3) $C_5^2 = \frac{5!}{3!\cdot 2!} = \frac{\cancel{1\ldots 3}\cdot 4\cdot 5}{\cancel{1\ldots 3}\cdot 2} = \frac{20}{2} = 10$.

A_3 = вероятность извлечь 2 некачественных

$P(A_3) = \frac{10}{190} = 0,0526$.

$A_1 + A_2 + A_3$ — полная группа.

$0,5226 + 0,3947 + 0,0526 \approx 1$.

Задача №4

Студент знает ответы на 25 экзаменационных вопроса из 60. Какова вероятность сдать экзамен, если для этого необходимо ответить на не менее чем на 2 из 3 вопросов.

$C_{60}^3 = \frac{60!}{57!\cdot 3!} = \frac{\cancel{1\ldots 57}\cdot 58\cdot 59\cdot \overset{10}{\cancel{60}}}{\cancel{1\ldots 57}\cdot \cancel{6}} = 34220$. способами можно выбрать 3 вопроса из 60.

один не знаем, 2 знаем.

$C_{25}^2 \cdot C_{35}^1 = \frac{25!}{23!\cdot 2!} = \frac{\cancel{1\ldots 23}\cdot \cancel{24}\cdot 25}{\cancel{1\ldots 23}\cdot \cancel{2}} = 300\cdot 35 = 10500$ — способами можно выбрать 2 изученных и 1 неизученный билет.

$C_{25}^3 = \frac{25!}{22!\cdot 3!} = \frac{\cancel{1\ldots 22}\cdot 23\cdot 24\cdot 25}{\cancel{1\ldots 22}\cdot 6} = \frac{13800}{6} = 2300$ способов выбрать 3 изученных билета.

Можно выбрать для сдачи 2 изученных, 1 неизученный или 3 изученных.

A = вероятность, что среди выбранных билетов 2 изуч. или 3 изученных —

$P(A) = \frac{10500 + 2300}{34220} = \frac{640}{1711}$ — вероятность сдать экзамен.

05.09.24

Полную группу можно получить путем сложения несовместных событий или противоположных событий.

В коробке 10 красных и 6 синих пуго[illegible]. Наудачу извлекаются 2 пуговицы, какова вероятность, что они будут одноцветны[illegible]

$C_{16}^2 = \frac{16!}{14!\,2!} = 120 \qquad p = \frac{45}{120} = \frac{9}{24} = \frac{3}{8}$

$C_{10}^2 = 45$

$C_6^2 = \frac{6!}{4!\,2!} = \frac{15}{120} = \frac{1}{8}$

$\frac{3}{8} + \frac{1}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$.

Зависимые и независимые события.

События являются независимыми, если вероятность наступления любого из них не зависит от появления/непоявления остальных событий рассматриваемого множества событий (во всех возможных комбинациях).

События называются зависимыми, если его вероятность зависит от одного или большего количества событий, которые уже произошли.

Теорема умножения вероятностей независимых событий.

Вероятность совместного появления независимых событий A и B равна произведению вероятностей этих событий -

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B)$$

$$P(ABC) = P(A) \cdot P(B) \cdot P(C)$$

A_1 - на 1-ой монете выпадет орёл.

A_2 - на 2-ой монете выпадет орёл.

$$P(A_1 \cdot A_2) = P(A_1) \cdot P(A_2) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}.$$

$A_1 A_2, \bar{A}_1 \bar{A}_2, A_1 \bar{A}_2, \bar{A}_1 A_2$ - полная группа - 1.

$$P(A_1 A_2) + P(\bar{A}_1 \bar{A}_2) + P(A_1 \bar{A}_2) + P(\bar{A}_1 A_2) =$$

$$= \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 1.$$

В каждом из 3-х ящиков имеется по 10 деталей. В первом ящике 8 стандартных деталей, во 2-м 7, в 3-ем 9. Из каждого ящика наудачу извлекают по 1-ой детали. Найдите вероятность того, что все детали окажутся стандартными.

$p_1 = \frac{8}{10}$ $\quad P = p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 = \frac{8}{10} \cdot \frac{7}{10} \cdot \frac{9}{10} \approx$

$p_2 = \frac{7}{10}$ $\quad \approx 0{,}504.$

$p_3 = \frac{9}{10}$

В трех урнах имеется по 6 белых и по 4 черных шара. Из каждой урны извлекают наудачу по одному шару. Найти вероятность того, что:

а) все три шара будут белыми

б) все три шара будут одного цвета.

а) A_1 - белый шар.

$$C_6^1 + C_4^1 = 10$$

$P_{(A_1)} \frac{6}{10}$; A_2 - второй; A_3 - третий

$$P(A) = A_1 \cdot A_2 \cdot A_3 = \frac{6 \cdot 6 \cdot 6}{10 \cdot 10 \cdot 10} = \frac{216}{1000} \approx 22\%$$

$$P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot P(A_3) = 1 - 0{,}6 = 0{,}4$$

б) $P(B) = P(B_1) \cdot P(B_2) \cdot P(B_3) = \frac{4}{10} \cdot \frac{4}{10} \cdot \frac{4}{10} = 0{,}064$ $\quad 6{,}4$

$$P(\text{мал}) = 22 + 6{,}4 = 28{,}4.$$

Задачи на теорему сложения и умножения.

Два стрелка сделали по 1-му выстрелу в мишень. Вероятность попадания для первого стрелка равна 0,8 для второго 0,6. Найдите вероятность того, что:

а) только один стрелок попадет в мишень.

б) хотя бы один стрелок попадет в мишень.

A_1 - первый попадет.

A_2 - второй попадет.

copybook

$P(A_1) = 0,8$

$P(A_2) = 0,6$

$P(\bar{A}_1) = 1 - 0,8 = 0,2$

$P(\bar{A}_2) = 1 - 0,6 = 0,4$

$P = P(A_1) \cdot P(\bar{A}_2) + P(\bar{A}_1) \cdot P(A_2)$

$P = 0,8 \cdot 0,4 + 0,2 \cdot 0,6 \approx 44,6\%$

C – попадет хотя бы один.

d – оба попадут.

$P(d) = P(A_1 \cdot A_2) = P(A_1) \cdot P(A_2) = 0,8 \cdot 0,6 = 0,48$

$P(C) = 0,44 + 0,48 = 0,92 = 92\%$

2 способ.

$\bar{C}$ – промах

$P(\bar{C}) = P(\bar{A}_1 \cdot \bar{A}_2) = P(\bar{A}_1) \cdot P(\bar{A}_2) = 0,2 \cdot 0,4 = 0,08.$

$P(C) = 1 - P(\bar{C}) = 1 - 0,08 = 0,92$

3 способ.

$P(A_1 + A_2) = P(A_1) + P(A_2) - P(A_1 \cdot A_2) = 0,92.$

copybook

$q_1 = 1 - p_1 = 1 - 0,8 = 0,2$

$q_2 = 1 - p_2 = 1 - 0,6 = 0,4$

$P(1) = p_1 q_2 + q_1 p_2 = 0,8 \cdot 0,4 + 0,2 \cdot 0,6 = 0,44$

$q = q_1 q_2 = 0,2 \cdot 0,4 = 0,08$

Для сигнализации о возгорании установлены 2 независимо работающих датчика. Вероятность того что при возгорании датчик сработает, для первого и второго датчика соответственно равны 0,5 и 0,7. Найти вероятность того, что при пожаре:

а) оба датчика откажут.

в) оба датчика сработают

A_1 - датчик 1; A_2 - датчик 2

$P(\bar{A}_1 \cdot \bar{A}_2) = 0,5 \cdot 0,3 = 0,15 = 15\%$ не сработ

$P(A_1 \cdot A_2) = 0,5 \cdot 0,7 = 0,35 \approx 35\%$ сраб-ет 1

$P(B) + P(C) + P(D) = 1 \Rightarrow P(D) = 1 - P(B) - P(C) =$

$= 1 - 0,15 - 0,35 = 0,5$