

## Лабораторная работа #3.

*Метод Ньютона с ограничениями-равенствами.*

Рассмотрите по вариантам следующие задачи оптимизации:

- Log-optimal investment strategy without the constraint  $\mathbf{x} \geq 0$ ;

(ex. 4.60, p. 209 and №10.14, p. 559 [https://web.stanford.edu/boyd/cvxbook/bv\\_cvxbook.pdf](https://web.stanford.edu/boyd/cvxbook/bv_cvxbook.pdf))

- Equality constrained analytic centering;

(p. 548, [https://web.stanford.edu/boyd/cvxbook/bv\\_cvxbook.pdf](https://web.stanford.edu/boyd/cvxbook/bv_cvxbook.pdf))

- Minimum length piecewise-linear curve subject to equality constraints;

(ex. 10.4, p. 547 [https://web.stanford.edu/boyd/cvxbook/bv\\_cvxbook.pdf](https://web.stanford.edu/boyd/cvxbook/bv_cvxbook.pdf))

- Equality constrained entropy maximization;

(10.9, p. 558, [https://web.stanford.edu/boyd/cvxbook/bv\\_cvxbook.pdf](https://web.stanford.edu/boyd/cvxbook/bv_cvxbook.pdf))

- Minimizing a separable function subject to an equality constraint,  
 $f_i(x_i) = x_i^4, i \in \{1, \dots, n\}$ ;

(ex. 5.4, p. 248, [https://web.stanford.edu/boyd/cvxbook/bv\\_cvxbook.pdf](https://web.stanford.edu/boyd/cvxbook/bv_cvxbook.pdf))

- Optimal allocation with resource constraint,

$$f_i(x_i) = a_i e^{x_i}, a_i > 0, i \in \{1, \dots, n\}.$$

(ex. 10.1, p. 523, [https://web.stanford.edu/boyd/cvxbook/bv\\_cvxbook.pdf](https://web.stanford.edu/boyd/cvxbook/bv_cvxbook.pdf))

1. Исследуйте задачу на выпуклость. Запишите необходимые условия минимума и двойственную задачу<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup>В варианте №3 двойственную задачу записывать не нужно

2. Для каждого значения размерности  $n \in \{10, 20, \dots, 100\}$  сгенерируйте  $N = 100$  тестовых примеров<sup>2</sup>. В каждом случае найдите глобальный минимум,  $\mathbf{x}^* \in \mathbb{R}^n$ , с помощью CVX.
3. Для каждого значения  $n \in \{10, 20, \dots, 100\}$  и для каждого тестового примера сгенерируйте 100 начальных точек. Для заданной точности **по значению функции**  $\varepsilon = 0.01$  решите задачу с помощью прямого и двойственного метода Ньютона (стандартный метод Ньютона для решения двойственной задачи). Приведите необходимые аналитические вычисления<sup>3</sup>.
4. В качестве результата работы метода подсчитайте:
  - Для каждого метода и значений  $n \in \{10, 20, \dots, 100\}$  среднее время работы метода и среднее число итераций (усреднение проводится по всем начальным точкам и по всем тестовым примерам). Сколько арифметических операций требуется для выполнения одной итерации метода?
  - Для одного тестового примера при  $n = 10$  и нескольких различных начальных точек постройте зависимость точности **по значению функции** от числа итераций. Сравните полученные результаты для прямого и двойственного метода.<sup>4</sup>

---

<sup>2</sup>Необходимо проверять, чтобы целевая функция на допустимом множестве была *ограничена снизу*

<sup>3</sup>Для варианта №3 нужно реализовать только метод Ньютона для прямой задачи

<sup>4</sup>Для варианта №3 сравнение с двойственным методом проводить не нужно

5. Оформите отчет с последовательным изложением пунктов 1-4 и выводами.