

Dinamičko programiranje - nedelja 3

1. Dat je niz a prirodnih brojeva dužine n . Odrediti podniz datog niza čiji je zbir elemenata maksimalan, a u kome nema susednih elemenata (traži se taj maksimalni zbir, ne sam podniz).

Ulaz

$n = 6$

$a = (5, 5, 10, 100, 10, 5)$

Izlaz

110 (5, 100, 5)

2. Data je matrica a dimenzije $n \times m$ popunjena celim brojevima. Sa svakog polja u matrici dozvoljeno je preći samo na polje ispod ili na polje desno od tog polja (ukoliko postoje). Potrebno je izabrati put od gornjeg levog polja (polja sa koordinatama $(0, 0)$), do donjeg desnog polja (polja sa koordinatama $(n - 1, m - 1)$), tako da zbir brojeva u poljima preko kojih se ide, bude maksimalan (traži se maksimalni zbir, ne sam put).

Ulaz

$n = 3, m = 3$

((1, 2, 6),

(4, 5, 11),

(7, 8, 9))

Izlaz

30 (1, 4, 5, 11, 9)

3. Data je niz a dužine n . Treba odrediti najduži podniz ne obavezno uzastopnih elemenata datog niza, koji je rastući. Potrebno je odrediti najpre dužinu, a kao dodatan zadatak i sam taj podniz.

Ulaz

$n = 6$

$a = (50, 3, 10, 7, 40, 80)$

Izlaz

4 (to je podniz (3, 10, 40, 80))

4. Perica se penje uz stepenice (ima n stepenika). U svakom trenutku Perica može da napravi korak dužine 1 i popne se na sledeći stepenik, ili korak dužine dva i stane na stepenik nakon sledećeg. Na koliko različitih načina Perica može da se popne uz stepenice?

Ulaz

$n = 4$

Izlaz

5

5. U prodavnici ima n vrsta predmeta (od svake vrste beskonačno primeraka). Za svaku vrstu je poznata težina $w[i]$ i cena $c[i]$ jednog predmeta te vrste. Lopov ima ranac koji može da ponese težinu W i želi da ga popuni predmetima tako da je ukupna vrednost predmeta u rancu najveća moguća. Koja je tražena najveća vrednost?

Ulaz

$n = 4, W = 8$

$w = (1, 3, 4, 5)$

$c = (10, 40, 50, 70)$

Izlaz

110 (jedan predmet težine 3, jedan predmet težine 5)

6. Dat je niz od n celobrojnih matrica M_0, M_1, \dots, M_{n-1} , i -ta matrica je dimenzija $a[i] \times b[i]$ i za svako $i \geq 0$ i $i < n - 1$ vazi $b[i] = a[i + 1]$. Potrebno je u proizvodu M_0, M_1, \dots, M_{n-1} postaviti zagrade, tako da se rezultujuća matrica izračuna u što manje množenja brojeva (štampati taj broj množenja). Podsetimo se da je za računanje proizvoda matrica dimenzija $a \times b$ i $b \times c$ potrebno $a \cdot b \cdot c$ množenja brojeva.

Ulaz

$n = 4$

$M = (40 \times 20, 20 \times 30, 30 \times 10, 10 \times 30)$

Izlaz

26000 (redosled: $(A(BC))D$)

7. Dat je niz celih brojeva a dužine n . Pronaći podniz uzastopnih brojeva takvih da im je zbir minimalan (traži se taj minimalni zbir, ne sam podniz).

Ulaz

$n = 7$

$a = (8, 5, 3, -1, -5, 4, -6)$

Izlaz

-8 (-1, -5, 4, -6)

8. Data je binarna matrica dimenzije $n \times n$, $n \leq 1000$. Naći dimenziju najveće kvadratne podmatrice koja je sastavljena samo od nula.

Ulaz

$n = 4$

((0, 0, 1, 1),

(1, 0, 1, 0),

(1, 0, 0, 0),

(1, 0, 0, 0))

Izlaz

2×2