5 = 2. \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} -2x_1 + 7x_2 - 4x_3 - x_4 = -2, \\ -3x_1 + 5x_2 + 4x_3 - x_4 = 1, \\ x_1 + 2x_2 - 8x_3 = -3. \end{cases}$$

$$8. \quad a) \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 - 3x_4 + x_5 = 4, \\ -3x_1 - 6x_2 + 2x_3 + 3x_4 - x_5 = -2, \\ -x_1 - 2x_2 - 3x_4 + x_5 = 6. \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} -x_1 + 3x_2 - x_3 - 2x_4 = -5, \\ 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 + x_4 = 2, \\ x_1 + 7x_2 + 2x_3 - x_4 = -3. \end{cases}$$

$$9. \quad a) \begin{cases} -2x_1 + 5x_2 + 3x_3 - x_4 + x_5 = -2, \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 + 5x_4 + x_5 = 3, \\ -3x_1 + 6x_2 + 4x_3 + 3x_4 + 3x_5 = 4. \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} 8x_1 - x_2 + 6x_3 + 3x_4 = -3, \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 - x_4 = 2, \\ -x_1 - 7x_2 + 9x_3 + 6x_4 = -9. \end{cases}$$

$$10. \quad a) \begin{cases} 6x_1 - x_2 - 3x_3 - x_4 + 2x_5 = 2, \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 + 4x_4 - x_5 = -1, \\ 2x_1 + 7x_2 - 7x_3 + 15x_4 + 2x_5 = 0; \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} 4x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = -6, \\ x_1 + 3x_2 + 3x_3 - 4x_4 = -5, \\ 3x_1 - 4x_2 - 4x_3 + 6x_4 = -1. \end{cases}$$

$$11. \quad a) \begin{cases} -5x_1 + 2x_2 - x_3 + 4x_4 - x_5 = -2, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 + 4x_5 = -1, \\ x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 2x_4 + 7x_5 = 3; \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 = 6, \\ x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 4, \\ x_1 - 5x_2 - 4x_3 = 2. \end{cases}$$

$$12. \quad a) \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 6x_3 + 4x_4 - 3x_5 = -4, \\ -x_1 + 3x_2 + 4x_3 - 5x_4 + 2x_5 = 3, \\ 3x_1 + x_2 + 16x_3 + 2x_4 - x_5 = 0; \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} 4x_1 - 4x_2 + 5x_3 - 5x_4 = 5, \\ 3x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 3, \\ x_1 - 5x_2 + 6x_3 - 7x_4 = 2. \end{cases}$$

$$13. \quad a) \begin{cases} x_1 - 7x_2 - x_3 + 5x_4 - x_5 = 8, \\ 3x_1 + 2x_2 + 6x_3 - x_4 + 4x_5 = -3, \\ 5x_1 - 12x_2 + 4x_3 + 9x_4 + 2x_5 = 2; \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} x_1 + 8x_2 + x_3 - x_4 = 3, \\ 3x_1 + 6x_2 + x_3 - 5x_4 = -1, \\ -x_1 + x_2 + 2x_4 = 2. \end{cases}$$

$$14. \quad a) \begin{cases} -6x_1 + 5x_2 - 3x_3 + 2x_4 - x_5 = 2, \\ 7x_1 - x_2 - 2x_3 - 5x_4 + x_5 = -1, \\ x_1 + 4x_2 - 5x_3 - 3x_4 + 2x_5 = 5; \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} -2x_1 - x_2 + 4x_3 + 9x_4 = -3, \\ -x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 11x_4 = -7, \\ x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = -4. \end{cases}$$

$$15. \quad a) \begin{cases} 5x_1 - 4x_2 - 4x_3 + 3x_4 + 2x_5 = 7, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 - 5x_4 + x_5 = -5, \\ x_1 - 2x_2 - 8x_3 + 13x_4 = 4; \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 7x_3 + 10x_4 = -8, \\ 5x_1 - 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 2, \\ 2x_1 - 3x_3 - 4x_4 = 5. \end{cases}$$

$$16. \quad a) \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 - x_4 + 6x_5 = 4, \\ 4x_1 - x_2 - 2x_3 + 5x_4 - x_5 = -2, \\ -x_1 - x_2 - 6x_3 - 6x_4 + 7x_5 = -1; \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} 7x_1 - 4x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 2, \\ x_1 - 4x_2 + 13x_3 + 2x_4 = 8, \\ -3x_1 + 5x_3 = 3. \end{cases}$$

$$17. \quad a) \begin{cases} 3x_1 - 7x_2 + 5x_3 - 2x_4 - x_5 = 8, \\ -x_1 + 4x_2 + 2x_3 - 3x_4 + 3x_5 = -3, \\ 5x_1 - 15x_2 + x_3 + 4x_4 + 2x_5 = 1; \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} -2x_1 - x_2 - 6x_3 - 5x_4 = 4, \\ x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 6x_4 = -2, \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 2. \end{cases}$$

$$18. \quad a) \begin{cases} 6x_1 + 5x_2 - x_3 - 4x_4 + 2x_5 = -2, \\ 7x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 - 6x_5 = -1, \\ -x_1 + 6x_2 - 4x_3 + 2x_4 - x_5 = 3; \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 - x_4 = -2, \\ 4x_1 + x_2 - x_3 - 6x_4 = -3, \\ x_1 - 3x_2 - 6x_3 - 5x_4 = -1. \end{cases}$$

$$19. \text{ a) } \begin{cases} -3x_1 - x_2 + 5x_3 + x_4 - 6x_5 = -9, \\ 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 - 5x_2 + 11x_3 - x_4 - 2x_5 = 4; \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} 4x_1 - x_2 - 6x_3 - 9x_4 = 4, \\ 2x_1 - 5x_2 - 6x_3 - 13x_4 = 6, \\ x_1 + 2x_2 + 2x_4 = -1. \end{cases}$$

$$20. \text{ a) } \begin{cases} 4x_1 - 2x_2 - 5x_3 + 3x_4 + 7x_5 = -1, \\ 3x_1 + 4x_2 - x_3 + x_4 - 4x_5 = 0, \\ -x_1 + 6x_2 + 4x_3 - 2x_4 - 11x_5 = 1; \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} -3x_1 - 2x_2 - x_3 + 5x_4 = 1, \\ -x_1 + 7x_3 + 3x_4 = -1, \\ x_1 + x_2 + 4x_3 - x_4 = -1. \end{cases}$$

$$21. \text{ a) } \begin{cases} -5x_1 - 4x_2 - x_3 + 2x_4 + 4x_5 = -3, \\ x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 - 3x_5 = -2, \\ -2x_1 - x_2 - 7x_3 + 5x_4 - 5x_5 = 0; \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} x_1 - x_2 + 5x_3 - 4x_4 = -1, \\ 2x_1 + 6x_2 + 5x_3 - x_4 = -1, \\ x_1 + x_2 + 4x_3 + x_4 = -1. \end{cases}$$

$$22. \text{ a) } \begin{cases} 2x_1 - 8x_2 - x_3 + 4x_4 - 3x_5 = 6, \\ -5x_1 + 4x_2 + 2x_3 - x_4 - 2x_5 = -1, \\ -x_1 - 12x_2 + 7x_4 + x_5 = 3; \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} x_1 + 7x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 7, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 7, \\ -x_1 + 3x_2 - 2x_3 - x_4 = 0. \end{cases}$$

$$23. \text{ a) } \begin{cases} 5x_1 + x_2 - 6x_3 - 4x_4 + x_5 = -6, \\ 3x_1 - x_2 - 2x_3 + 4x_4 - x_5 = 2, \\ -x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 4x_4 - x_5 = 2; \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} -4x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 2x_4 = -6, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 = 2, \\ -x_1 - x_2 + 5x_3 + x_4 = -4. \end{cases}$$

$$24. \text{ a) } \begin{cases} -2x_1 + 2x_2 - x_3 - 3x_4 + 2x_5 = 0, \\ 7x_1 + x_2 - 4x_3 + 2x_4 - x_5 = -2, \\ x_1 + 7x_2 - 7x_3 - 7x_4 + 5x_5 = 4; \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} -x_1 + 12x_2 - 10x_3 + x_4 = -2, \\ -3x_1 - 2x_2 + 4x_3 - x_4 = -2, \\ -x_1 - 7x_2 + 7x_3 - x_4 = 0. \end{cases}$$

$$25. \text{ a) } \begin{cases} -4x_1 - 2x_2 - 6x_3 + 5x_4 + x_5 = 3, \\ 5x_1 + 4x_2 - x_3 - x_4 + 3x_5 = 0, \\ x_1 + 2x_2 - 7x_3 + 4x_4 + 4x_5 = 8; \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} x_1 + 11x_2 - 8x_3 - x_4 = 0, \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = -2, \\ -x_1 + 6x_2 - 5x_3 = 1. \end{cases}$$

$$26. \text{ a) } \begin{cases} -3x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 2x_4 - x_5 = 5, \\ 4x_1 + x_2 - 4x_3 - x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 + 6x_2 - 2x_3 + x_4 + x_5 = 5; \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 - 2x_4 = 4, \\ -3x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 2x_4 = -1, \\ -x_1 - x_2 + 2x_3 - 2x_4 = 7. \end{cases}$$

$$27. \text{ a) } \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 3x_3 - x_4 - 2x_5 = 6, \\ -4x_1 + x_2 + 5x_3 - 2x_4 + 5x_5 = -1, \\ -x_1 + 3x_2 + 2x_3 - 3x_4 + 3x_5 = -2; \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} -x_1 - 5x_2 + 8x_3 - x_4 = 1, \\ -2x_1 - 3x_2 + 6x_3 - x_4 = -1, \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 2. \end{cases}$$

$$28. \text{ a) } \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 7x_3 + 5x_4 - x_5 = -4, \\ 5x_1 + x_2 + 6x_3 - 2x_4 + 2x_5 = -1, \\ x_1 + 3x_2 - 8x_3 + x_4 + x_5 = 2; \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 - 3x_4 = 4, \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 - 9x_4 = 14, \\ -x_1 - 2x_2 - 3x_4 = 6. \end{cases}$$

$$29. \text{ a) } \begin{cases} 3x_1 - 4x_2 + 5x_3 - x_4 - x_5 = 2, \\ -x_1 - 3x_2 + 2x_3 + x_4 - 2x_5 = -3, \\ x_1 - 10x_2 + 9x_3 + x_4 - 5x_5 = -4; \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} -2x_1 + x_2 + 3x_3 - x_4 = -2, \\ x_1 + x_2 - 2x_3 + 5x_4 = 3, \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 + 4x_4 = 1. \end{cases}$$

$$30. \text{ a) } \begin{cases} x_1 - 6x_2 + 5x_3 + 2x_4 - 3x_5 = 0, \\ 2x_1 - 4x_2 + 3x_3 - x_4 - 2x_5 = 1, \\ x_1 - 14x_2 + 12x_3 + 7x_4 - 7x_5 = 4; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 2x_1 - x_2 - 3x_3 + 4x_4 = -4, \\ -x_1 + 3x_2 + 2x_3 - 5x_4 = 3, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 - x_4 = -1. \end{cases}$$

Задание 2.3 Привести к виду ОЗЛП (с равенствами)

1. Определить *max*

$$f(x) = 2x_1 + x_2 \text{ при}$$

ограничениях:

$$\begin{cases} 7x_1 + 8x_2 \leq 56, \\ 2x_1 - 3x_2 \leq 6, \\ 2x_1 - x_2 \geq 0, \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

2. Определить *max*

$$f(x) = x_1 + 2x_2 \text{ при}$$

ограничениях:

$$\begin{cases} 7x_1 + 6x_2 \leq 42, \\ -2x_1 - x_2 \leq 6, \\ 8x_1 + x_2 \leq 0, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 1. \end{cases}$$

3. Определить *min*

$$f(x) = -2x_1 - x_2 \text{ при}$$

ограничениях:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 10, \\ x_1 + x_2 \geq 1, \\ 0 \leq x_1 \leq 4, \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

4. Определить *min*

$$f(x) = 3x_1 + x_2 \text{ при}$$

ограничениях:

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 \geq -8, \\ 2x_1 - x_2 \leq 8, \\ x_1 + x_2 \leq 6, \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

5. Определить *max*

$$f(x) = 3x_1 + 2x_2 \text{ при}$$

ограничениях:

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 \leq 4, \\ x_1 - x_2 \leq 3, \\ 4x_1 + 2x_2 \geq 16, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

6. Определить *max*

$$f(x) = -x_1 + 4x_2 \text{ при}$$

ограничениях:

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 \leq -10, \\ x_1 + 2x_2 \geq 4, \\ 2x_1 - x_2 \leq -8. \end{cases}$$

7. Определить *min*

$$f(x) = x_1 + x_2 \text{ при}$$

ограничениях:

$$\begin{cases} 7x_1 + 6x_2 \leq 42, \\ -2x_1 + x_2 \leq 4, \\ 3x_1 - x_2 \leq 0, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 2. \end{cases}$$

8. Определить *min*

$$f(x) = 2x_1 - 2x_2 \text{ при}$$

ограничениях:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 10, \\ 2x_1 + x_2 \leq 4, \\ -3x_1 + x_2 \geq -9, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

2.4 Найти оптимальное решение ЗЛП

1. Определить *max*

и *min* $f(x) = 2x_1 + x_2$ при

ограничениях:

$$\begin{cases} 7x_1 + 8x_2 \leq 56, \\ 2x_1 - 3x_2 \leq 6, \\ 2x_1 - x_2 \geq 0, \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

2. Определить *max*

и *min* $f(x) = x_1 + 2x_2$ при

ограничениях:

$$\begin{cases} 7x_1 + 6x_2 \leq 42, \\ -2x_1 - x_2 \leq 6, \\ 8x_1 + x_2 \leq 0, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 1. \end{cases}$$

3. Определить *max*

и *min* $f(x) = -2x_1 - x_2$ при

ограничениях:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 10, \\ x_1 + x_2 \geq 1, \\ 0 \leq x_1 \leq 4, \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

4. Определить *max*

и *min* $f(x) = 3x_1 + x_2$ при

ограничениях:

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 \geq -8, \\ 2x_1 - x_2 \leq 8, \\ x_1 + x_2 \leq 6, \\ x_2 \geq 0. \end{cases}$$

5. Определить *max*

и *min* $f(x) = 3x_1 + 2x_2$ при

ограничениях:

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 \leq 4, \\ x_1 - x_2 \leq 3, \\ 4x_1 + 2x_2 \geq 16, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

6. Определить *max*

и *min* $f(x) = -x_1 + 4x_2$ при

ограничениях:

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 \leq -10, \\ x_1 + 2x_2 \geq 4, \\ 2x_1 - x_2 \leq -8. \end{cases}$$

7. Определить *max*

и *min* $f(x) = x_1 + x_2$ при

ограничениях:

$$\begin{cases} 7x_1 + 6x_2 \leq 42, \\ -2x_1 + x_2 \leq 4, \\ 3x_1 - x_2 \leq 0, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 2. \end{cases}$$

8. Определить *max*

и *min* $f(x) = 2x_1 - 2x_2$ при

ограничениях:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 10, \\ 2x_1 + x_2 \leq 4, \\ -3x_1 + x_2 \geq -9, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$