

コーシー 4つの証明

問. 次の不等式を証明せよ.

また, 等号成立条件を求めよ.

$$\begin{aligned} (a^2 + b^2 + c^2) (x^2 + y^2 + z^2) \\ \geq (ax + by + cz)^2 \end{aligned}$$

コーシー 4つの証明

数Ⅱ式と証明
応用

問. 次の不等式を証明せよ.

また, 等号成立条件を求めよ.

$$\begin{aligned} (a^2 + b^2) (x^2 + y^2) \\ \geq (ax + by)^2 \end{aligned}$$

相加相乗不等式の等号成立

問. $x > 0, y > 0$ とする.

$$\left(x + \frac{1}{y}\right) \left(y + \frac{4}{x}\right)$$

の最小値を求めよ.

分数式の最大値

数Ⅱ式と証明
応用

問. $x > 0$ とする. 次の最大値を求めよ.

$$(1) \frac{1}{x^2 - x + 1} \quad (2) \frac{x}{x^2 - x + 1}$$
$$(3) \frac{x^2}{x^2 - x + 1}$$

分数関数の最小値

数Ⅱ式と証明
応用

問. $x > 1$ とする. 関数

$$y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$$

の最小値を求めよ.

相加相乗不等式と最小値

数Ⅱ式と証明
応用

問. $x > 0$ のとき, 次の関数の最小値を求めよ.

$$(1) \quad y = 2x + \frac{1}{x}$$

$$(2) \quad y = 2x + \frac{1}{x^2}$$

相加相乗不等式の証明

数Ⅱ式と証明
応用

問. 正の数 a, b, c, d に対して, 次の不等式を証明せよ. また,
等号成立条件を求めよ.

$$(1) \frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$$

$$(2) \frac{a+b+c}{3} \geq \sqrt[3]{abc}$$

$$(3) \frac{a+b+c+d}{4} \geq \sqrt[4]{abcd}$$