$\boxed{№3}$

$\cancel{G_{kl}} =$ $$G(k,l,\theta) = \begin{array}{c} \begin{pmatrix} 1 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & c & \cdots & s & \cdots & 0 \\ \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & -s & \cdots & c & \cdots & 0 \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{l} \\ \\ -k \\ \\ -l \\ \\ \\ \end{array}$$

$$G^T(k,l,\theta)\, A = \begin{array}{c} \begin{array}{ccccccc} & & k & & l & & \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & c & \cdots & -s & \cdots & 0 \\ \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & s & \cdots & c & \cdots & 0 \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{l} \\ \\ \\ k \\ \\ l \\ \\ \\ \end{array} A$$

Меняются только $k^{ая}$ и $l^{ая}$ строки матрицы A

$B = G^T A$; $b_{ij} = G^T_{im} a_{mj}$ $\quad i = \left[\begin{matrix} k \\ l \end{matrix}\right.$ $\quad \boxed{l = i}$ $\quad \exists\, k = i-1$

$\cancel{b_{ij} = G_{im}}$

$$b_{lj} = g_{lk} a_{kj} + g_{ll} a_{lj} = s a_{kj} + c a_{lj} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{s}{c} = -\frac{a_{lj}}{a_{kj}} \Rightarrow \operatorname{tg}\theta = -\frac{a_{lj}}{a_{kj}}$$

$$1 + \operatorname{tg}^2\theta = 1 + \frac{a_{lj}^2}{a_{kj}^2} = \frac{1}{\cos^2\theta} \Rightarrow c = \frac{\pm 1}{\sqrt{1 + \frac{a_{lj}^2}{a_{kj}^2}}}$$

$$s = \pm\sqrt{1 - c^2}$$

в зависимости от значения тангенса

Поочерёдно зануляем элементы A $(i>j)$ так, чтобы осталась верхнетреуг. матрица R

Учитывая, что поочерёдно умножаем на некоторые G_i^T:

$$R = G_k^T G_{k-1}^T G_{k-2}^T \ldots G_2^T G_1^T A \qquad G^T = G^{-1}, \text{ т.к. ортогональная}$$

$$(G^T)^{-1} = G$$

$$A = (G_k^T G_{k-1}^T G_{k-2}^T \ldots G_2^T G_1^T)^{-1} R =$$

$$= \underbrace{G_1 G_2 G_3 \ldots G_{k-2} G_{k-1} G_k}_{Q \text{ - ортог., т.к. произведение ортогональных — ортогональная}} R$$