Equação de espaço de estados:

Com essa ferramenta, conseguimos resolver sistemas sem usar necessariamente funções de transferência, o que facilita o calculo em computadores.

$$\left.\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du \end{aligned}\right\}$$ Cara geral de uma E.E.E.

Sendo A, B, C e D matrizes.

Porém, normalmente nosso maior problema é encontrar essas matrizes isso temos dois métodos de análise.

1º Resolver o sistema no domínio do tempo → O que pode ser um p visto que deve envolver vários termos com derivada e/ou integral.

2º Resolver no domínio de Laplace e voltar para o domínio do t

Para ser mais simples e generalista, farei pelo 2º método.

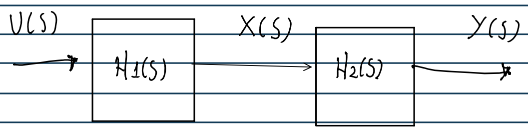
Sendo uma função de transferência genérica

$$H(s) = \frac{b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \cdots + b_1 s + b_0}{a_m s^m + a_{m-1} s^{m-1} + \cdots + a_1 s + a_0} \qquad m \geq n$$

Podemos dividir em dois casos também, sendo os de $m = n$ e $m >$

1. $m > n$

Podemos separar a função de transferência em dois blocos



$$H_1(s) = \frac{1}{a_m s^m + a_{m-1} s^{m-1} + \cdots + a_1 s +}$$

$$\frac{X(s)}{U(s)} = \frac{1}{a_m s^m + a_{m-1} s^{m-1} + \cdots + a_1 s + a_0}$$

$$U(s) = X(s)\left[a_m s^m + a_{m-1} s^{m-1} + \cdots + a_1 s + a_0\right]$$

↓ Voltando ao domínio do tempo

$$u(t) = a_m \frac{d^m x}{dt^m} + a_{m-1} \frac{d^{m-1} x}{dt^{m-1}} + \cdots + a_1 \frac{dx}{dt} + a_0 x$$

Chamaremos $x_1 = x$

$$x_m = \frac{d^m x}{dt^m}$$

$$a_m \frac{d^m x}{dt^m} = u(t) - a_{m-1}\frac{d^{m-1}x}{dt^{m-1}} - \dots - a_1 \frac{dx}{dt} - a_0 x$$

$$\dot{x}_m = \frac{u(t)}{a_m} - \frac{a_{m-1}}{a_m} x_m - \dots - \frac{a_1}{a_m} x_2 - \frac{a_0 x_1}{a_m}$$

Coluna de zeros

↓ Passando para forma matricial

matriz identidade

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \vdots \\ \dot{x}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\frac{a_0}{a_m} & -\frac{a_1}{a_m} & -\frac{a_2}{a_m} & -\frac{a_3}{a_m} & \dots & -\frac{a_{m-1}}{a_m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ \frac{1}{a_m} \end{bmatrix} u$$

termos isolados e associados a x_k

Agora precisamos analisar $H_2(s)$

$$H_2(s) = b_n s^n + b_{n-1}s^{n-1} + \dots + b_1 s + b_0$$

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = b_n s^n + b_{n-1}s^{n-1} + \dots + b_1 s + b_0$$

$$Y(s) = X(s)\left[b_n s^n + b_{n-1}s^{n-1} + \dots + b_1 s + b_0\right]$$

↓ Voltando ao domínio do tempo

$$y(t) = b_n \frac{d^n x}{dt^n} + b_{n-1}\frac{d^{n-1}x}{dt^{n-1}} + \dots + b_1 \frac{dx}{dt} + b_0 x$$

Assumindo a mesma coisa acima e lembrando que n todos esses x's estão contidas dentro dos x's acima.

$$y(t) = b_n x_{n+1} + b_{n-1} x_n + \dots + b_1 x_2 + b_0 x_1$$

↓ De forma matricial

$$y(t) = \begin{bmatrix} b_0 & b_1 & \dots & b_n & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} u(t)$$

$$H(s) = \frac{b_n s^n + b_{n-1}s^{n-1} + \cdots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0} \cdot \frac{1/a_n}{1/a_n} \Rightarrow H(s) = \frac{b_n s^n + b_{n-}}{s^n + a_n}$$

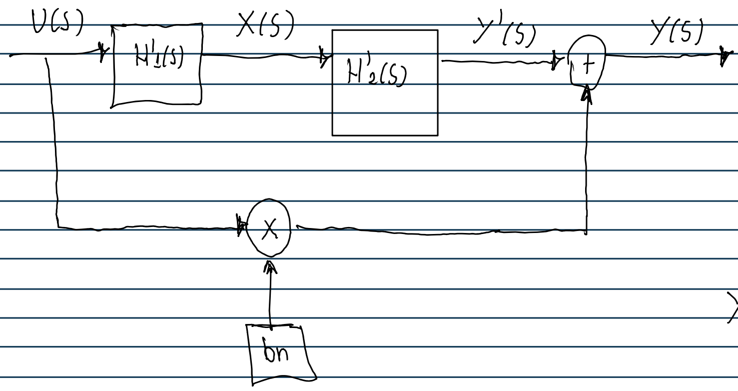
Temos que fazer a divisão e achar o resto

$$\begin{array}{l|l} b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \cdots + b_1 s + b_0 & s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0 \\ - b_n s^n - b_n(a_{n-1}) s^{n-1} - \cdots - b_n a_1 s - b_n a_0 & b_n \\ \hline (b_{n-1} - b_n(a_{n-1})) s^{n-1} + \cdots + (b_1 - b_n a_1) s + b_0 - b_n a_0 & \end{array}$$

$$H(s) = b_n + \frac{(b_{n-1} - b_n a_{n-1}) s^{n-1} + \cdots + (b_1 - b_n a_1) s + b_0 - b_n a_0}{s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0}$$

Resolvemos $H'(s)$ do jeito acima, sabendo que $n > n-1$

Representação por diagrama de blocos



$H(s) = b_n +$

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = b_n$$

$Y(s) = b_n U(s) + ($

$Y(s) = b_n U(s) + Y'($