

## 自宅学習期間 微分プリント

微分の入試問題から、標準問題 10 問 (表) と基礎問題 10 問 (裏) を用意しました。どちらかを選択し、提出用のノートに解答を作成してください。中には難しく感じる問題もあるかもしれませんが、わからないときは、教科書やノート、チャートを調べて解き切ってください。日付も書いておいたので、目安にしてください。それでは、充実した自宅学習期間にしましょう。2 年数学チーム

### 微分標準問題 10 問

2/11(木)

1. 次の関数を微分せよ.

(1)  $y = \sin^2 x \cos x$

(2)  $y = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$

(3)  $y = \log(x + \sqrt{x^2 + 1})$

(4)  $y = \log \left| \tan \frac{\pi}{2} \right|$

(5)  $y = x^x \ (x > 0)$

(6)  $y = \sin x \ \left( |x| < \frac{\pi}{2} \right)$  の逆関数

2.  $x = t - \sin t$ ,  $y = 1 - \cos t$  とする.  $t = \frac{\pi}{3}$  のとき,  $\frac{dy}{dx}$ ,  $\frac{d^2y}{dx^2}$  の値を求めよ. (琉球大)

2/15(月)

3. 関数  $f(x) = \frac{1}{x} - e^{-ax}$  が  $x > 0$  において 2 つの極値をもつとき, 定数  $a$  のとり得る値の範囲を求めよ. ただし,  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{e^x} = 0$  である. (東京電機大)

4. 関数  $f(x) = e^{ax} \sin x$  は  $x = \frac{\pi}{4}$  で極大値をとる.

(1) 定数  $a$  の値を求めよ.

(2)  $x > 0$  における  $f(x)$  のすべての極大値の和を求めよ. (京都工繊大)

2/16(火)

5. 関数  $f(x) = 2x - \sqrt{2} \sin x + \sqrt{6} \cos x$  の区間  $0 \leq x \leq \pi$  における最大値と最小値を求めよ. (電通大)

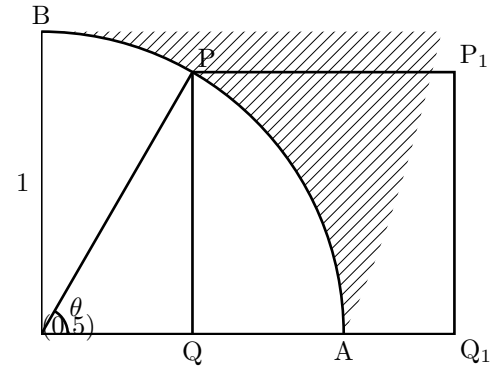
6.  $xy$  平面において, 原点  $O$  を通る互いに直交する 2 直線を引き, 直線  $x = -1$  および直線  $x = 3\sqrt{3}$  との交点を, それぞれ  $P$ ,  $Q$  とする.  $OP + OQ$  の最小値を求めよ. ただし, 交点  $P$ ,  $Q$  は  $y > 0$  の範囲にあるものとする. (青山学院大)

2/17(水)

7. 図において, OA, OB は半径 1 の円の互いに垂直な 2 つの半径, PQ は BO に平行で, 四角形 PQQ'P' は正方形である. 図の斜線部分の面積を  $S$  とするとき, 次の問いに答えよ.

- (1)  $\angle POQ = \theta \left( 0 \leq \theta < \frac{\pi}{2} \right)$  において,  $S$  を  $\theta$  で表せ.
- (2)  $S$  が最大となるときの PQ の長さを求めよ.

(岡山大)



8.  $x + y = 1$ ,  $x > 0$ ,  $y > 0$  のとき,  $z = x^x y^y$  の最小値を求めよ.

(名古屋工大)

2/18(木)

※ 凹凸, 変曲点については教科書 p.196~201 を参考にすること

9. 関数  $f(x) = x(x+2)^2 e^{-x}$  について, 次の問いに答えよ.

- (1) 増減を調べ, 極値を求めよ.
- (2) さらに, この関数の凹凸と変曲点を調べて, その概形をかけ. ただし,  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^n}{e^x} = 0$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) は既知とする.

(島根大)

10.  $f(x) = \sqrt[3]{x^3 - x^2}$  とする.

- (1)  $\lim_{|x| \rightarrow \infty} \{f(x) - (x+a)\} = 0$  を満たす  $a$  の値を求めよ. またこのとき, 曲線  $y = f(x)$  と直線  $y = x + a$  の交点の座標を求めよ.
- (2)  $f(x)$  の増減と極値を調べて,  $y = f(x)$  のグラフをかけ.

(東北大)

## 微分基礎問題 10 問

2/11(木)

1. 次の関数の導関数を求めよ.

(1)  $y = x^2 \sin x$

(2)  $y = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$

(3)  $y = \sqrt{x^2 + 1}$

2. 次の関数を微分せよ.

$y = x^{\sin x}$  (ただし,  $x > 0$  とする)

(信州大)

2/15(月)

3.  $f(x) = \frac{x}{x^2 - 2x + 2}$  の増減, 極値を調べて, グラフをかけ.

(防衛大)

4.  $y = 2 \cos x + \sin 2x$  の  $-\pi \leq x \leq \pi$  におけるグラフの概形をかけ. ただし, 凹凸は調べなくて良い.

(関西大)

2/16(火)

5. 関数  $f(x) = \frac{\sin x - \cos x}{2 + \sin x \cos x}$  の最大値と最小値を求めよ.

(東邦大)

6. O を中心とし, 線分 AB を直径とする半径 1 の円周上の動点を P, Q とする.  $\angle AOP = \angle POQ = \theta$   $\left(0 < \theta < \frac{\pi}{2}\right)$  を満たす四角形 APQB の面積を  $S(\theta)$  とする.  $S(\theta)$  の最大値とそのときの  $\theta$  の値を求めよ.

(横浜市大)

2/17(水)

7.  $0 < x < 1$  で定義された関数  $f(x) = x(\log x)^2$  の最大値を求めよ. ただし, 対数は自然対数である. (茨城大)

8. 関数  $y = \frac{e^{x^2}}{\sqrt{x}}$  ( $x > 0$ ) の最小値を求めよ. (関西大)

2/18(木)

※ 凹凸, 変曲点については教科書 p.196~201 を参考にすること

9. 関数  $f(x) = (x^2 + ax + 3)e^x$  が極値をもたないような定数  $a$  の値の範囲を求めよ. また,  $y = f(x)$  のグラフが変曲点をもたないような  $a$  の値の範囲を求めよ. (北海道工業大)

10. 関数  $y = \frac{x-1}{x^2}$  の増減やグラフの凹凸などを調べ, グラフの概形をかけ. (弘前大)