

Greedy algoritmi - nedelja 2

1. Dat je skup $a = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$. Pera i Mika naizmenično uzimaju brojeve iz ovog skupa (Pera igra prvi) sve dok skup a ne postane prazan. Obojici je cilj da im zbir uzetih brojeva bude što veći i obojica igraju optimalno. Odrediti koliki zbir na kraju igre ima svaki od njih.

Ulaz

$n = 5$

$a = (20, 40, 10, 80, 30)$

Izlaz

$P = 120$ $M = 60$

2. Dati su prirodni brojevi n i c . Na raspolaganju imamo beskonačno mnogo novčanica u iznosu $1, c, c^2, c^3, \dots$ dinara i potrebno je isplatiti iznos od n dinara. Odrediti koliko najmanje novčanica moramo da iskoristimo. Da li je pohlepni algoritam optimalan za bilo koji sistem novčanica?

Ulaz

$n = 107$

$c = 5$

Izlaz

7

3. Perica ima n vojnika, i za svakog je dat po jedan prirodan broj koji predstavlja njegovu snagu. Kompjuter takođe ima n vojnika koje je postavio u vrstu. Perica treba da rasporedi svojih n vojnika, tako da svaki vojnik bude okrenut prema tačno jednom kompjuterskom vojniku. Tada počinje borba, gde se svaki vojnik bori sa svojim protivnikom i pobeđuje onaj koji ima veću energiju. Ako oba vojnika imaju jednaku energiju, pobeđuje kompjuterski vojnik. Odrediti kako Perica treba da postavi svoje vojnike, tako da ukupna energija preživelih vojnika bude što je moguće veća (energija vojnika se ne smanjuje posle borbe).

Ulaz

$n = 5$

3 3 1 6 4 (perica)

5 3 2 6 2 (kompjuter)

Izlaz

16

4. Dato je n crnih i n belih tačaka na pravoj liniji u nekom poretku, pri čemu je rastojanje između svake dve susedne tačke jednako 1. Potrebno je nekako upariti n belih tačaka sa n crnih tačaka i povezati ih tako da ukupna dužina ovih n duži bude minimalna. Odrediti traženu minimalnu dužinu.

Ulaz

$n = 3$

B B C B C C

Izlaz

7

5. Ograda se sastoji od n taraba poređanih jedna za drugom od kojih su m od njih polomljene. Mi na raspolaganju imamo k dasaka proizvoljne dužine kojim možemo prekriti nekoliko uzastopnih taraba. Cilj je prekriti sve polomljene tarabe. Koliko najmanje ispravnih taraba mora biti prekriveno?

Ulaz

$n = 20$ $m = 5$ $k = 3$

3 10 13 14 19

Izlaz

2

Prekriti tarabe 3-3, 10-14, 19-19

6. Dato je n zatvorenih intervala $[a_i, b_i]$ na brojevnoj pravoj. Koji je minimalan broj tačaka koje treba izabrati na pravoj, tako da svaki interval sadrži barem jednu tačku?

Ulaz

$n = 4$

[10, 16], [2, 8], [1, 6], [7, 12]

Izlaz

2

npr. tačke 5 i 11

7. Dat je nenegativan ceo broj n , koji je predstavljen stringom. Izbrisati k cifara iz datog broja, tako da dobijeni rezultat bude najmanji moguć.

Ulaz

$n = \text{"1432219"}$ $k = 3$

Izlaz

1219

8. Na pravougaonom travnjaku dužine d i širine w postavljeno je n prskalica duž njegove sredine. Svaka prskalice određena je brojevima l_i i r_i koji predstavljaju udaljenost od početka travnjaka i poluprečnik kruga koji zaliva. Odrediti minimalan broj prskalica koje treba uključiti tako da ceo travnjak bude zalivan.

Ulaz

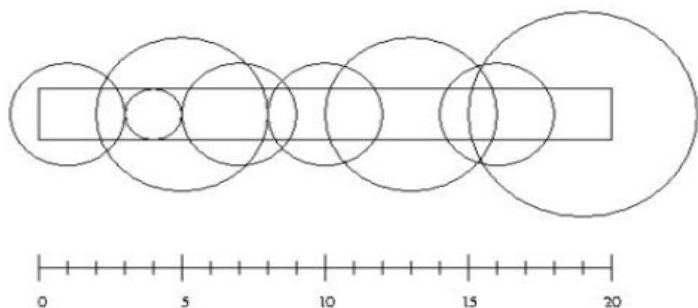
$n = 8$ $d = 20$ $w = 2$

5 3

4 1

1 2

7 2



10 2

13 3

16 2

19 4

Izlaz

6

9. Duž kružnog puta postavljeno je n benzinskih pumpi, gde je količina goriva na svakoj stanici $gas[i]$, a pumpe su numerisane u smeru kazaljke na satu sa $i = 0, \dots, n - 1$. Auto sa rezervoarom neograničenog kapaciteta se kreće po tom putu sa cenom $cost[i]$ u količini goriva za put od pumpe i do sledeće pumpe $i + 1 \bmod n$. Auto treba da započne put sa praznim rezervoarom na nekoj od benzinskih pumpi. Vratiti indeks pumpe sa koje je moguće izvršiti putovanje od jednog kruga u smeru kazaljke na satu, inače vratiti -1 ako je to nemoguće. Ako rešenje postoji garantovano je da je jedinstveno.

Ulaz

$n = 4$

$(gas, cost) = (1, 3), (2, 4), (3, 5), (4, 1), (5, 2)$

Izlaz

3 (pumpa (4, 1))