指数型の漸化式

数B数列
典型

問．次の条件を満たす数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ．

$$a_1 = 10,\ a_{n+1} = 2a_n + 3^n$$

階差型の漸化式

数B数列
典型

問．次の条件を満たす数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ．

$$a_1 = 1,\ a_{n+1} = a_n + 3n + 1$$

和と一般項の関係式

数B数列
典型

問．数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n が $S_n = 3n - 2a_n$ であるとき，数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ．

$x^n + y^n$ が整数であることの証明

数B数列
典型

問．n は自然数とする．2 数 x, y の和と積が整数のとき，$x^n + y^n$ は整数であることを、数学的帰納法を用いて証明せよ．

一般項の推測

数B数列
典型

問．次の条件で定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を推測して、それが正しいことを数学的帰納法によって証明せよ．

$$a_1 = 3,\ (n+1)\,a_{n+1} = a_n^2 - 1$$

数学的帰納法による倍数証明

数B数列
典型

問. n を自然数とするとき、

$$5^{n+1}+6^{2n-1}\text{ は } 31 \text{ の倍数}$$

であることを証明せよ.

数学的帰納法による不等式証明

数B数列
典型

問．n が 3 以上の自然数のとき，

$$3^n > 5n + 1$$

を証明せよ．

数学的帰納法による等式証明

数B数列
典型

問．次の等式を数学的帰納法によって証明せよ．

$$1^3+2^3+3^3+\cdots+n^3=\frac{1}{4}n^2(n+1)^2$$

数学的帰納法

数Ｂ数列
典型

問．すべての自然数 n について、次の等式が成立することを証明せよ．

$$1^3+2^3+\cdots+n^3=(1+2+\cdots+n)^2$$

隣接３項間漸化式

数Ｂ数列
典型

問．次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ．

(1) $\begin{cases} a_1 = 1,\ a_2 = 2, \\ a_{n+2} = a_{n+1} + 6a_n \end{cases}$

(2) $\begin{cases} a_1 = 0,\ a_2 = 2, \\ a_{n+2} - 4a_{n+1} + 4a_n = 0 \end{cases}$

漸化式を解く

数B数列
典型

問．次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ．

$$a_1 = 2,\ a_{n+1} = 2a_n - 3$$

等差数列の和の最大

数B数列
典型

問. 初項 79, 公差 -2 の等差数列 $\{a_n\}$ について、

(1) 第何項が初めて負となるか.

(2) 初項から第 n 項までの和が最大となるか. また、そのときの和を求めよ.

等差数列をなす３数の和と積から

数Ｂ数列
典型

問．等差数列をなす３数があって，その和が 27，積が 693 である．この３数を求めよ．

等差数列であることの証明

数B数列
典型

問．(1) 一般項が $a_n = 3n - 4$ で表される数列 $\{a_n\}$ が等差数列であることを示し，初項と公差を求めよ．

(2) (1) の数列 $\{a_n\}$ の項を一つおきに取り出して並べた数列 a_1，a_3，a_5，$\cdots$ が等差数列であることを示し，初項と公差を求めよ．

n を含む数列の和

問．次の数列 $\{a_n\}$ の和 S を求めよ．

$$1\cdot(2n-1),\ 3\cdot(2n-3),\ 5\cdot(2n-5),$$

$$\cdots,\ (2n-1)\cdot 1$$

数列の和の和

数B数列
典型

問．次の数列 $\{a_n\}$ の和 S を求めよ．

$$1,\ 1+2,\ 1+2+3,\ \cdots,\ 1+2+\cdots+n$$

等比数列の和の扱い

数B数列
典型

問．初項から第 10 項までの和が 6，初項から第 20 項までの和が 24 である等比数列 $\{a_n\}$ の，初項から第 30 項までの和 S を求めよ．