

自宅学習期間 微分プリント

自宅学習期間に微分法の復習 & 予習を進めましょう。微分計算が 4 問と、増減/凹凸/グラフの問題 6 問、合計 10 問用意しました。この 10 問はすべて基本です。未習部分も教科書 (p.188~201) を読み、自分で解答を作成してください。一つ上のレベルに進みたい人は、右ページの追加問題にもチャレンジしましょう。目安として日付も書いておきました。それでは、充実した期間にしましょう。

2 年数学チーム

2/11(木)

1. 次の関数の導関数を求めよ。

(1) $y = x^2 \sin x$

(2) $y = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$

(3) $y = \sqrt{x^2 + 1}$

2. 次の関数を微分せよ。

$y = x^{\sin x}$ (ただし, $x > 0$ とする)

(信州大)

2/15(月)

3. 次の関数を微分せよ。

(1) $y = \sin^2 x \cos x$

(2) $y = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$

(3) $y = \log(x + \sqrt{x^2 + 1})$

(4) $y = \log \left| \tan \frac{\pi}{2} \right|$

(5) $y = x^x$ ($x > 0$)

(6) $y = \sin x$ ($|x| < \frac{\pi}{2}$) の逆関数

4. $x = t - \sin t$, $y = 1 - \cos t$ とする。 $t = \frac{\pi}{3}$ のとき, $\frac{dy}{dx}$, $\frac{d^2y}{dx^2}$ の値を求めよ。

(琉球大)

2/16(火)

5. 関数 $y = x + \frac{1}{x}$ の増減を調べよ。

6. 関数 $y = \frac{4x+3}{x^2+1}$ の極値を調べよ。

2/17(水)

7. 次の関数の最大値, 最小値を求めよ。

$y = x + \sqrt{4 - x^2}$

8. 次の関数の凹凸を調べ, 変曲点を求めよ。

$y = x + \sin x$ ($0 < x < 2\pi$)

2/18(木)

9. 関数 $y = e^{-2x^2}$ のグラフの概形をかけ。

10. 関数 $y = \frac{x^2}{x-1}$ のグラフの概形をかけ。

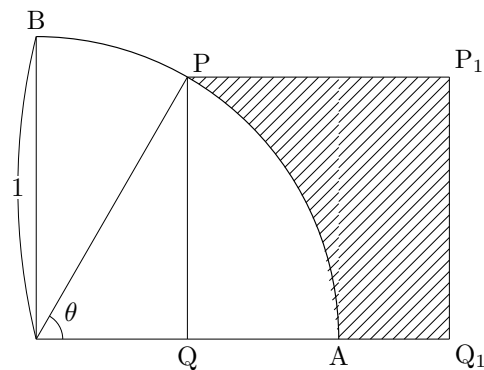
追加問題

1. 図において, OA , OB は半径 1 の円の互いに垂直な 2 つの半径, PQ は BO に平行で, 四角形 PQQ_1P_1 は正方形である. 図の斜線部分の面積を S とするとき, 次の問いに答えよ.

(1) $\angle POQ = \theta \left(0 \leq \theta < \frac{\pi}{2}\right)$ において, S を θ で表せ.

(2) S が最大となるときの PQ の長さを求めよ.

(岡山大)



2. $x + y = 1$, $x > 0$, $y > 0$ のとき, $z = x^x y^y$ の最小値を求めよ.

(名古屋工大)

3. $f(x) = \sqrt[3]{x^3 - x^2}$ とする.

(1) $\lim_{|x| \rightarrow \infty} \{f(x) - (x + a)\} = 0$ を満たす a の値を求めよ. またこのとき, 曲線 $y = f(x)$ と直線 $y = x + a$ の交点の座標を求めよ.

(2) $f(x)$ の増減と極値を調べて, $y = f(x)$ のグラフをかけ.

(東北大)