Föreläsning 8 - Associationsanalys

Josef Wilzén

LINKÖPING UNIVERSITY

Agenda

- Introduktion
- Associationsanalys
- Algoritmer
- Intressemått

Introduktion

Introduktion

- Målet med associationsanalys:
  - Utvinna intressanta samband (el. mönster) som finns i stora datamängder

- Exempel: Shoppingtransaktioner
  - En återförsäljare är intresserad av att veta sina kunders köpbeteende och vill använda det i marknadsföringen.

$\{Diapers\} \rightarrow \{Beer\}$

Table 6.1. An example of market basket transactions.

TID	Items
1	{Bread, Milk}
2	{Bread, Diapers, Beer, Eggs}
3	{Milk, Diapers, Beer, Cola}
4	{Bread, Milk, Diapers, Beer}
5	{Bread, Milk, Diapers, Cola}

Introduktion

- Andra tillämpningsområden:
  - Bioinformatik
  - Medicinsk diagnos
  - Web mining
  - Vetenskaplig dataanalys

Representation av data

TID	Item
1	Bread
1	Milk
2	Bread
2	Diapers
2	Beer
2	Eggs
3	Milk
…	…

Table 6.2. A binary $0/1$ representation of market basket data.

TID	Bread	Milk	Diapers	Beer	Eggs	Cola
1	1	1	0	0	0	0
2	1	0	1	1	1	0
3	0	1	1	1	0	1
4	1	1	1	1	0	0
5	1	1	1	0	0	1

Definitioner

- Supportnivå (σ):
  - Låt:

  $I = \{i_1, i_2, \dots, i_d\}$ är attributmängden (enheter i materialet),

  $T = \{t_1, t_2, \dots, t_N\}$ är objektmängden (transaktioner),

  X är en godtycklig delmängd av I

$$\sigma(X) = |\{t_i | X \subseteq t_i, t_i \subseteq T\}|$$

  - Kan beskrivas som antalet transaktioner (t_i) i objektmängden (T) som innehåller X.

Definitioner

- Associationsregel (R) är ett uttryck som har följande form:

$$X \rightarrow Y$$

där X och Y är disjunkta enhetsmängder enligt $X \cap Y = \emptyset$

- Två mått på styrkan av en regel är support och konfidens

Definitioner

- Support (s)

$$s(X \rightarrow Y) = p(X, Y) = \frac{\sigma(X \cup Y)}{N}$$

- Konfidens (c)

$$c(X \rightarrow Y) = p(Y|X) = \frac{\sigma(X \cup Y)}{\sigma(X)}$$

Utvinning av regler

- Givet en transaktionsmängd, hitta regler som har support $\geq$ *minsup* och konfidens $\geq$ *minkonf*
  - Dessa trösklar finns till för att ge en ”objektiv” bedömning av intressanta mått

- Problemet: Att använda sig av Brute-Force är inte genomförbart då komplexiteten ökar exponentiellt med antalet enheter enligt:

$$|R| = 3^d - 2^{d+1} + 1$$

där d = antalet enheter

Utvinning av regler

- Många av dessa regler är också icke-intressanta då även för små datamängder uppfyller ungefär 80% inte vanliga konfidens- och supportgränser
- Notera att reglerna $\{A, B\} \rightarrow \{C\}$, $\{A\} \rightarrow \{B, C\}$ och $\{A, C\} \rightarrow \{B\}$ har samma support. Detta medför att problemet kan delas upp i:
  1. Framkalla frekventa enhetsmängder
     - Hitta alla möjliga X som uppfyller $s(X) \geq minsup$
  2. Framkalla intressanta regler
     - Utvinna regler ur alla X från steg 1 enligt $X_1 \rightarrow X_2$ där $X_1 \cup X_2 = X$ och $X_1 \cap X_2 = \emptyset$ samt uppfyller $c(X_1 \rightarrow X_2) \geq minconf$

Exempel

- Transaktioner från en stormarknad

	items	transactionID
[1]	{rice,tomato souce,tunny,water}	460202000107
[2]	{tomato souce}	460202000213
[3]	{brioches}	460202000312
[4]	{brioches,tunny,water,yoghurt}	460202000404
[5]	{biscuits}	460202000671
[6]	{frozen fish}	460202000893
[7]	{brioches,tunny,yoghurt}	460202001036
[8]	{coffee,coke,frozen fish,tunny}	460202001067
[9]	{biscuits}	460202001098
[10]	{biscuits,frozen vegetables,rice}	460202001142

Exempel

- Associationsregler:

```
> inspect(head(rules, n = 5))
    lhs                rhs                  support    confidence lift     count
[1] {crackers}      => {biscuits}           0.05549024 0.5989848  1.381498 236
[2] {crackers}      => {water}              0.05219845 0.5634518  1.207234 222
[3] {frozen fish}   => {frozen vegetables}  0.05619563 0.5759036  1.866858 239
[4] {frozen fish}   => {water}              0.05478486 0.5614458  1.202936 233
[5] {juices}        => {brioches}           0.10463202 0.5604534  1.650698 445
```

- Tolkning: Om en kund köper crackers, köper denne också biscuits i ca. 59.8 procent av fallen.

Algoritmer

Frekventa enhetsmängder

- Aprioriprincipen:

  Om en enhetsmängd är frekvent, då kommer alla dess delmängder vara frekventa.

  alternativt:

  Om enhetsmängd inte är frekvent, då kommer alla dess supermängder inte heller vara frekventa

- Den senare formuleringen är grunden till att stora delar av enhetsmängderna kan hoppas över

Frekventa enhetsmängder

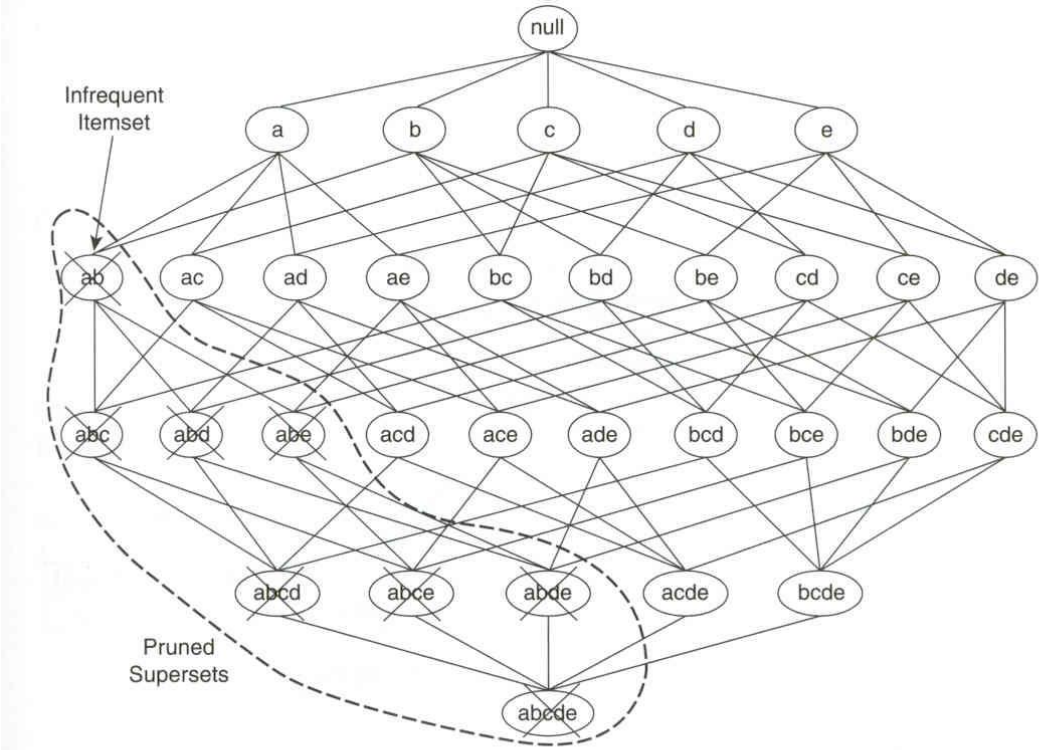


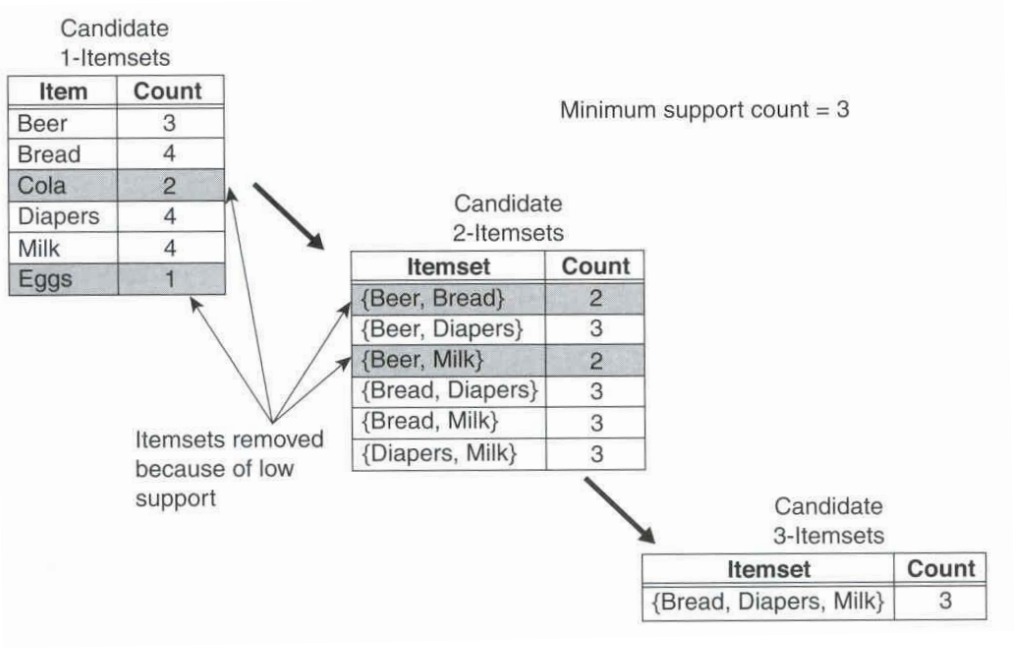
Figure 6.4. An illustration of support-based pruning. If $\{a, b\}$ is infrequent, then all supersets of $\{a, b\}$ are infrequent.

Frekventa enhetsmängder

- Låt oss utnyttja Aprioriprincipen med en supporttröskel på 60%.

Table 6.2. A binary $0/1$ representation of market basket data.

TID	Bread	Milk	Diapers	Beer	Eggs	Cola
1	1	1	0	0	0	0
2	1	0	1	1	1	0
3	0	1	1	1	0	1
4	1	1	1	1	0	0
5	1	1	1	0	0	1



Apriorialgoritmen

Algorithm 6.1 Frequent itemset generation of the *Apriori* algorithm.

1: $k = 1$.
2: $F_k = \{ i \mid i \in I \wedge \sigma(\{i\}) \geq N \times minsup\}$. {Find all frequent 1-itemsets}
3: **repeat**
4: $k = k + 1$.
5: $C_k = \text{apriori-gen}(F_{k-1})$. {Generate candidate itemsets}
6: **for** each transaction $t \in T$ **do**
7: $C_t = \text{subset}(C_k, t)$. {Identify all candidates that belong to t}
8: **for** each candidate itemset $c \in C_t$ **do**
9: $\sigma(c) = \sigma(c) + 1$. {Increment support count}
10: **end for**
11: **end for**
12: $F_k = \{ c \mid c \in C_k \wedge \sigma(c) \geq N \times minsup\}$. {Extract the frequent k-itemsets}
13: **until** $F_k = \emptyset$
14: Result $= \bigcup F_k$.

Beräkningskomplexitet

- Följande faktorer påverkar komplexiteten:
  - Support (lägre *minsup* → fler frekventa enhetsmängder)
  - Antalet enheter (dimensionalitet)
  - Antalet transaktioner
  - Genomsnittliga transaktionsvidden (sparsity i binär framställning)

Regelframkallning

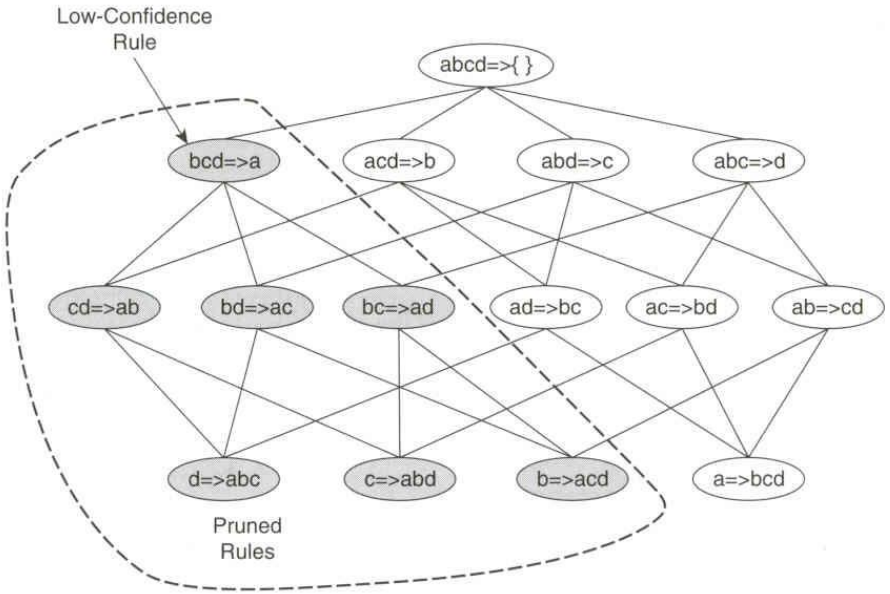
- Låt Y vara en frekvent enhetsmängd från L_k.
  - Alla möjliga regler som kan utvinnas följer formen:

    $X_i \rightarrow (Y - X_i)$ där $X_i \subset Y$.
  - Eftersom Y är frekvent, så är X och $(Y - X)$ frekventa. Det betyder att vi vet dess support från tidigare L_n.
  - Sålunda, vi kan beräkna konfidensen:

$$c\big(X_i \rightarrow (Y - X_i)\big) = \frac{\sigma(Y)}{\sigma(X_i)}$$

Regelframkallning

- Aprioriprincipen tillämpad på konfidens kan beskrivas som:
  - Om $X \rightarrow (Y - X)$ inte uppfyller konfidenströskeln, då kommer $X' \rightarrow (Y - X')$ inte heller göra det om $(X' \subset X)$



Regelframkallning

- Pseudokod för algoritmen:

1. Låt Y vara en frekvent enhetsmängd
2. Utvinn enhetsmängder av storlek 1 ur Y. Låt oss nämna dem som E_{i1}.
3. Beräkna konfidensen av reglerna som ser ut $(Y - E_{i1}) \rightarrow E_{i1}$. Kasta dem som har låg konfidens. Nu innehåller E_{i1} endast högkonfidenta regler.
4. Utvinn enhetsmängder av storlek 1 ur Y och slå de samman till E_{i1} vilket leder till E_{i2}.
5. Repetera steg 3 med E_{i2}.
6. osv.

Utvärdering av regler

Intressanta och ointressanta regler

- Regler som uppfyller trösklarna kan vara av två sorter
  - Ex. $\{Bread\} \rightarrow \{Butter\}$ och $\{Diapers\} \rightarrow \{Beer\}$

- De verkliga kommersiella databaser är väldigt stora och kan sluta med tusentals eller miljontals associationsregler, även med väldigt höga support- och konfidenströsklar.

- Att utforska dem alla är inte möjligt. Istället används:
  - Subjektiva intressemått
  - Objektiva intressemått

Objektiva intressemått

- Ett statistiskt resonemang man kan utgå ifrån är att “Mönster som innehåller oberoende mängder är ointressanta.”

- Mått som vi redan har använt är:
  - Support
  - Konfidens

- Nu vill vi bygga vidare med fler mått

Objektiva intressemått

- Förväxlingsmatris (Confusion matrix)

Table 6.7. A 2-way contingency table for variables A and B.

	B	$\overline{B}$	
A	f_{11}	f_{10}	f_{1+}
$\overline{A}$	f_{01}	f_{00}	f_{0+}
	f_{+1}	f_{+0}	N

Objektiva intressemått

- Lift:

$$Lift(A \rightarrow B) = \frac{c(A \rightarrow B)}{s(B)} = \frac{s(A,B)}{s(A) * s(B)} = \frac{P(A,B)}{P(A) * P(B)}$$

- För binära variabler används Intressefaktor:

$$I(A,B) = \frac{N f_{11}}{f_{1+}\, f_{+1}}$$

$$I(A,B) \begin{cases} = 1, & \text{if } A \text{ and } B \text{ are independent;} \\ > 1, & \text{if } A \text{ and } B \text{ are positively correlated;} \\ < 1, & \text{if } A \text{ and } B \text{ are negatively correlated.} \end{cases}$$

Exempel

- Intressanta regler med avseende på Lift:

```
> inspect(head(sort(rules, by = "lift"), n = 5))
    lhs                      rhs                    support    confidence lift     count
[1] {coffee,juices}      => {brioches}           0.05713614 0.6567568  1.934340 243
[2] {frozen fish}        => {frozen vegetables} 0.05619563 0.5759036  1.866858 239
[3] {biscuits,juices}    => {brioches}           0.06912767 0.6282051  1.850247 294
[4] {juices,water}       => {brioches}           0.06395486 0.6167800  1.816597 272
[5] {tomato souce,tunny} => {frozen vegetables} 0.05219845 0.5536160  1.794610 222
```

Objektiva intressemått

- Andra intressemått:

Table 6.11. Examples of symmetric objective measures for the itemset $\{A, B\}$.

Measure (Symbol)	Definition
Correlation (ϕ)	$\frac{Nf_{11}-f_{1+}f_{+1}}{\sqrt{f_{1+}f_{+1}f_{0+}f_{+0}}}$
Odds ratio (α)	$(f_{11}f_{00})/(f_{10}f_{01})$
Kappa (κ)	$\frac{Nf_{11}+Nf_{00}-f_{1+}f_{+1}-f_{0+}f_{+0}}{N^2-f_{1+}f_{+1}-f_{0+}f_{+0}}$
Interest (I)	$(Nf_{11})/(f_{1+}f_{+1})$
Cosine (IS)	$(f_{11})/(\sqrt{f_{1+}f_{+1}})$
Piatetsky-Shapiro (PS)	$\frac{f_{11}}{N} - \frac{f_{1+}f_{+1}}{N^2}$
Collective strength (S)	$\frac{f_{11}+f_{00}}{f_{1+}f_{+1}+f_{0+}f_{+0}} \times \frac{N-f_{1+}f_{+1}-f_{0+}f_{+0}}{N-f_{11}-f_{00}}$
Jaccard (ζ)	$f_{11}/(f_{1+}+f_{+1}-f_{11})$
All-confidence (h)	$\min\left[\frac{f_{11}}{f_{1+}}, \frac{f_{11}}{f_{+1}}\right]$

Rekommenderad läsning

- http://r-statistics.co/Association-Mining-With-R.html

- https://datascienceplus.com/visualize-market-basket-analysis-in-r/
  - Network plots

www.liu.se

LINKÖPING UNIVERSITY