

数値解析

第7回

2023年11月16日

行列・逆行列・固有値の数値計算

逆行列の数値計算(公式)

【逆行列の数値計算】

行列 A について $AY = YA = E$ (E は単位行列) となる行列を A の逆行列といい, A^{-1} で表す。

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \quad A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix} \quad (\Delta = ad - bc \neq 0)$$

また行列 A において, $ad - bc \neq 0$ のとき A の逆行列が存在する。

($ad - bc = 0$ のとき, 逆行列は存在しない)

逆行列の数値計算(公式)

以下の行列Aの逆行列を前スライドの公式を用いて手計算にて求めよ。

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$$

逆行列の数値計算(Gaussの消去法)

【Gauss-Jordan法を用いた逆行列の計算方法】

対角成分を正規化し，消去を繰り返す。

→ 連立方程式では左辺を単位行列化することになる。

この時の正規化や消去に用いる値を，単位行列へ適用すると，逆行列を算出できる。

逆行列の数値計算(Gaussの消去法)

以下の行列Aの逆行列をGaussの消去法を用いて算出せよ。

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$$

【単位行列への変換過程】

1. 一行目を正規化する（一行目を1／2倍する） $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$
2. 二行目を消去する（二行目に一行目の-1倍を加える） $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
3. 一行目を消去する（二行目は既に正規化された値のため一行目に二行目の-3倍を加える） $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

この過程を単位行列へ適用すると...

逆行列の数値計算(Gaussの消去法)

以下の行列Aの逆行列をGaussの消去法を用いて算出せよ。

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$$

【先の過程を単位行列へ適用】

1. 一行目を正規化する (一行目を1/2倍する)

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

2. 二行目を消去する (二行目に一行目の-1倍を加える)

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ -\frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix}$$

3. 一行目を消去する (二行目は既に正規化された値のため
一行目に二行目の-3倍を加える)

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -\frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix}$$

逆行列が求まる

課題

前スライドの逆行列を求める算出方法を用いたC言語によるプログラムを作成，実行し，求めた逆行列をMoodle上から回答せよ．
プログラムの実行結果は実数であるため，各値は小数点以下第5位までの実数として回答すること．