数II微積

2 つの部分の面積が等しい条件 〜2021 滋賀大文系〜

強化

問．a を定数とし，曲線 $C: y = x(x-2)^2$ と直線 $l: y = ax$ を考える．C と l は異なる 3 点で交わり，交点の x 座標はそれぞれ 0 以上とする．このとき，次の問いに答えよ．

(1) a の値の範囲を求めよ．

(2) C と l とで囲まれた 2 つの図形の面積が等しくなるように a の値を定めよ．

放物線で囲まれた面積の最大値 ～2021 北大 ～強化

問．k を $k > -1$ を満たす実数とする．直線 $l : y = (1-k)x + k$ および放物線 $C : y = x^2$ を考える．C と l で囲まれた部分の面積を S_1 とし，C と l と直線 $x = 2$ の 3 つで囲まれた部分の面積を S_2 とする．

(1) S_1 を k を用いて表せ．

(2) S_2 を k を用いて表せ．

(3) k が $k > -1$ を満たしながら動くとき，$S_2 - S_1$ の最大値を求めよ．

定積分の計算

数II微積
強化

問. 次の定積分を求めよ.

$$\int_1^2 (x-1)(x-3)\,dx$$

絶対値の定積分

問．定積分

$$\int_{-3}^{3} \left| x^2 + x - 2 \right| dx$$

の値を求めよ．

$\sqrt{x}$の定積分

数II微積
計算

問.

$$\int_0^3 \sqrt{x}\,dx$$

を求めよ.

$\sqrt{r^2 - x^2}$ の定積分

数II微積
計算

問.

$$\int_0^1 \sqrt{4 - x^2}\, dx$$

を求めよ.

$(ax+b)^n$ の定積分

数II微積
計算

問.

$$\int_0^1 (2x-1)^5\,dx$$

を求めよ.

定積分の基本計算

数II微積
計算

問.
$$\int_1^5 \left(x^2 - 3x\right) dx$$
を求めよ.

同次式

数II微積
強化

問．任意の正の数 x，y に対して，

$$(x+y)^3 \geqq ax^2y$$

が成り立つような a の値の範囲を求めよ．

3次関数の極値の差

数II微積
計算

問．関数 $f(x) = x^3 + ax^2 + x$ の

極大値と極小値の差が 4

であるような a の値を求めよ．

次数下げによる極値計算

数II微積
計算

問. 次の関数の極値を求めよ.

$$y = x^3 + x^2 - 2x$$

3次関数の極値の和と差

数Ⅱ微積
計算

問．関数 $f(x) = x^3 - 3ax^2 + 3bx$ の

極大値と極小値の和および差

がそれぞれ -18，32 である

とき，定数 a，b の値を定めよ．

整式の割り算への微分の応用

数II微積
強化

問．$n \geqq 3$ とする．整式

$$f(x) = ax^n + bx^{n-1} + x + 1$$

が $x^2 - 2x + 1$ で割り切れるとき，a，b を n の式で表せ．

微分による重解条件

数II微積
強化

問．整式 $f(x)$ が $(x-\alpha)^2$ で割り切れるための必要十分条件は $f(\alpha)=f'(\alpha)=0$ であることを示せ．

積の微分公式

問．次の関数を微分せよ．

$$y=(2x+1)^2\left(3x^2-2\right)$$

積の微分公式の証明

数II微積
強化

問．整式 $f(x)$，$g(x)$ に対して，

$$f(x)g(x)' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$

を証明せよ．

合成関数の微分

数II微積
計算

問．次の関数を微分せよ．

$$y = (2x+1)^3$$

$(ax+b)^n$ の微分公式

数Ⅱ微積
強化

問. 定数 a, b, 自然数 n に対して,

$$\{(ax+b)^n\}' = na\,(ax+b)^{n-1}$$

を証明せよ.

x^n の微分公式の証明

数II微積
強化

問．自然数 n に対して $(x^n)' = nx^{n-1}$ を証明せよ．

放物線と 2 本の接線で囲まれた部分の面積

数II微積
典型

問. 放物線 $y = x^2 - 4x + 3$ と、この放物線上の点 $(0, 3)$, $(6, 15)$ における接線で囲まれた図形の面積 S を求めよ.

放物線で囲まれた面積の最小

数II微積
典型

問. 放物線 $y = x^2$ と点 $(1, 2)$ を通る直線とで囲まれた図形の面積 S が最小になるとき、その直線の方程式を求めよ.

放物線で囲まれた面積の等分

数Ⅱ微積
典型

問．放物線 $y = 2x - x^2$ と x 軸で囲まれた図形の面積を直線 $y = kx$ が２等分するように、定数 k の値を定めよ．

$\frac{1}{6}$ 公式の利用

数II微積
典型

問．次の曲線や直線で囲まれた図形の面積 S を求めよ．

(1) $y = x^2 - 3x + 5,\ y = 2x - 1$

(2) $\begin{cases} y = 2x^2 - 6x + 4, \\ y = -3x^2 + 9x - 6 \end{cases}$

積分方程式 〜 定積分を用いた関数 〜

数Ⅱ微積
典型

問．次の等式を満たす関数 $f(x)$ を求めよ．

(1) $f(x) = 3x^2 - x\int_0^2 f(t)\,dt + 2$

(2) $f(x) = 1 + \int_0^1 (x-t)\,f(t)\,dt$

積分方程式 〜 定積分の微分 〜

数Ⅱ微積
典型

問．等式

$$\int_a^x f(t)\,dt = x^3 - 3x^2 + x + a$$

を満たす関数 $f(x)$ と定数 a の値の範囲を求めよ．

接線の本数

数II微積
典型

問．点 $(0, k)$ から曲線

$$y = x^3 + 2x^2 - 4x$$

に引くことのできる接線の本数を求めよ．

3 次方程式の実数解の個数

数Ⅱ微積
典型

問．3 次方程式 $2x^3 + 3x^2 - 12x + a = 0$ が次の解をもつとき、定数 a の値の範囲を求めよ.

(1) 異なる 3 つの実数解

(2) ただ一つの実数解

(3) 異なる 2 つの正の解と負の解

4 次方程式の実数解の個数

数Ⅱ微積
典型

問．次の 4 次方程式の異なる実数解の個数を求めよ．

$$x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 2 = 0$$

3次関数の最大最小 〜 係数に文字 〜

数II微積
典型

問．$a > 0$ とする．関数

$$f(x) = x^3 - 3a^2x$$

の $0 \leqq x \leqq 1$ における最小値と最大値を求めよ．

3 次関数の最大最小 ～ 区間に文字 ～

数Ⅱ微積
典型

問．$a > 0$ とする．関数

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$$

の $0 \leqq x \leqq a$ における最小値と最大値を求めよ．

極値の計算工夫

数Ⅱ微積
典型

問．関数

$$f(x) = x^3 - 3x^2 - 6x + 5$$

の極値を求めよ．

共通接線の方程式

数Ⅱ微積
典型

問．２つの放物線

$$y = x^2, \quad y = -x^2 + 6x - 5$$

の共通接線の方程式を求めよ．

接線の方程式

問．次の接線の方程式を求めよ．

(1) 曲線 $y = x^2 + 4x$ 上の点 $(1, 5)$ における接線

(2) 曲線 $y = x^3 - 3x^2 - 1$ に点 $(0, 0)$ から引いた接線

常に単調増加する３次関数

数Ⅱ微積
典型

問．x の３次関数

$$f(x) = x^3 + 3kx^2 - kx - 1$$

が常に単調増加するような定数 k の値の範囲を求めよ．

極値から係数決定

数II微積
典型

問．関数

$$f(x) = x^3 + ax^2 - bx + c$$

が、$x = -1$ で極大値 5 をとり、$x = 1$ で極小となるとき、定数 a, b, c の値を求めよ．