

# 数值解析

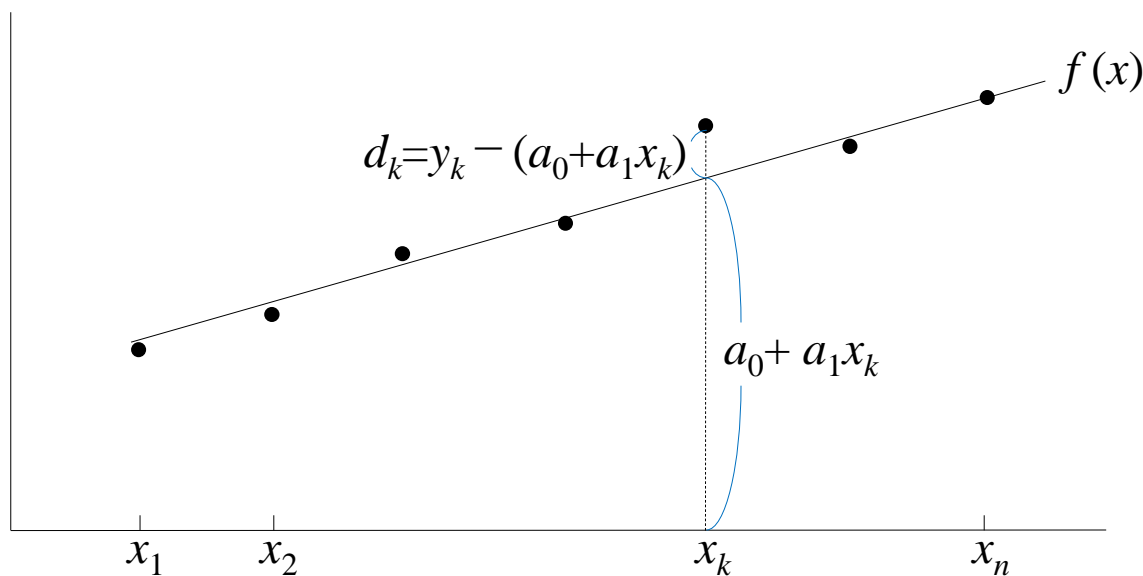
第9回

2023年12月7日

最小2乗法

# 最小2乗法とは

誤差を含んだデータに関して，平均的にならした近似式を求める場合に用いられる手法



近似式とデータとの誤差 $d_k$ に関し， $E = \sum_{k=1}^n (d_k)^2$ を満足させることであ

り，誤差 $d_k$ は $d_k = y_k - (a_0 + a_1 x_k)$ であるため， $E = \sum_{k=1}^n \{y_k - (a_0 + a_1 x_k)\}^2$

ここで $E$ は $a_0$ と $a_1$ の関数とみなせることから．．．

# 最小2乗法とは

$E \rightarrow \text{最小}$  となる条件は,  $\frac{\partial E}{\partial a_0} = 0$  及び  $\frac{\partial E}{\partial a_1} = 0$  を満たすことと同じとなる。

よって, 
$$\frac{\partial E}{\partial a_0} = \sum_{k=1}^n \{-2(y_k - a_0 - a_1 x_k)\}$$

$$\frac{\partial E}{\partial a_1} = \sum_{k=1}^n \{-2x_k(y_k - a_0 - a_1 x_k)\}$$

であるから条件および上式より, 
$$\sum_{k=1}^n (y_k - a_0 - a_1 x_k) = 0$$

$$\sum_{k=1}^n x_k (y_k - a_0 - a_1 x_k) = 0$$

これらを変形して,

$$na_0 + \left( \sum_{k=1}^n x_k \right) \cdot a_1 = \sum_{k=1}^n y_k$$

$$\left( \sum_{k=1}^n x_k \right) \cdot a_0 + \left( \sum_{k=1}^n x_k^2 \right) \cdot a_1 = \sum_{k=1}^n (x_k \cdot y_k)$$

が得られ,  $a_0$ と $a_1$ の2元の連立一次方程式であることから解を算出できる。

# Excelを用いた最小2乗法演習

1. 表のように、あるグループの構成員の身長と体重の値が得られている。Excelを用いて最後の欄（Sの欄）にあなたの身長と体重を入れた表を作成しなさい。  
（身長と体重の正確な値を記載したくない人は近似値で可）

名前	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S
身長 (cm)	170	182	171	166	168	164	173	170	172	167	164	161	180	173	163	168	165	171	
体重 (kg)	58	80	66	62	65	56	76	81	72	66	61	56	86	78	53	66	59	61	

2. Excelのグラフ機能を用いて、横軸を身長、縦軸を体重とし、上記の一人一人の身長と体重をプロットしたグラフ（散布図）を作成しなさい。またExcelの近似直線機能を用いて、最小2乗法で上記のデータを解析し、身長と体重の関係を $y=ax+b$ の直線及びその方程式を示しなさい。

# 課題

前スライドの指示に従って求めた近似直線の方程式を  
Moodle上から回答せよ.

# 【再通知】 レポート課題2

第8回講義資料スライド5の各種条件に沿って問題を解く  
C言語のプログラムのソースファイルをMoodle上から期限厳守にて提出せよ。

提出期限：**2023年12月14日(木)23:59:59【厳守】**

- レポート課題の不備や未完成は**減点・再提出**  
(他者のレポートコピー等**不正行為厳禁**)