

放物線と2本の接線で囲まれた部分の面積

問. 放物線 $y = x^2 - 4x + 3$ と、この放物線上の点 $(0, 3)$, $(6, 15)$ における接線で囲まれた図形の面積 S を求めよ.

放物線で囲まれた面積の最小

問. 放物線 $y = x^2$ と点 $(1, 2)$ を通る直線とで囲まれた図形面積 S が最小になるとき、その直線の方程式を求めよ.

放物線で囲まれた面積の等分

問. 放物線 $y = 2x - x^2$ と x 軸で
囲まれた図形の面積を直線
 $y = kx$ が 2 等分するように、定数
 k の値を定めよ.

$\frac{1}{6}$ 公式の利用

問. 次の曲線や直線で囲まれた図形の面積 S を求めよ.

$$(1) \quad y = x^2 - 3x + 5, \quad y = 2x - 1$$

$$(2) \quad \begin{cases} y = 2x^2 - 6x + 4, \\ y = -3x^2 + 9x - 6 \end{cases}$$

積分方程式 ～ 定積分を用いた関数 ～

問. 次の等式を満たす関数 $f(x)$ を求めよ.

$$(1) f(x) = 3x^2 - x \int_0^2 f(t) dt + 2$$

$$(2) f(x) = 1 + \int_0^1 (x - t) f(t) dt$$

積分方程式 ～ 定積分の微分 ～

数Ⅱ微積
典型

問. 等式

$$\int_a^x f(t) dt = x^3 - 3x^2 + x + a$$

を満たす関数 $f(x)$ と定数 a の値の範囲を求めよ.

接線の本数

問. 点 $(0, k)$ から曲線

$$y = x^3 + 2x^2 - 4x$$

に引くことのできる接線の本数を
求めよ.

3 次方程式の実数解の個数

問. 3 次方程式 $2x^3 + 3x^2 - 12x + a = 0$ が次の解をもつとき、定数 a の値の範囲を求めよ.

- (1) 異なる 3 つの実数解
- (2) ただ一つの実数解
- (3) 異なる 2 つの正の解と負の解

4 次方程式の実数解の個数

問. 次の 4 次方程式の異なる実数解の個数を求めよ.

$$x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 2 = 0$$

3 次関数の最大最小 ～ 係数に文字 ～

問. $a > 0$ とする. 関数

$$f(x) = x^3 - 3a^2x$$

の $0 \leq x \leq 1$ における最小値と最大値を求めよ.

3 次関数の最大最小 ～ 区間に文字 ～

問. $a > 0$ とする. 関数

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$$

の $0 \leq x \leq a$ における最小値と最大値を求めよ.

極値の計算工夫

問. 関数

$$f(x) = x^3 - 3x^2 - 6x + 5$$

の極値を求めよ.

共通接線の方程式

問. 2つの放物線

$$y = x^2, \quad y = -x^2 + 6x - 5$$

の共通接線の方程式を求めよ.

接線の方程式

問. 次の接線の方程式を求めよ.

(1) 曲線 $y = x^2 + 4x$ 上の点 $(1, 5)$ における接線

(2) 曲線 $y = x^3 - 3x^2 - 1$ に点 $(0, 0)$ から引いた接線

常に単調増加する 3 次関数

問. x の 3 次関数

$$f(x) = x^3 + 3kx^2 - kx - 1$$

が常に単調増加するような定数 k の値の範囲を求めよ.

極値から係数決定

問. 関数

$$f(x) = x^3 + ax^2 - bx + c$$

が、 $x = -1$ で極大値 5 をとり、 $x = 1$ で極小となるとき、定数 a, b, c の値を求めよ.