

# 3 乗根の無理数性 ～ 阪大 ～

問. 以下の問いに答えよ.

- (1)  $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt[3]{3}$  が無理数であることを示せ.
- (2)  $p$ ,  $q$ ,  $\sqrt{2}p + \sqrt[3]{3}q$  がすべて有理数であることとする. このとき,  $p = q = 0$ であることを示せ.

## 無理数の無理数乗は有理数になりえるか

問. 次の各問いに答えよ.

- (1)  $\log_3 4$  は無理数であることを示せ.
- (2)  $a, b$  がともに無理数で,  $a^b$  は有理数であるような数  $a, b$  の組を 1 組求めよ.

# 底に文字を含む対数不等式

問. 次の  $x$  についての不等式を解け. ただし,  $a$  は 1 ではない正の実数とする.

$$(1) \log_a (2x + 13) > \log_a (4 - x)$$

$$(2) \log_a (x - a) \geq \log_{a^2} (x - a)$$

$$(3) \log_a x \leq \log_x a$$

# 対数方程式が実数解を持つ条件

指数対数  
応用

問.  $x$  についての方程式

$$\log_3 (x - 3) = \log_9 (kx - 6)$$

が相異なる 2 つの解をもつように, 実数  $k$  の範囲を求めよ.

# 対数方程式

問. 次の方程式を解け.

$$(1) \log_2 (x^2 - 2x) = \log_2 (3x - 4)$$

$$(2) \log_2 (x + 2) + \log_2 (x - 5) = 3$$

$$(3) \log_{\frac{1}{3}} (6 - x) + 2 \log_3 x = 0$$

# $100^{99}$ と $99^{100}$ の大小比較

指数対数  
応用

問.  $100^{99}$  と  $99^{100}$  の大小を判定  
せよ. ただし, 必要なら近似値  
 $\log_{10} 2 = 0.3010$ ,  $\log_{10} 3 =$   
 $0.4771$  を用いて良い.

# 常用対数の近似値 ～ 津田塾大 ～

指数対数  
応用

問. 次の値を小数第 1 位まで求めよ. 小数第 2 以下は切り捨てよ.

(1)  $\log_{10} 2$

(2)  $\log_{10} 5$

(3)  $\log_{10} 3$

# 対数不等式が表す領域 ～ 京大 ～

指数対数  
応用

問. 不等式

$$\log_x y + \log_y x > 2 + (\log_x 2)(\log_y 2)$$

を満たす  $x, y$  の組  $(x, y)$  の範囲を座標平面上に  
図示せよ.



# 対数不等式が表す領域

問. 不等式

$$1 < \log_x y < 2$$

を満たす点  $(x, y)$  の領域を図示せよ.

# 指数方程式 Lv.2

---

指数対数  
応用

問. 次の各々の等式を満たす実数  $x$  の値を求めよ.

$$(1) (2^x)^2 - 5 \cdot 2^x + 4 = 0$$

$$(2) 9^x - 2 \cdot 3^x - 3 = 0$$

$$(3) 4^{x+1} + 2 \cdot 2^x - 2 = 0$$

# 指数方程式が実数解を持つ条件

指数対数  
応用

問. 方程式

$$4^x - a \cdot 2^{x+1} + a + 2 = 0$$

を満たす実数  $x$  が存在するような  
実数  $a$  の値を求めよ.

# 指数方程式の解の配置

問. 方程式

$$9^x + 2a \cdot 3^x + 2a^2 + a - 6 = 0$$

を満たす  $x$  の正の解, 負の解が 1 つずつ存在するような, 定数  $a$  の値のとり範囲を求めよ.

# 小数首位とその数字

問.  $\left(\frac{2}{5}\right)^{50}$  は小数第何位に初めて  
0 でない数字が現れるか. また, そ  
の数字を求めよ. ただし, 必要な  
らば  $\log_{10} 2 = 0.3010$  を用いて

# $3^{3^3}$ の桁数の桁数を求めよ

- 問. (1)  $\log_3 x = 3$  を満たす整数  $x$  を求めよ.
- (2)  $\log_3 (\log_3 x) = 3$  を満たす整数  $x$  は何桁か. また, 最高位の数字を求めよ.
- (3)  $\log_3 (\log_3 (\log_3 x)) = 3$  を満たす整数  $x$  の桁数を  $n$  とするとき,  $n$  は何桁か. 必要ならば  $\log_{10} 2 = 0.3010$ ,  $\log_{10} 3 = 0.4771$  を用いて良い.

# 桁数を不等式で表す

問. (1)  $29^{100}$  は 147 桁である.  $29^{23}$  は何桁の数となるか.

(2)  $(1.25)^n$  の整数部分が 3 桁となる自然数  $n$  はどんな範囲の数か. ただし, 必要ならば  $\log_{10} 2 = 0.3010$ ,  $\log_{10} 3 = 0.4771$  を用いて良い.

# 桁数, 最高位, 最高次位

問. 次の問いに答えよ.

- (1)  $2^{2019}$  は何桁か.
- (2)  $2^{2019}$  の最高位の数は何か.
- (3)  $2^{2019}$  の最高次位の数は何か.