

3 乗根の無理数性 ～ 阪大 ～

問. (1) $\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{3}$ が無理数であることを示せ.

(2) $p, q, \sqrt{2}p + \sqrt[3]{3}q$ が
すべて有理数であるとする.

このとき, $p = q = 0$ であることを示せ.

無理数の無理数乗～阪大～

指数対数
応用

問. (1) $\log_3 4$ は無理数であることを示せ.

(2) a, b がともに無理数で,
 a^b は有理数であるような
数 a, b の組を 1 組求めよ.

底に文字を含む対数不等式

問. 次の x についての不等式を解け.

ただし, a は 1 ではない正の実数とする.

$$(1) \log_a (2x + 13) > \log_a (4 - x)$$

$$(2) \log_a (x - a) \geq \log_{a^2} (x - a)$$

$$(3) \log_a x \leq \log_x a$$

対数方程式が実数解をもつ条件

指数対数
応用

問. x についての方程式

$$\log_3 (x - 3) = \log_9 (kx - 6)$$

が相異なる 2 つの解をもつ

ように, 実数 k の範囲を求めよ.

対数方程式

指数対数
応用

問. 次の方程式を解け.

$$(1) \log_2 (x^2 - 2x) = \log_2 (3x - 4)$$

$$(2) \log_2 (x + 2) + \log_2 (x - 5) = 3$$

$$(3) \log_{\frac{1}{3}} (6 - x) + 2 \log_3 x = 0$$

累乗の大小比較

指数対数
応用

問. 100^{99} と 99^{100} の
大小を判定せよ.

ただし, 必要なら以下の近似値を用いて良い.

$$\log_{10} 2 = 0.3010, \log_{10} 3 = 0.4771$$

常用対数の近似値 ～ 津田塾大 ～

指数対数
応用

問. 次の値を,

小数第 1 位まで求めよ.

$\log_{10} 2, \log_{10} 5, \log_{10} 3$

ただし, 小数第 2 以下は切り捨てよ.

対数不等式が表す領域 ～ 京大 ～

指数対数
応用

問. 不等式

$$\log_x y + \log_y x \\ > 2 + (\log_x 2) (\log_y 2)$$

を満たす x, y の組 (x, y) の範囲を

座標平面上に図示せよ.

対数不等式が表す領域

問. 不等式

$$1 < \log_x y < 2$$

を満たす点 (x, y) 全体からなる
領域を図示せよ.

指数方程式 Lv.2

指数対数
応用

問. 次の各々の等式を満たす実数 x の値を求めよ.

$$(1) (2^x)^2 - 5 \cdot 2^x + 4 = 0$$

$$(2) 9^x - 2 \cdot 3^x - 3 = 0$$

$$(3) 4^{x+1} + 2 \cdot 2^x - 2 = 0$$

指数方程式が実数解をもつ条件

指数対数
応用

問. 方程式

$$4^x - a \cdot 2^{x+1} + a + 2 = 0$$

を満たす実数 x が存在

するような, 定数 a の値のとり範囲を求めよ.

指数方程式の解の配置

指数対数
応用

問. x の方程式

$$9^x + 2a \cdot 3^x + 2a^2 + a - 6 = 0$$

を満たす正の解, 負の解が

1つずつ存在するような,

定数 a の値のとり範囲を求めよ.

小数首位とその数字

指数対数
応用

問. $\left(\frac{2}{5}\right)^{50}$ は小数第何位に初めて
0 でない数字が現れるか.

また, その数字を求めよ. ただし,
必要ならば $\log_{10} 2 = 0.3010$ を用いて良い.

$3^{3^{3^3}}$ の桁数の桁数

問. 必要ならば $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$ を用いて良い.

- (1) $\log_3 x = 3$ を満たす整数 x を求めよ.
 (2) $\log_3 (\log_3 x) = 3$ を満たす整数 x は何桁か. また, 最高位の数字を求めよ.

- (3) $\log_3 (\log_3 (\log_3 x)) = 3$
 を満たす整数 x の桁数を n
 とするとき, n は何桁か.

桁数を不等式で表す

問. 29^{100} は 147 桁である.

29^{23} は何桁の数
となるか.

桁数, 最高位, 最高次位

指数対数
応用

(1) 2^{2019} の何桁か. (2) 2^{2019} の最高位の数は何か.

(3) 2^{2019} の最高次位
の数は何か.

ただし,

近似値 $\log_{10} 2 = 0.3010$ や常用対数表を用いて良い.