

2022~2023 学年第一学期期末考试试卷

《数值计算方法》

(考试时间: 2023 年 3 月 18 日)

一、填空题 (每空 2 分, 共 30 分)

1. 已知  $\sin 1$  的近似值为 0.84, 则该近似值的相对误差限为\_\_\_\_\_。
2. 在数值分析中最主要的误差类型为\_\_\_\_\_和\_\_\_\_\_。
3. 已知  $f(x) = 5x^3 + 1$ , 则  $f[0,1,2] =$ \_\_\_\_\_。
4. 已知  $f(x_i) = y_i (i = 0,1,2,3)$ , 则四次拉格朗日插值基函数  $l_2(x) =$ \_\_\_\_\_,  
 $\sum_{k=0}^3 l_k(x) =$ \_\_\_\_\_。
5. 求解方程  $x = f(x)$  的牛顿法的公式为\_\_\_\_\_。
6. 已知矩阵  $A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ , 则其 1-范数为\_\_\_\_\_,  $\infty$ -范数为\_\_\_\_\_, 2-范数为\_\_\_\_\_。
7.  $n$  个节点的插值型求积公式的代数精度至少为\_\_\_\_\_, 若令  $\int_a^b l_k(x) dx = A_k$ , 则  
 $\sum_{k=0}^n A_k =$ \_\_\_\_\_。
8. 使用二分法求  $f(x) = x^3 + x - 1$  在  $[0,1]$  内的根, 进行一步后的有根区间为\_\_\_\_\_, 进行两步后的有根区间为\_\_\_\_\_。
9. 已知矩阵  $A$  对称正定, 则线性方程组  $Ax = b$  的\_\_\_\_\_迭代法必定收敛。

二、(本题 10 分)

已知函数  $f(x) = \cos x$  的函数表

$x_i$	0.1	0.2	0.3	0.4
$f(x_i)$	0.99	0.98	0.95	0.9

(1) 作均差表, 并求 4 次牛顿插值多项式; (2) 根据插值的结果, 估计  $\cos(0.15)$  的近似值。

三、(本题 12 分)

给出如下的数据表

$x_i$	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8
$y_i$	3.00	4.47	6.67	9.96	14.85
$\ln y_i$	1.09	1.49	1.89	2.29	2.69

用最小二乘法求形如  $y = Ae^{bx}$  的公式, 给出  $A, b$  的值。

四、(本题 12 分)

确定下列求积公式中的待定参数, 使其代数精度尽量高, 并求出所构造出的求积公

式所具有的代数精度。

$$\int_{-h}^h f(x) dx = A_{-1}f(-h) + A_0f(0) + A_1f(h)$$

五、(本题 12 分)

已知线性方程组  $Ax = b$ , 其中  $A = \begin{bmatrix} 5 & 2 & 1 \\ -1 & 4 & 2 \\ 2 & -3 & 10 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 12 \\ 20 \\ 3 \end{bmatrix}$ 。给出使用雅可比迭代

法求该方程组解的迭代公式, 并判断雅可比迭代法的收敛性。

六、(本题 12 分)

已知线性方程组  $Ax = b$ , 其中  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 14 \\ 18 \\ 20 \end{bmatrix}$ 。使用 LU 分解法解该线性

方程组。

七、(本题 12 分)

给出使用牛顿法解方程  $x^2 - a = 0$  的公式, 并讨论其收敛性。

# 注意：在打印试卷时可以选择不打印此页！

关于使用本资料的须知：

1. 本资料为个人整理，不建议广泛传播。
2. 本资料使用了天津大学试卷的模板制作，但**并非正式考试试卷**，**仅作为个人复习使用**。
3. 本资料为往年考试真题回忆版，可能与实际真题有出入，也不一定反映了您使用该资料当年试题的题型、难度、知识点覆盖范围。
4. 资料中**标红处**为试题内容有关重要提醒，**标黄底处**为本资料与实际真题有出入的部分。
5. 绝大多数资料不提供相应的答案，请您**务必不要直接**拿这份资料向任课老师寻求题目解答等。

关于这门课程的**个人**提醒和建议：

1. 本课程为《数值计算方法》，是 2020 级计算机科学与技术专业第五学期的专业核心课。
2. 本课程号称“高等数学 C”，学习内容以及作业题（除了编程作业以外）**和高数也很像**，把这门课当成高数来学就行了，实际内容没有高数难的。
3. 老师考前会给出复习提纲，提纲里的内容不会很多，复习起来也比较轻松，最后考试的内容完全不会超出复习提纲。实际上复习提纲里面那些比较复杂的知识点（例如龙贝格算法的具体过程、斯特芬森加速迭代公式之类的）也不太会涉及。
4. 考试题型说起来是**填空题+计算证明题**，实际上大题不会涉及到特别难的证明，基本都是计算题，而且还有不少课后题原题或者变式，所以**作业题一定要好好看**。
5. 最后祝大家考试顺利啦！