Yazılım geliştirdiğiniz süre boyunca temel mantığa her zaman ihtiyaç duyacaksınız. Bu dokümanda ise eğitimin başında bilmeniz gereken kısmının özeti yapılmıştır. Detaylar için kitaplara bakınız.

# Mantiğa Giriş

Boole Cebrinin özeti

Oğuzhan Karagüzel 17.11.2024

## MANTIK

Mantik, insanların düşünme ve akıl yürütme süreçlerini anlamaya çalışon bir bilim dalıdır!

Günümüzde bir bilim dalıdır. Mantığın tarihini ve kendisini kapsamlı bir biçimde öğrenmenizi tavsiye ederim. Mantığın Kurucusu olon Aristotales'in syllogism (kıyas ya da daha doğrusu tasım) yöntemi, insanın akıl yürütme yöntemini açıklar ve basit leştirir.

### Kesinlikle Aristotales'in metafizigini okuyunuz!

Bu yöntemin üzerine yıllarca (yaklasık 2000 yıl) tartılıldıktan sonra, mantığın matematiksel formu gelittirildi. George Boole "I'un "Boole Cebiri" sistemi günümüz bilgisayarların temel çalışma prensibidir. Ayrıca "John Venn" in küme teorisini "Venn seması" olarak ilk okulda öğrenmiş olmalısınız. Örnek;



X=ANB=A kesişim B +=A-B=A kümesinde olup B kümesinde Olmayan A=B-A

Bu konuyu burada birakip adım adım başlayıp Aristotales'ten bilgisayara kadar gidelim. ilk kabulümüz şudur; Eger a=b ise ve b=c ise a=c'dir. Simdi bu ifadeyi biraz aqalım ve buna nasıl ulaştığımıza bakalım.

Öncül, önerme vs.-- gibi nice kavramı anlayabilmek için
"Cengiz iskender özkan"ın "Mantığa giriş" kitabını okuyunuz.
Kafa karıştırmamak ve fazla bilgiye boğmamak için sadece
"Önerme" kavramını kullanacazım.

Önerme: dogru veya yanlı bir deger alabilen anlamlı ifadelerdir.

Bir durum veya olay hakkında kesin yargı bildirir.

Bu yargı ya doğrudur ya da yonli.

ilk önermemizi yapalım

Gitalar hizhdir (a=b)

ilk olarak nege hizli diyeceğimize karar vermezmiz gerekiyor.
Örnek olarak; Saatte KOkm ya da daha fazla yol kateden
conli hizlidir. Bu durumda ö'nermemi'z doğrudur. (çitalor 110km/s hizla
kaşar)

İlk önermemizi yaptık ve test ettik. Doğru olduğu sonucuna vardık. Bu durumda hadi akıl yürütmeye başlayalım.

Gibalor Kedigillerdendir. (a=c) dogrudur.

Biyolojiye girmeye gerek yokktur. Bu önermenin doğru olduğu görülür. Hadi birazdaha akıl yürütelim?

(a=6) Ve (a=c) © zamon Kedigiller hızlıdır.

(a=6) Ve (a=c) © zamon (b=c) olmak zorundadır.

Burada bir hata vor! Nedir bu hata? Uzun uzun açıklayabiliyorsunuz degilmi? Ancak kusaca "imla hatası" gibi bir aaklama getiremiyorsunuz. Eger bu kısa açıklamayı öğrenmek istiyorsanız Onerdigim kitapları okumalısınız! Venn semalarının önemi ve Aristotales'in Kategorilerinin önemi bu hatada gizlidir.

Hadi bu yonly, biraz daha uzatalim!

fitalor hizlidir (a=b) dogru

VE

Gitalor Kedigillerdendir (a=c) dogru

VE

Kaplonlor Kedigillerdendir (d= c) dogru O ZAMAN

Laplonlor hizlidir (6=6) dogru

dogruya dogru bir adım daha atalım

Saatte 40 km/s ten hizli gidenler hizlidir. edeven dogru, etmezen

VE

VE Kaplon lor saatte ortalama 50km hizla giderler kitaplandon Ogreni Deney ve gözlem

WE O ZAMAIV

Kaplonlor hizlidir.

Daha doğru bir önerme olduğu açılktır.

Ancak halada daha ilk önermede yoptiğim tatayı düzeltmiş deailim. Açıkçası düzeltmeyeceğim. Umarım merağınızı uyandırmısımdır ve bu sizi harekete gefiniyordur.

Yanlışımıza devom ederken bin seyi fork etmls olmalismiz. Bu "VE" isleminde eger bir tane önerme bile yorly olsaydi, Sonua yonly clacaleti

> Oncil. Dogru kabul Zoulitfir.

kitaplardan Öğrenin.

Sonucunda ulaplan bilgi

Standart başlongici yapalım İnsanlor Ölümlüdür (a=6) (öncül. deney ve gözlem) VE

Sokrates insandir (b=c) (Deney ve gözlem ile ulqulabilecek bilgi)

O ZAMAN

Sokrates d'umiddir. (a=c) (Eger yukarıdaki iki önerme doğru ise) sonuq doğru olmak zorundadır.

1-) Yukorıduki önermelerde "b" Teriminin önemini kauramaya colurn, su an b terimi insoni temsil ediyor diyeceksiniz. Aslında doğru sayılır. Burada "b" ile temsil edilen durumun özel bir adı vardır. "b" Önermelerde olmasına rağmen sonuqta yoktur. Öğrenmek için Kitaplara bakınız.

2-) Asıl konumuza geri dönelim. İqinizdeki bir göz bu önermenin ya da hali hazırda yaptığımız önermelerin soyuk kısmını görmeye baylamı olmalıdır. Yüksek ihtimalle kulağınıza şöyle bir şey fısıldıyordur.

"Bu 'VE' işlemi (ve ya adı herne ise) 'nin sağında ve solunda ki önermeler her ne olursa olsun, eğer her iki önerme de doğru ise, sonuq doğru olmak zorundadır"

Simeli vzun vzadiya önerme yapmak yerine söyle bir soyutlama yappalim. Önermeleri sadece bir harf ile gösterelim; Örnek: P= herhangi bir önerme. (insonlar ölümlüdür gibi) Sonua olarak dağru yada yanlı gibi değer alır.

Yani herhangi bir önermeyi "P" ya da "Q" gibi herhangi bir harf gibi göstere biliriz. Ayrıca herhangi bir önermenin doğru yada yanıy gibi sadece bir sonucu olabilir. Bu sonualor iain dogruya kusaca "D" yonlua kusaca "Y" diyelim.

Birbirinden farklı iki önerim olsun. Birine "P" diğerine "Q" diyeyim. X ve Y'de diyebilirsiniz. Ancak klasik olorak P ve Q Kullanılır. Bu durumda

Burado "P"önermesi eger doğru ise VE "a" önermesi

VE | eger doğru ise sonuç doğrudur.

Peki sonuç nedir? "P" ve "Q" önermelerinden eskil

OZAMAN | yürütme ile elde ettiğim yeni bir önermedir.

SONUÇ | P= insonlor ölümlüdür, Q= Sokrates insondur.

SONUÇ = Sokrates ölümdüdür.

Buradon su sikmaktadir.

P > doğru Q -> doğru ise Sonuq > doğru.

yanlı dağru yanlış dağru yanlış yanlış

Su tablo elde edilir.

0	^	PVEQ (Sonua)
F	Q	1 1 1 (3 (30 U/4)
Ω	D	D
Y	D	Y
D	Υ	Y
V	V	V

Bu tablo bize verilen önermeler

[her ne olursa olsun! "VE" itlemi ile

[islem yapıldığında, önermenin

[değerlerine göre sonucun değerini

[söyler.

| Burada biraz kafaniz karymig | olabilir. ilk soyutlamamızı yoptik. | Bir adım geri atalım aslında ne yaptığımıza bir bakalım.

# Soyutlamanın Gücü

Bu lafı illa ki duymuşsunuzdur. Kadın çiçektir. Görüldüğü üzere bu bir önermedir. Yani a=b'dir. Doğru ya da yanlış değeri alabilir.

Günümüz Eürkiyesi kadın haklorı savunucuları ise şu önermeyi yapmaktadır. Kadın Kadındır. Giçek Babandır, Burada açık bir biçimde iki adet önerme olduğu görülmektedir.

Kadın Kadındır (a=a) mutlak olorak doğrudur. Bu konuya ayrıca değineceğiz. ancak bu bilgi şu an bir İşimize yaramaz

Ciçek Babandır (6=c) Bu önerme ile kimiz var. Bakın "b"

yine karşımıza çıktı. Şimdi bu bilgiyi kullanarak

Akıl yürütürsem;

a=b, 6=c \Rightarrow \alpha=c 'dir. Yani Baban Kadındır.

Akıl yürütme ile Babon Kadındır diye yeni bir önerme elde ettik. Peki bu önerme doğru mu? yoksa yonlış mı? Bu bilgiye Deney ve gözlem sonucunda ulaşabiliriz. Yada bu önermeye uluşmak için kullandığımız önermelerin durumunu kullana biliriz.

Hadi tablomuzu olusturalim;

P="Kadın Giçekbir"	G="Gigek Barbondi"	(PVE G"Babon Kadindir" asonuq
DOGRU	DOGRU	D06RU
DOBRU	YANLIŞ	YANLIŞ
YAIVLIS	DOGRU	YANLIS
YANLIS !	YANLIS	YANLIŞ
<u>'</u>		6

Varsayalım ki, Deney ve gözlem sonucunda Kadın Giçektir Önermesinin Doğru olduğunu bulduk.

Ardından Giçek Babandır önermesininde doğru olduğunu bulduk. Bu durumda tablodon görüleceği üzere ya da "VE"işleminin sonucuna bakılarak Baban Kadındır önermesinin Doğru olduğu bulunur. Bu doğruluk zorunludur. Daha doğrusu mutlakitir. Kısaca Baban Kadındır ve Bu doğrudur.

Ancak biliyoruz ki Baban kadın değildir. Yani Deney ve 60zlem Sonucunda Baban Kadındır önermesinin yanlış olduğunu bulduk.

Soyutlamanın gücü budur. Eger a=b ve b=c ise a=c'dir.
"VE" ixlemi bize ixlemlerimizin sonucunda hongi sonucu elde edece
aimizi söyler ve söylediği şey her zamon doğrudur.

"VE" işleminin sonucunda "Doğru" bilgisi yada "Yonlu"bilgisini elde edersiniz. Ancak bu elde ettiğiniz bilgi mutlak doğrudur.
Eger elde ettiğiniz bilgi size hatalı geliyorsa! Siz bir yerde hata yaptınız demektir.

Kısaca Babon Kadındır önermesi doğru sonucuna ulaştık ve bu bilginin doğru olduğunu biliyoruz. Ancak Babon kadındır önermesinin aslında yanlış olduğunu biliyoruz. Lakin "VE "işleminde ve tabloda bir hata olmadığına eminiz. (Soyutlamanın 60'ci).

Bu durumda;

1-) Akıl yürükmemiz hatalı olabilir.

doğru kategorize edildiğinden emin olmalıyız.

- 2-Jönermeler hatalı yapılmış olabilir. doğru itade edilmemiş olabilir.
- 3-) Önermelerin sonuçlarını elde etmek için yapılan Deneyve gözlemde hata yapılmış olabilir.

Buna nasıl emin olabiliriz. 2+2 nasıl =4 ise "VE" işlemi ve onun Doğruluk tablosu aynı şekilde doğrudur.

O Zamon degil konusung bakalım

#### DEGIL

Bir önermemiz olsun: P. ägniek olarak önermemizin içeriği zu olsun

P="Kedi Kedidir" Bu önermede görülüyorki a=a'dır. Buda matematiksel olarak doğrudur. Ozaman bu önerme doğrudur. Yani Pher zaman doğrudur. Neden her zaman? Sorusunun Cevabi basittir. Bir şey her zaman kendisine eşittir.

Bu durumda ben bu önermenin tam tersini öne sürersem o'da her zaman yonly olacaktır.

Kedi Kedidir > P > Doğru Burada Pile Q arasındalci Kedi Kedi degildir > Q > Yonly. ilişki rahatlıkla görülebilir. Eğer ben P'nin tersini alabilirsem her zaman P=Q olacaktır. O zaman buradaki tersine "değil" deriz ve üzerinde bir qizgi ile qösteririz "-"

Yukandaki önermeleri göz önünde bulundurursak P=Q olacaktır. Yani P doğru ise Q yonly. Q doğru ise P yonly olacaktır.

Bu Sadece "Kedi Kedidir" gibi önermeler için değil her önerme igin geçerlidir. Bugayede Bunu da soyutlayabiliriz.

Yani; Her zaman P=P > P + P = P=P

(Kedi Kedidir = Kedi Kedi değildir değildir)

Buradon fu tablo elde edilebilir. Pherhagi bir önerme olması Kosulvyla

P	IP	Bu da demek oluyorki. Bir önermeyi tendhirite
0.7.	Yanlış Doğru	Kendisinin tersi ile "VE" işlemine sokacak
Dogru		olursam; her zamon "Yonliq" sonucunu elde
Yanlış		ederim

Burada herhangi bir Pönermesinin (Kedi kedidirgibi) P VE

Deney ve gözlem ile doğruluğunun araftırılmasına gerek

yoktur. Günkü sonuç her zaman yonlıtır.

#### O ZAMAN

P

SONUG HER ZAMAN YANLIŞTIR

Bu Lip önermeler ve "VE" iflemlerini ginlik bayotta yapmamaktayız.

Sebebini aratırmaya gerek yoktur. Akla yatkın olon budur. Ancak biz matematiksel bir gerçeklik elde ettik. Bizim için önemli olan budur.

#### Kadın Kadındır'a kısa bir bakış

a=a üzerine konuşacak değiliz. Ancak a = ā önemli bir Konudur. Günkü a=a bir sey kendisine eşiktir demek. Tabi her zaman exittir. Peki atā ne demek. Bir sey kendisi olmayang exit degildir. Ta bi Her zaman esit degildir.

Elinizde bir liste olsun ve gördüğünüz bütün næneleri listeye ekleyin. Bir nesneyi listeye eklemeniz için, o nesnenin listedeki her nesneden farklı olması gerekmektedir.

Yani; Liste Vansayalım ki kadın nesnesini buldunuz. Eger

1- Kalem Kadın çiçektir önermesi doğru ise listeye ekleyemezsiniz.

2-Gigek Günkü listenizde Gigek zaten vardır. Ancak Kadını

3 - Demir. Gigekten ayıran bir özellik var ise Bu duranda

Girek kadın değildir önermesi doğru olacaktır. Yani kadın Kadındır Zaten doğrudur. Kadın, Kadın olmayon nesne değildir. önermeside doğru olacaktır. Ancak bu durumda Kadın İlsteye eklenebilir.

Kısaca listedeki tüm elemanlara bakıp kadın olmadığını teyit ettikten sonra listeye ekleyebilirsiniz. Buna vorlığın ayırıcı özellikleri denmektedir. Daha fazlasını öğrenmek içim Aristotalesin kategoriler kitabına bakınız.

Kısaca Kadın, Kadın olmayan her nesneden forklı olarak var olduğu için Kadın Kadındır önermesi doğrudur. Kadın, Kadın olmayan değildir önermesi'de doğrudur. Bu durumda kadın çiçektir önermesi yanlıştır.

#### Önemli bir konu daha

Yukarıda anlaktıklarımıza bakaralı föyle bir önerme yapabiliriz ve Sonucunun yahlıq olduğunu bilebiliriz. Konuyu bu seter Kadınlardan Gıkartalım.

Erkek insandır. Yukarıda onlotilonci göre bu önermenin yanlı olması gerekmektedir. Ancak bu önermenin değru olduğunu biliyorsunuz. Haklısımız. Erkek insandır önermesi doğrudur. Peki nasıl? Uzun uzadıya anlatmayacağım. Cevabı kitaplarda. Kısaca; insanın özelliklerini teker teker sayın. Bu özelliklerden sadece insona özgü olan ve diğer hiç bir nesnede olmayan özellikleri bulun. Bu özellikler insan kavramını var eden özelliklerdir. Ancak Aynı özelliklerin hem Erkek te hem de kadında vor olduğunu göreceksiniz. Yani Erkek ve Kadın, insanin Eüm özelliklerini taşır Bundan dolayı Kadın insandır önermesi doğrudur. O zaman Erkek insandır önermesi de doğrudur.

### Ancak Inson Erkelztir önermesi yonlytir!

Bunun sebebi ise Erkek kauramını vor eden, Yani onu nesne listemize eklememizi sağlayon, inson kauramıda dahil başka hiq bir nesnede olmayan özellilderi vardır. Bu sayede Erkek kauramı vardır.

Bu özellikler insanda olmadığı için insan Erkektir. Önermesi yonlutır.

Genel kültür; Toplumların ataerkil olmasının sebebi "İnsan Erkektin" Önermesini "doğru" kabul etmelerindendir. Detaylı bilgi "Dücane Cündioğlu" hoca'da.

Bu konuyu anladığınızı düşünüyorum. Simdi su önermelere birde Lersinden bakalım. Bakalım keşfedeceğimiz neler vor.

### Onermelere Tersinden bakış

Ne demek tersinden baky? Kısaca açıklayalım! Bir önceki baslikta biz önermeleri kullanarak yepyeni bir önermeye ulaşmıştık. Yani Time varmytik. Simdi ise bir tane önermeyi kullanarak birden pazla önermeye ulaşacağız. Yani Tümden geleceğiz. Burada Li ônermelerin niteliklerinin birbirinden forklı olduğun görmüssünüz' dür. Tümler parçalanır. Parçalar Tümlenir.

Fazla kara karytırmayalım ve bilindik basit bir önermeden qidelim.

Yollar Islaktir. Bu önermenin doğru olup olmadığını gözlem sonucunda hizlica bulabilissiniz. Ancak Neden soru-

Bunun cevabini bulmak için akıl yürütmeniz gerekmektedir. Bu önermenin sonucu ne olursa olsen illaki bir sebep bulunur.

Hadi inceleyelim;

Yollar Islaktir

Neden?

VEYA

Beledige Sulamytir.

Burada Secenekleri arttirabilirsiniz. "VEYA Su borusu patlamıştır" gibi. Azıl Konumuz bu degil.

| Eger yollar islaktir önermesi dogru Ise Yagmur yagmutir | Sebep olan önermeleiden bir tanzi kesinlikle I dogru olmak zorudadir.

Belediye sulomis yada Yagmur yagmis Olabilia.

Neden? Sorusuna cevap olarak üretmit olduğumuz önermelerden; Bir tanesi, Birkaf tanesi ya da Hepsi birden doğru olabilir.

Ancak biz biliyoruz ki Yollor Islaktır önermesinin doğru olabilmesi için, cevop olarak ürektiğimiz önermelerden en az Bir tanesi doğru olmalıdır. Birden fazlasıda doğru olabilir. Ancak Bu sonucumuzu değiştirmez.

Bir olayın gerçekleşmesini sağlayon birden fazla sebep olabilir. Eğer bir olay gerçekleşmiş ise en az bir tane sebebi olmala zorundadır.

Bir önceki işlemde biraz daha konuyu açmıştık. Buruda gerek görmüyorum. hemen Soyutlayabiliriz. Görüldüğü üzere "VEYH" işleminin sağında ya da solunda hangi sonuş (önermenin sonucu) olunsa olsun. Eğer bir tanesi bile doğru ise sonuş her zaman doğrudur. Eğer sonuş yonly ise, önermelelin hepsinin yonly olması gerekmektedir.

Bu bilailer ışığında yeni bir tablo elde edilebitir.

Pre Q herhangi bir Önerme olmak üzere

P -> dogru ise "VEYA" Q -> dogru ise Sonuq > Dogru 'dur

doğru yanlı Doğru Doğru Yanlı yanlı yanlı

p	Q	P VEYA Q (Sonua)	Bu tablo bize; Verilen
D	D	0	l'onermeler her ne olursa olson! "VEYA" iflemine
D	4	P	sokulusa, sonucun ne
Y	D	D !	
Υ	Y	Y	olacagini söyler.

Bir adım daha Matematik, Bir adım daha soyutlama Simdi ilk olarak öğrendiğimiz tüm kavramları sembollertirelim. Bir kaqını öğrendik;

Önerme; P vega Q gibi herhongi blr hart Önermenin alabilegegi degerler; Dogru, yonly > D,Y > 1,0

VE islemi; A 1

VEYA islemi : V

DEBIL Hemi; P ya da ~P

Degil islemi dünya genelinde (~) ya da (¬) ifaretleri ile gösterilmektedir. 
~P ya da ¬P gibi. Ancak okulda öğretmenlerim bana P olorak öğrettiler. Bundan dolayı bende Bu şekilde kullonmaya devam edeceğim.
Bu bilgiler ifiğinda tablolapımızı güncelleyelim.

P	Q	P	1a	IPAQ	PVQ	-   Dogruluk tablomuzu elde
	1	1	1	1	1	l ettik. Bu bilgiler ışığında ve
1	0	0	1	0	1	biraz motematik ile artik
0	1	1	0	0	1	mantik sorularını cözebiliriz.
0	0	1	1	0	0	

Soru; A yanly B doğru olmak üzere
1-) ANB işleminin sonucu nedir?
2-) AVB işleminin sonucu nedir?
3-) Āve B işleminin sonucu nedir?

Cevap: 1-) A / "VE" isleminde eiger bir önerme yonly ise sonue yanlıştır. Bu durumda A/B=0

2-) V "VEYA" isleminde eger bir ö'nerme doğru ise sonuq doğrudu. Bu durumda AVB=1'dir.

> 3-) - "DEGIL" isleminde her zaman sonucun Eersi aliniv. Ā=1 B=0'dir.

Soru; A, B ve C sırasıyla "doğru, yonlıt ve doğru" olarak veriliyor.

Bu durumda AN (BV C) ifadesinin sonucu nedir.

Cevap; Motematikte Kural, ilk olarak porontez ki çözülür.

Değerlerimizi'de belirleyip yerlerine yerleştirelim.

A=4

B=0

C=1

Görüldüğü üzere sadece sayılor ve semboller ile

T=0

matematiksel işlem yopılıp sonuca ulaşılabilir.

# ÖDEV

Dokümon boyunca bahsedilen kitapları okumayı unutmayınız. Dokümon sonundaki Test haricinde bir test daha bulup çözünüz. Son olorak yarım toplayıcı (half adder) devresini inceleyiniz. Bu devrenin yaptığı işlem hakkında bir rapor yazınız.

### TEST

Her bir soru 12,5 puondir. Eger 60 puonin altinda bir not oldiysaniz, Lütfen konuyu tekror ediniz.

1-) A, B ve Cönermeleri Sırasıyla doğru, yanlı ve doğru olmak (AVB) N (BVZ) önermesinin sonucunu Bulunuz. (10p)

A-) 1 B-) 0

2-) P, Q ve Rönermeleri sırası ile yanlış, yanlış, doğru olmak üzere ((PAQ)VR) A (PVQ) önermesinin sonucu nedir.

A-)1 B-)0

3-) A, B ve C önermeleri sırasıyla doğru, doğru ve yonlış olmak üzere (AV(BNZ)) N(AVC) önermesinin sonucu nedir.

A-)1 B-)0

4-) P, Q ve R önermeleri sırası ile doğru, yanlı ve yanlış olmak üzere ((PAQ)V(QAR)) A (PVR)
A-)0
B-)1

5-)A,B ve C önermeleri sırası ile doğru, yanlı , doğru olmak üzere ((ANB)V(ANZ)) \(\Delta\) önermesinin sonucu nedir.

1C-21

6-) P=R sarti île (PVQ) N(PNR) önermesini çözünüz.
A-)0
B-)1

7-) A= C sarti ile (AVC) V(C/B) önermeini çözünüz.
A-)1
B-)0

8-)R=Q sarki ile ((PAR)VR) A((RAQ)AP) önermesini çõzünüz A-)0 B-)1

## CEVAP ANAHTARI

- 1-) B
- 2-)B
- 3-)B
- 4-) B
- 5-) B
- 6-)A
- 7-) A
- A (-8