空間ベクトルの確認

$\boxed{\textbf{1}}$ OA，OB，OC を 3 つの辺とする平行六面体 OADB-CQPR において，△ABC の重心を G とするとき，3 点 O，G，P は一直線上にあることを証明せよ．

$\boxed{\textbf{2}}$ 3 点 A$(0,\ 1,\ 2)$，B$(1,\ 0,\ 2)$，C$(2,\ 1,\ 0)$ の定める平面 ABC 上に点 P$(3,\ 3,\ z)$ があるとき，z の値を求めよ．

$\boxed{\textbf{3}}$ 平行六面体 OADB-CEGF において，辺 GD の中点を H とし，$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}} = \vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}} = \vec{c}$ とおく．

(1) 直線 OH と平面 ABC の交点を L とするとき，$\overrightarrow{\mathrm{OL}}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ で表せ．

(2) 直線 OH と平面 AFC の交点を M とするとき，$\overrightarrow{\mathrm{OM}}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ で表せ．

$\boxed{\textbf{4}}$ 2 点 A(4, 0, 5), B(0, 4, 1) を通る直線に，原点 O から垂線 OH を下ろす．点 H の座標を求めよ．

$\boxed{\mathbf{5}}$ 四面体 ABCD において，等式 $\mathrm{AB}^2+\mathrm{CD}^2=\mathrm{AC}^2+\mathrm{BD}^2$ が成り立つならば，$\mathrm{AD}\perp\mathrm{BC}$ であることを証明せよ．

6 空間内の 4 点 $0(0,\ 0,\ 0)$，$\mathrm{A}(1,\ 2,\ 3)$，$\mathrm{B}(2,\ 2,\ 2)$，$\mathrm{C}(-1,\ 0,\ 4)$ について，次の各問いに答えよ．

(1) $\triangle\mathrm{ABC}$ の面積を求めよ．

(2) O から平面 ABC に下ろした垂線の足 H の座標を求めよ．

(3) 四面体 OABC の体積を求めよ．