微分法の基本

1．微分公式の証明 (導関数の定義)

次の関数の導関数を，導関数の定義に基づいて求めよ．

(1) $y = \sin x$　(2) $y = x^n$　(3) $y = \log x$　(4) $y = e^x$

2．微分公式の証明 (合成関数，積/商の微分利用)

合成関数，積/商の微分公式を用いて，次の導関数を求めよ．ただし，a は 1 でない正の定数，α は実数の定数である．

(1) $y = \cos x$　(2) $y = \tan x$　(3) $y = \log|x|$

(4) $y = a^x$　(5) $y = \log_a x$　(6) $y = x^\alpha$

3．合成関数の微分練習

次の関数を微分せよ．

(1) $y = \sqrt{x^2+1}$　(2) $y = \log(3x-2)$

4．積/商の微分練習

次の関数を微分せよ．

(1) $y = (x^2+1)e^x$　(2) $y = \dfrac{\sin x}{x}$　(3) $y = e^{2x}\cos x$

5．少し進んだ微分計算

次の各々について，$\dfrac{dy}{dx}$ を求めよ．

(1) $x^2 + y^2 = 1$　(x と y で表せ)

(2) $\begin{cases} x = \cos^3 t \\ y = \sin^3 t \end{cases}$　(t で表せ)

6．対数微分法

関数 $y = x^x$ $(x > 0)$ を微分せよ．

7．　接線・法線

次の直線の方程式を求めよ．

(1) 曲線 $y=\sqrt{x^2-3}$ の点 $(2,\ 1)$ における接線 l_1

(2) 点 $(0,\ 1)$ から曲線 $y=\log x$ に引いた接線 l_2

(3) 曲線 $y=\cos x$ の，$x=t$ における法線 l_3

8．　増減を調べる

次の関数の増減を調べよ．

(1) $f(x)=\sqrt{x}-\log x \quad (x>0)$

(2) $g(x)=\cos 3x-3\cos x \quad \left(0 \leqq x \leqq \dfrac{\pi}{2}\right)$

9．　$f'(x)$ を用いたグラフ (1)

関数 $y=\dfrac{x^2}{x-1}$ の増減を調べ，そのグラフを描け．また，漸近線についても調べよ．

10．　$f'(x)$ を用いたグラフ (2)

次の関数の増減を調べ，そのグラフを描け．

(1) $y=\dfrac{\log x}{x}$

(2) $y=\sin x(1-\cos x) \quad (-\pi \leqq x \leqq \pi)$

11．　$f''(x)$ まで用いたグラフ

次の関数のグラフの概形を描け．

$$y=\frac{x}{e^x}$$

12．　パラメタ曲線

媒介変数表示された曲線 C の概形をかけ．

$$\begin{cases} x=t-\sin t \\ y=1-\cos t \end{cases} \quad (0 \leqq t \leqq 2\pi)$$