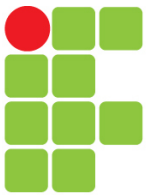
Ordenação por troca

Programação de computadores II

Prof. Renan Augusto Starke

Instituto Federal de Santa Catarina – IFSC
Campus Florianópolis
renan.starke@ifsc.edu.br

31 de outubro de 2016



INSTITUTO FEDERAL
SANTA CATARINA

Ministério da Educação
Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica
INSTITUTO FEDERAL DE SANTA CATARINA

Tópicos da aula

Tópico

Objetivos

- Entender alguns fundamentos matemáticos relacionados com algoritmos de ordenação
- Aprender as ordenações por troca
- Conhecer o *Quicksort*
- Aplicar ordenação nas estruturas de dados conhecidas

Tópico

Ordenação por troca

Ordenação por troca

Compreende em algoritmos onde a ordenação é realizada por *trocas entre pares* de elementos.

- Troca entre elementos adjacentes
- Troca entre elementos mais distantes

Algoritmos mais conhecidos:

- *Bubble Sort*
- *Quick Sort*

Quicksort

Quicksort

O *Quicksort* ou ordenação rápida é um algoritmo no estilo "Dividir e conquistar". Este estilo de algoritmo resolve um problema dividindo-o em dois ou mais subproblemas, resolvendo-os cada um destes e combinando a solução no final.

Para ordenar uma sequencia $S = \{s_1, s_2, ...s_3\}$, o Quicksort realiza os seguintes passos:

1. Seleciona-se um dos elementos de S. Este elemento é chamado de pivô p.
2. Remove-se p de S e particiona-se o elementos restantes de S in duas sequencias distintas:
   - L: todos os elementos de L são iguais ou menores do que p
   - G: todos os elementos de G são iguais ou maiores do que p
   - Em geral, L e G não estão ordenados.

Quicksort

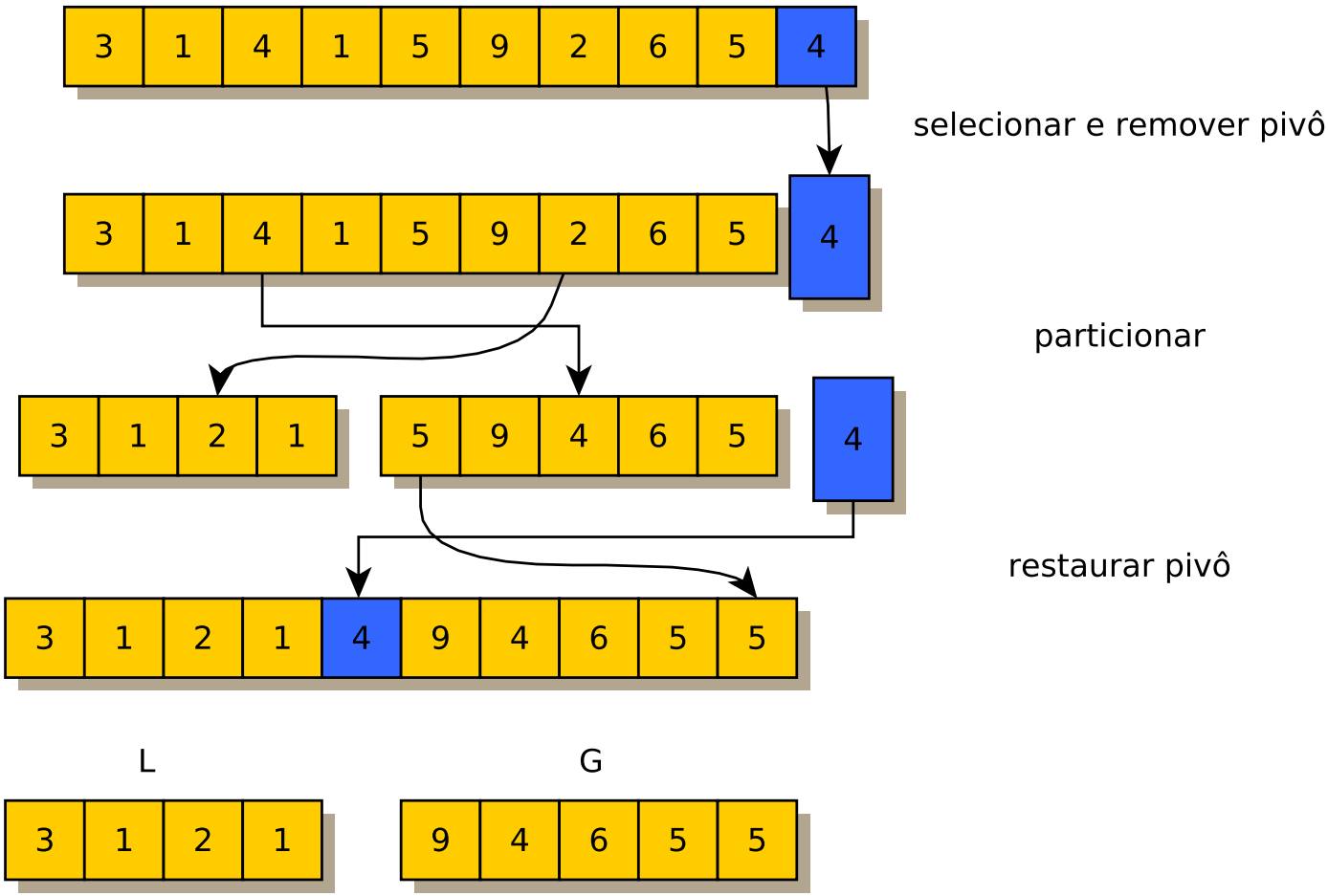
1. Rearranja-se os elementos da sequencia da seguinte forma:

$$S = \{\underbrace{l_1, l_2, ..., l_{|L|}}_{L}, \underbrace{p}_{\text{pivô}}, \underbrace{g_1, g_2, ..., g_{|G|}}_{G}\} \quad (1)$$

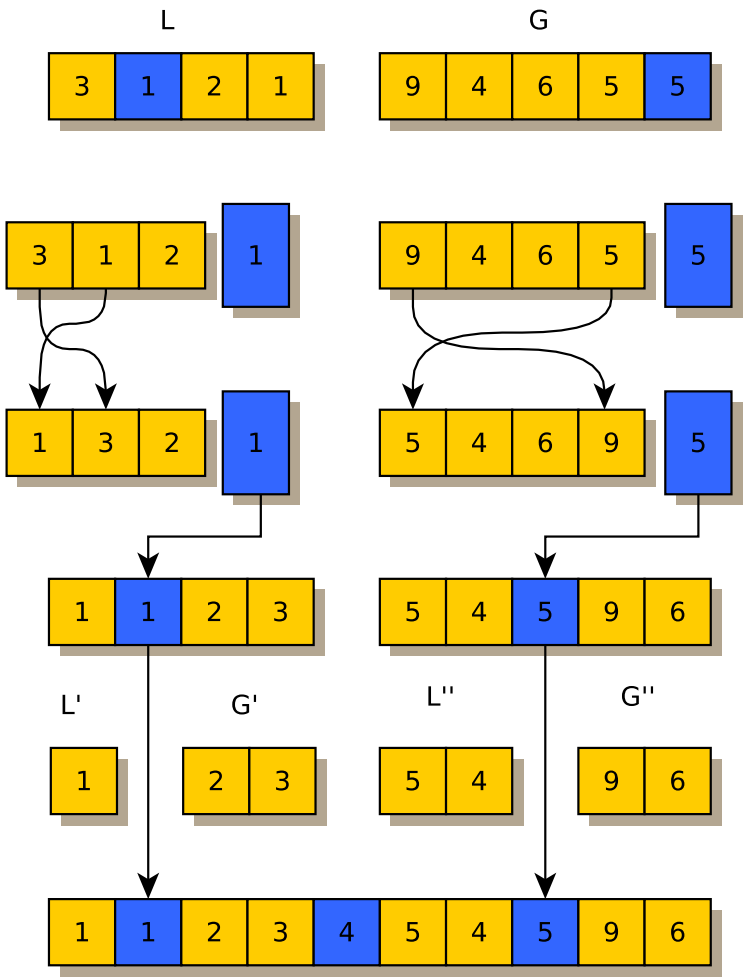
2. Note que p já encontra-se no lugar adequado no vetor ordenado.

3. Continua-se chamando Quicksort recursivamente nas sequencias não ordenadas G e L.

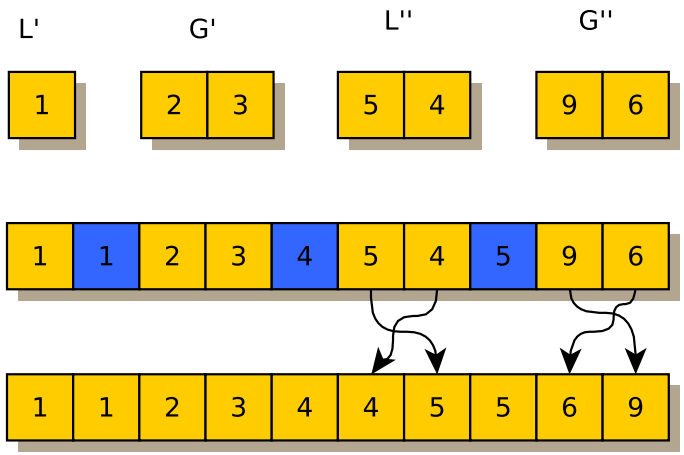
Quicksort


3 1 4 1 5 9 2 6 5 4
selecionar e remover pivô
3 1 4 1 5 9 2 6 5 4
particionar
3 1 2 1
5 9 4 6 5
4
restaurar pivô
3 1 2 1 4 9 4 6 5 5
L
G
3 1 2 1
9 4 6 5 5

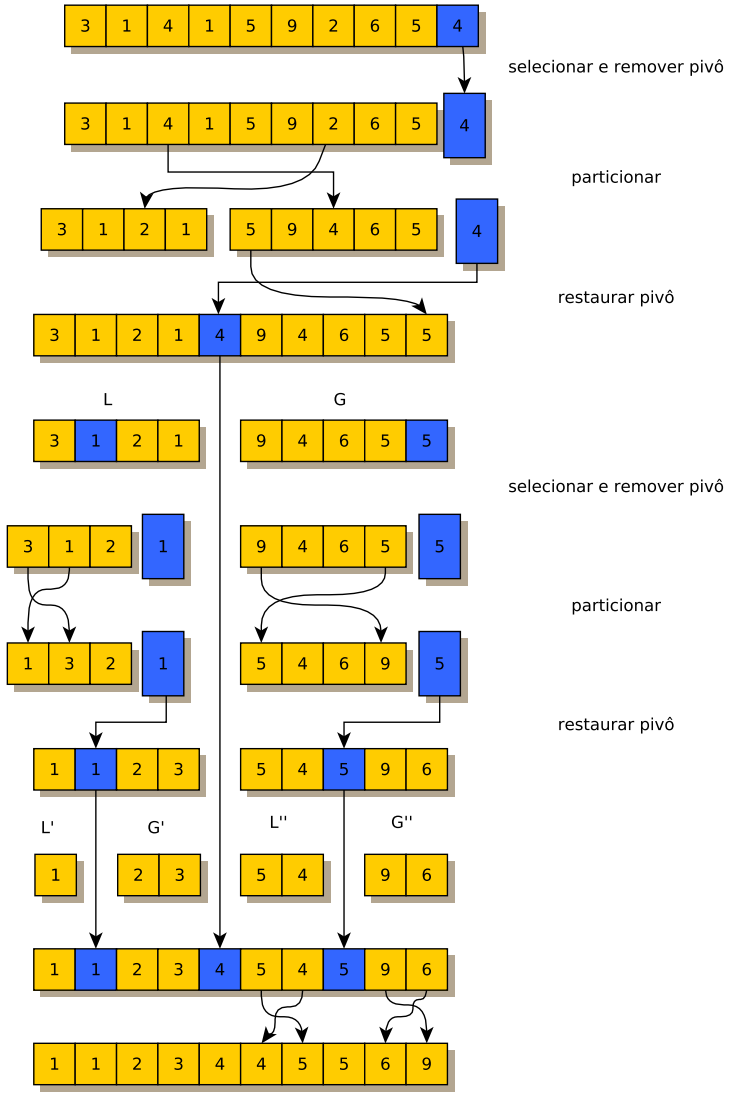
Quicksort


L
G
3 1 2 1
9 4 6 5 5
selecionar e remover pivô
3 1 2 1
9 4 6 5 5
particionar
1 3 2 1
5 4 6 9 5
restaurar pivô
1 1 2 3
5 4 5 9 6
L'
G'
L''
G''
1
2 3
5 4
9 6
1 1 2 3 4 5 4 5 9 6

Quicksort



Quicksort


3 1 4 1 5 9 2 6 5 4
selecionar e remover pivô
3 1 4 1 5 9 2 6 5 4
particionar
3 1 2 1
5 9 4 6 5
4
restaurar pivô
3 1 2 1 4 9 4 6 5 5
L
G
3 1 2 1
9 4 6 5 5
selecionar e remover pivô
3 1 2 1
9 4 6 5 5
particionar
1 3 2 1
5 4 6 9 5
restaurar pivô
1 1 2 3
5 4 5 9 6
L'
G'
L''
G''
1
2 3
5 4
9 6
1 1 2 3 4 5 4 5 9 6
1 1 2 3 4 4 5 5 6 9

Quicksort

- A seleção do pivô impacta somente no tempo de execução
- Se houver uma seleção pobre, o tempo de execução será pobre
- O número de chamadas recursivas deve ser limitado:
  - Para-se de dividir quando $|L| = 2$ ou $|G| = 2$
  - Nesta situação, ordena-se manualmente os dois últimos elementos

Complexidade

- Pior caso: $O(n^2)$
- Caso médio: $O(n \log n)$
- Melhor médio: $O(n \log n)$

Lembrem-se, o *Bubble Sort* é sempre $O(n^2)$

Seleção do Pivô

- As análises do tempo de execução demonstram a importância da seleção do pivô
- Seleções pobres fazem com que se tenha $O(n^2)$
- Porém, a análise de caso médio demonstra que se qualquer elemento de uma sequencia pode ser selecionado como pivô, o tempo de execução é $O(n \log n)$
- Logo, simplesmente podemos selecionar um pivô aleatoriamente

Seleção do Pivô

- Se esperamos que a sequencia esteja sempre desordenada, pode-se selecionar qualquer elemento como pivô, pois garante-se a aleatoriedade e, consequentemente, $O(n \log n)$.
- Na prática, as sequencias geralmente estão "quase" ordenadas
- Caso obtivermos sequencias já ordenadas crescentemente, selecionando o primeiro elemento garantiremos $O(n^2)$
- Caso obtivermos sequencias já ordenadas decrescentemente, selecionando o último elemento garantiremos $O(n^2)$
- Baseando-se nisso, é muito interessante utilizarmos a *mediana* como pivô

Seleção do Pivô

- Para esperarmos $O(n \log n)$, devemos selecionar a mediana em, no mínimo em $O(n)$
- Como encontrar a mediana? Não podemos ordenar, obviamente.
- Uma maneira eficiente é utilizar a *mediana de três* como pivô:

```
1     mediana-de-tres(array, esq, direi):
2
3       med = (esq + direi)/2
4
5       if array[direi] < array[esq]:
6           swap(array, esq, direi)
7
8       if array[med] < array[esq]:
9           swap(array, med, esq)
10
11      if array[direi] < array[med]:
12          swap(array, direi, med)
13
14      return med
```

Algoritmo

```
1       quicksort(A, esquerda, direita){
2        if esquerda < direita then
3            p = particionar(A, esquerda, direita)
4            quicksort(A, esquerda, p)
5            quicksort(A, p + 1, direita)
6        }
```

```
1     partition(A, esquerda, direita) {
2
3       med = mediana-de-tres(array, esquerda, direita):
4
5       pivot = A[med]
6       i = esquerda      1
7       j = direita + 1
8
9       for(;;) {
10          do
11              i = i + 1
12          while A[i] < pivot
13
14          do
15              j = j      1
16          while A[j] > pivot
17
18          if i >= j
19              return j
20
21          swap(A[i],A[j])
22       }
23    }
```

Tópico

Exercícios

- Implemente o *Quicksort* para um vetor de inteiros.
  - Teste seu algoritmo para um vetor de 100.000 de elementos alocados dinamicamente.
  - Inicialize-o com números aleatórios.
  - Meça o tempo de execução para 20 execuções do *Quicksort*.
  - Calcule o tempo de execução médio.
  - **OBS: números aleatórios gerados por:** srand() alimentando a semente com srand (getpid() ^time(NULL));
- Estenda a implementação da lista duplamente encadeada com uma função de ordenação por *Quicksort*.
- Compare com o tempo de execução do *BubbleSort*