

3元対称式の連立方程式 複素数と方程式 応用

問.
$$\begin{cases} x + y + z = -a - 2, \\ xy + yz + zx = 2a + 1, \\ xyz = -2 \end{cases}$$

が, x, y, z が実数である解をもつ

ような実数 a の範囲を求めよ.

3 解から 3 次方程式を作る

複素数と方程式
応用

問. 方程式 $x^3 - x + 1 = 0$ の

3 つの解を α, β, γ とするとき,

$\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}, \frac{1}{\gamma}$ を 3 解にもつ

ような 3 次方程式を 1 つ作れ.

3 次方程式の 3 解 α, β, γ の対称式 複素数と方程式 応用

問. 方程式 $x^3 - 3x + 1 = 0$ の

3 つの解を α, β, γ とするとき,

$$\alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3$$

$$\alpha^4 + \beta^4 + \gamma^4 \quad \text{を求めよ.}$$

$$x^2 = 1$$

$$x^3 = 1$$

$$x^4 = 1$$

$$x^5 = 1$$

$$x^6 =$$

相反方程式

問. 次の 4 次方程式について

$$x^4 - 4x^3 + 7x^2 - 8x + 4 = 0$$

- (1) 両辺を x^2 で割って, $t = x + \frac{2}{x}$ とおくことで
得られる t に関する 2 次方程式を求めよ.
- (2) 解をすべて求めよ.

複2次方程式

複素数と方程式
応用

問. 方程式

$$z^4 - 6z^2 + 25 = 0$$

を解け.

複素数係数の 2 次方程式

複素数と方程式
応用

問. (1) $z = x + yi$ (x, y は実数) が,

$z^2 = i$ を満たすように, x, y の値を定めよ.

(2) 2 次方程式

$$w^2 + 2(1 + i)w + i = 0$$

を解け.

複素数係数の方程式の実数解

複素数と方程式
応用

問. a を実数の定数とする. x の 2 次方程式

$$(1 + i)x^2 - (a + 1 + i)x + (2 - ai) = 0$$

が実数解をもつのは

a がどんな値のときか.

ただし, i は虚数単位である.

整式の割り算の余り Lv.2

複素数と方程式
応用

問. 整式 $P(x)$ を $x - 1$ で割ったときの余りが 5,
 $(x + 1)^2$ で割ったときの余りが $x - 8$ であるとき,

$(x - 1)(x + 1)^2$ で
割ったときの余り

を求めよ.

重解をもつ3次方程式 Lv.2

複素数と方程式
応用

問. 3次方程式

$$x^3 - 2x + k = 0$$

が重解をもつのは,

k がいかなる値のときか.

3次方程式の虚数解

複素数と方程式
応用

問. a, b を実数とする. 方程式

$$2x^3 + ax^2 + bx - 6 = 0$$

が $x = 1 + i$ を解にもつとき,

残りの解を求めよ.

3 次方程式の解と係数の関係

複素数と方程式
応用

3 次方程式 $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ について,

3 解が $x = \alpha, \beta, \gamma$ であること,

$$\begin{cases} \alpha + \beta + \gamma = -\frac{b}{a}, \\ \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \frac{c}{a}, \\ \alpha\beta\gamma = -\frac{d}{a} \end{cases}$$

は同値である.