Contrôle optimal de l'état quantique d'un condensat de Bose-Einstein dans un réseau optique

L. Gabardos [1*], N. Dupont [1], G. Chatelain [1], M. Arnal [1], J. Billy [1], B. Peaudecerf [1], D. Sugny [2], D. Guéry-Odelin [1]

LCAR Laboratoire Collisions Agrégats Réactivité

[1] LCAR (UMR 5589), Université Toulouse III - CNRS, Toulouse, France
[2] ICB (UMR 6303), Université de Bourgogne - CNRS, Dijon, France

Laboratoire Interdisciplinaire Carnot de Bourgogne icb

Application de protocoles de contrôle optimal pour la manipulation de l'état externe de condensats de Bose-Einstein en réseau optique uni-dimensionnel. Par optimisation de l'évolution temporelle d'un unique paramètre, la position du réseau, nos protocoles nous permettent d'atteindre avec une bonne fidélité une variété d'états quantiques cibles.

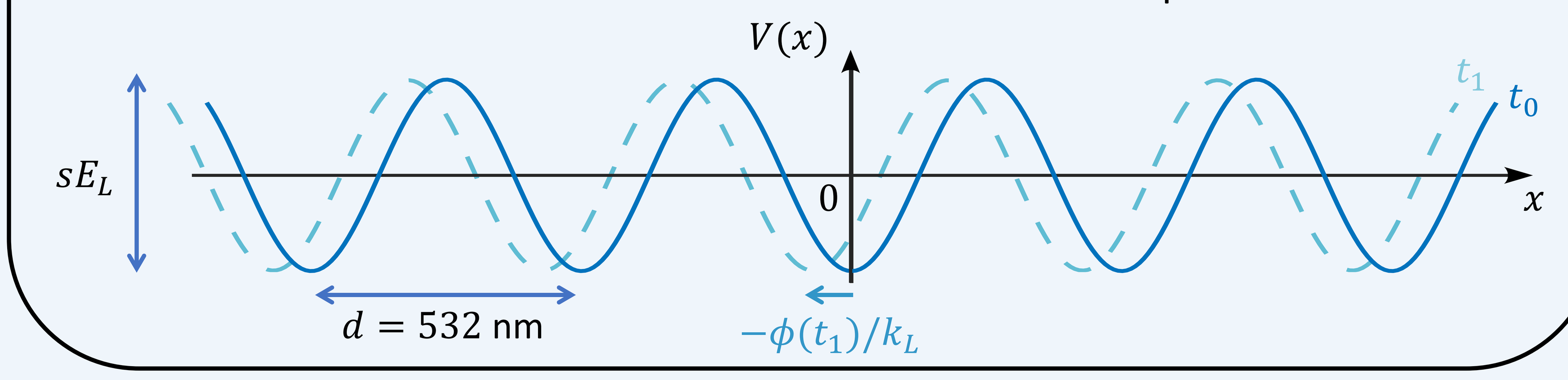
Système expérimental

Condensats de $5 \cdot 10^5$ atomes de ^{87}Rb chargés dans un réseau optique 1D

Potentiel du réseau :

$$V(x,t) = -\frac{s}{2} E_L \cos(k_L x + \phi(t)) \quad \text{avec } k_L = \frac{2\pi}{d} \text{ et } E_L = \frac{\hbar^2 k_L^2}{2m}$$

Contrôle de la phase relative $\phi(t)$ entre les deux faisceaux lasers via deux AOMs verrouillés en phase



Évolution et mesure dans l'espace impulsion

Périodicité spatiale → distribution discrète dans l'espace réciproque

$$|\psi\rangle = \sum_{\ell \in \mathbb{Z}} c_\ell |\chi_\ell\rangle \qquad c_\ell \in \mathbb{C} \text{ et } \sum_\ell |c_\ell|^2 = 1$$

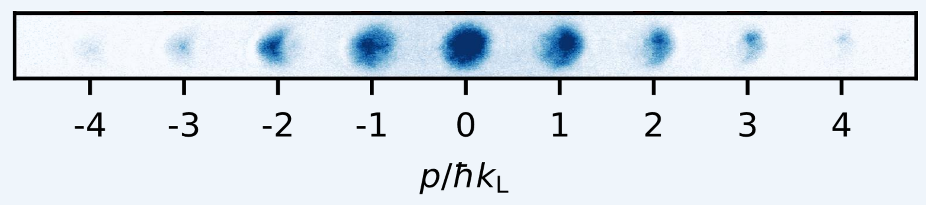
$|\chi_\ell\rangle$ états propres de l'opérateur impulsion (ondes planes)

Évolution : État du système représenté par le vecteur $C = (\cdots, c_{-1}, c_0, c_{+1} \ldots)^\intercal$

Équation de Schrödinger :

$$i\dot{c}_\ell = \ell^2 c_\ell - \frac{s}{4}\left(e^{i\phi} c_{\ell-1} + e^{-i\phi} c_{\ell+1}\right) \Leftrightarrow i\dot{C} = M(\phi)C$$

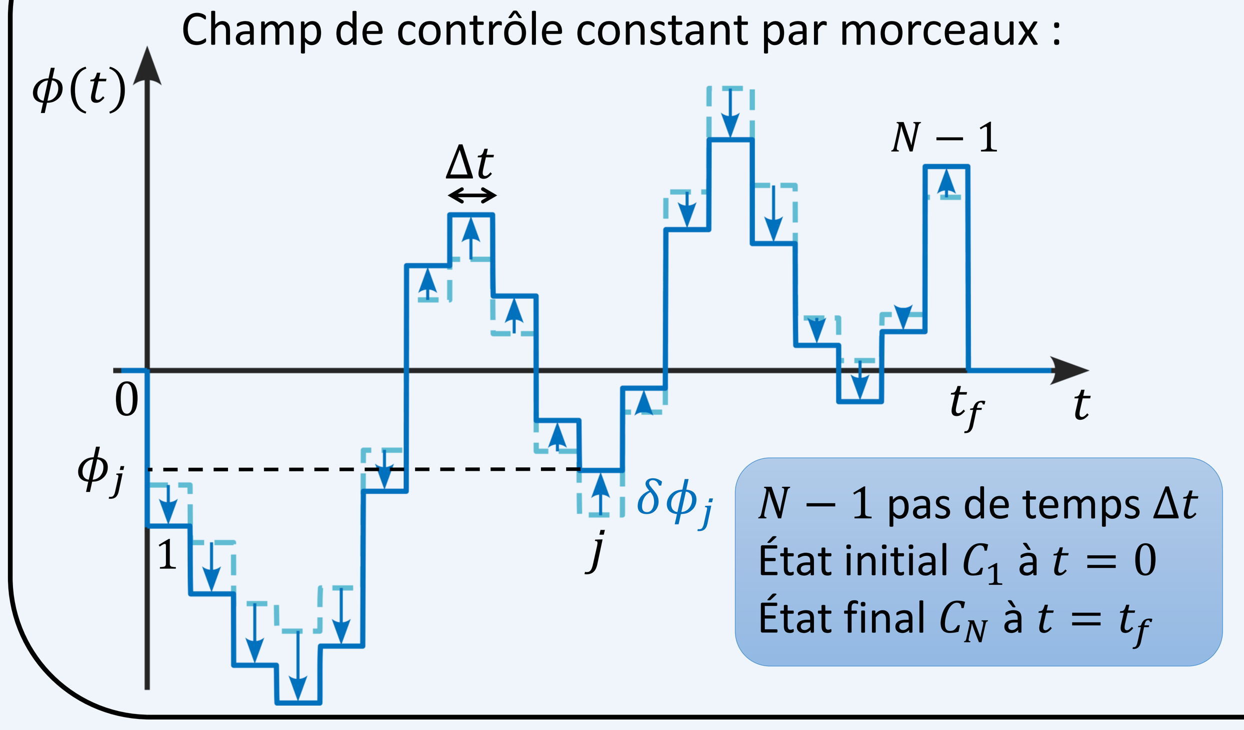
Mesure : Imagerie par absorption après temps de vol :



→ Populations $|c_\ell|^2$

Contrôle optimal quantique – algorithme de remontée du gradient [1,2]

Champ de contrôle constant par morceaux :



Facteur de mérite : $F = \left|C_N^\dagger C_T\right|^2$

fidélité quantique de l'état final C_N à l'état cible C_T

On veut modifier les valeurs ϕ_j du champ de contrôle pour maximiser F :

$$\delta F = \sum_j \frac{\partial F}{\partial \phi_j} \delta\phi_j > 0$$

On choisit $\delta\phi_j = \epsilon \frac{\partial F}{\partial \phi_j} \approx 2\,\epsilon\,\Delta t\, \mathfrak{Im}\left[D_{j+1}^\dagger \frac{\partial M(\phi_j)}{\partial \phi_j} C_j\right]$

avec $\epsilon > 0$ et D défini par $i\dot{D} = M(\phi)D$ et $D_N = \frac{\partial F}{\partial c_N^\dagger}$

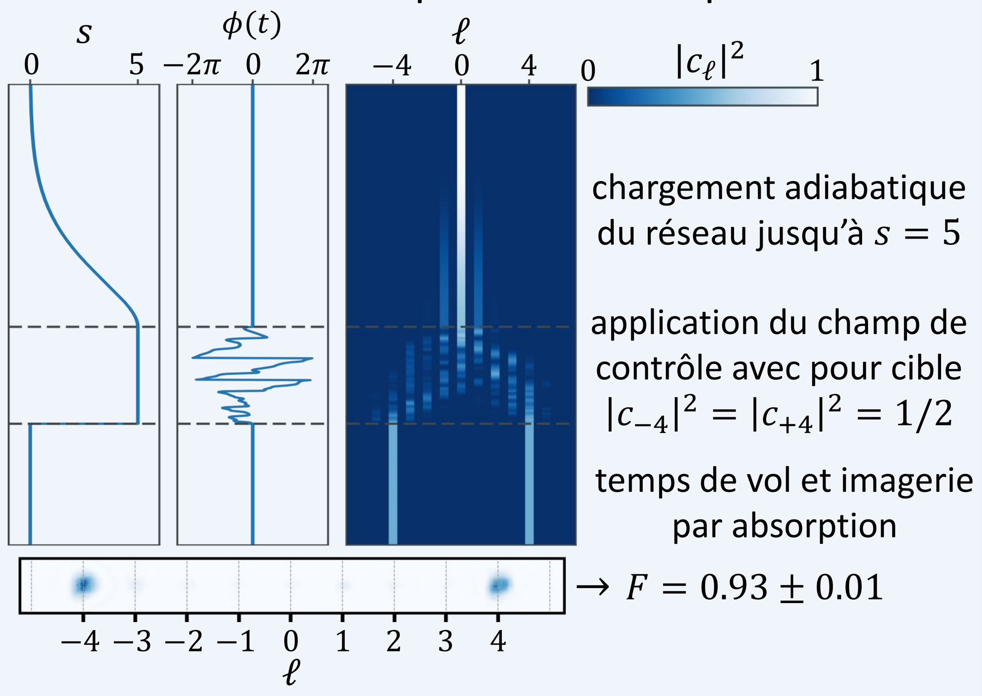
Algorithme :

- Choisir un champ de contrôle $\{\phi_j\}$
- Propager l'état du système C
- Propager l'état adjoint D en temps inverse
- Calculer les $\delta\phi_j$
- Modifier le champ de contrôle $\phi_j \longrightarrow \phi_j + \delta\phi_j$

Itérer jusqu'à obtenir la valeur souhaitée de la fidélité

Protocole expérimental

- Calibration précise de la profondeur [3]
- Calcul du champ de contrôle optimal



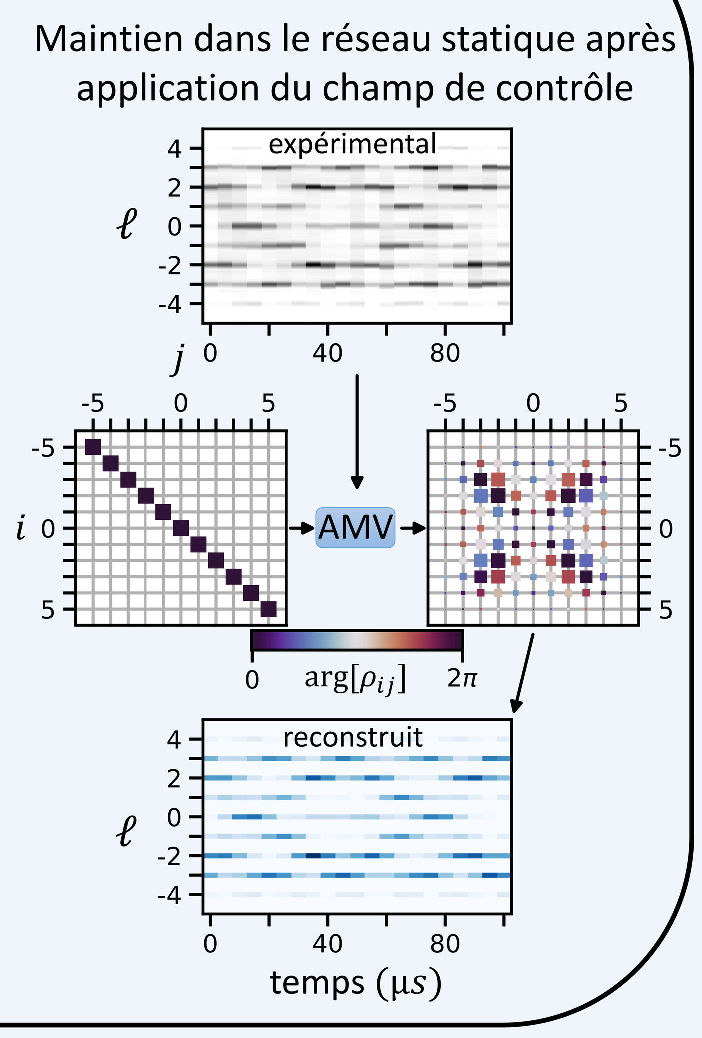
Permet [1] : ✓ contrôle des populations dans les ordres d'impulsion
✓ contrôle des phases relatives entre les ordres

Reconstruction d'état

Nous utilisons un algorithme itératif [4] de maximisation de la vraisemblance :

$$\mathcal{L}(\hat{\rho}) = \prod_i \pi_i^{f_i}$$

qui est maximale lorsque les probabilités de mesure π_i obtenues à partir de la matrice densité $\hat{\rho}$ correspondent aux fréquences équivalentes f_i mesurées expérimentalement.



États gaussiens ronds [5]

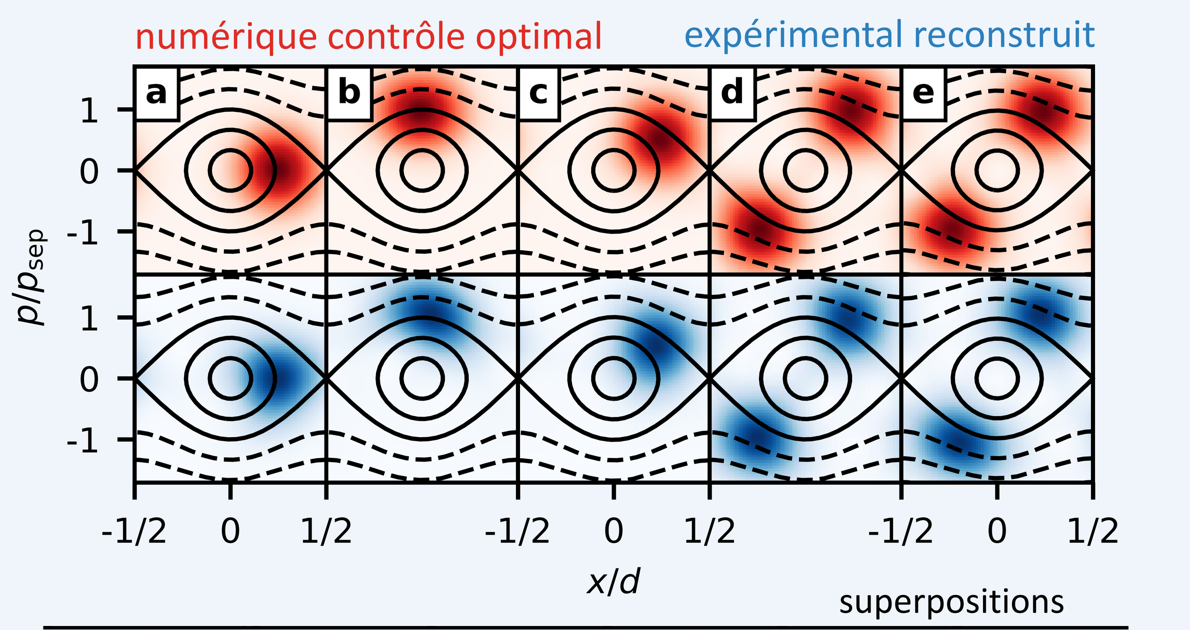
Nous définissons un état gaussien $|\alpha_s = u + iv\rangle$ « rond » comme un état cohérent [6] d'écart-type en impulsion $\sigma_p = s^{1/4}/2$ proche de celui de l'état fondamental du réseau à la profondeur s :

$$c_\ell(\alpha_s) = \frac{1}{N} e^{-i\ell u} e^{-\frac{(\ell - v)^2}{(2\sigma_p)^2}}$$

où u et v sont des variables d'espace et d'impulsion adimensionnées et N est un facteur de normalisation

Nous représentons nos états à l'aide de la quasi-distribution de Husimi donnée pour une matrice densité $\hat{\rho}$ par :

$$H_s(x,p) = \frac{1}{2\pi} \langle \alpha_s = x + ip | \hat{\rho} | \alpha_s = x + ip \rangle$$



	a	b	c	d	e
u	$\pi/2$	0	$\pi/2$	$\pm\pi/2$	$\pm\pi/2$
v	0	$\sqrt{s}$	$\sqrt{s}/2$	$\pm\sqrt{s}$	$\pm\sqrt{s}$
F	0.95	0.85	0.95	0.98	0.95
γ (pureté)	0.95	0.96	0.96	1.00	1.00
s	$5.50_{\pm 0.25}$	$5.49_{\pm 0.20}$	$5.57_{\pm 0.20}$	$5.5_{\pm 0.5}$	$5.30_{\pm 0.25}$
t_f (µs)			~104		

symétrique $\Delta\varphi = 0$ — anti-symétrique $\Delta\varphi = \pi$

États gaussiens comprimés [5]

Pour obtenir un état comprimé, on modifie l'écart-type en impulsion :

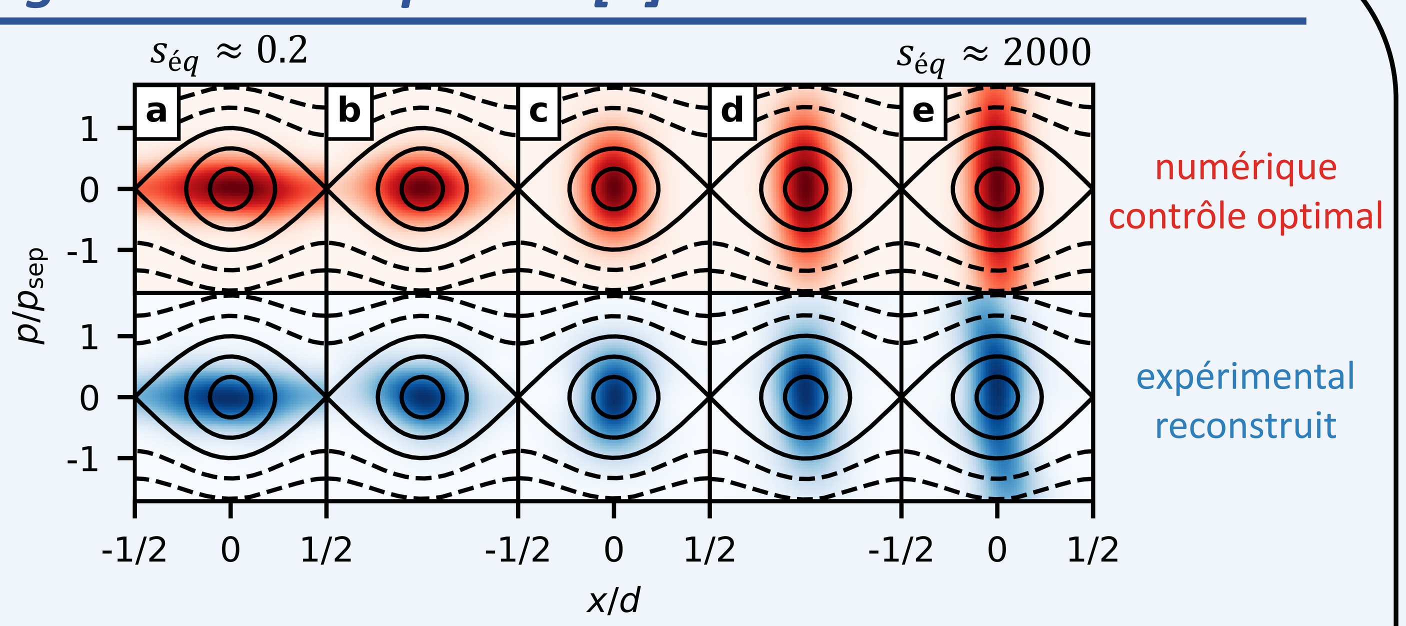
$$\sigma_p^{\text{comp}} = \frac{1}{\xi} \sigma_p^{\text{fonda}}$$

Facteur de compression :

$\xi > 1 \to$ compression en p
$\xi < 1 \to$ compression en x

Profondeur équivalente :

$$s_{\text{éq}} = \frac{s}{\xi^4}$$



	a	b	c	d	e
$1/\xi$	0.44	0.62	1.65	2.75	4.34
F	0.99	0.96	0.97	0.92	0.81
γ (pureté)	1.00	1.00	0.99	0.91	0.83
s	$5.49_{\pm 0.20}$	$5.49_{\pm 0.20}$	$5.45_{\pm 0.40}$	$5.57_{\pm 0.20}$	$5.62_{\pm 0.25}$
t_f (µs)			~104		117

Références

[1] N. Dupont et al. *PRX Quantum* 2 040303 (2021)
[2] U. Boscain et al. *PRX Quantum* 2 030203 (2021)
[3] C. Cabrera-Gutiérrez et al. *Phys. Rev. A* 97, 043617 (2018)
[4] A. I. Lvovsky *J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt.* **6** S556 (2004)
[5] N. Dupont et al. En préparation
[6] B. Bahr and H. J. Korsch *J. Phys. A: Math. Theor.* **40** 3959 (2007)

FERMI — CNRS — Université Fédérale Toulouse Midi-Pyrénées — nanoX Nanoscale Science and Engineering — ANR Agence Nationale de la Recherche — République Française

*gabardos@irsamc.ups-tlse.fr