

# 空間ベクトルの終点の存在範囲 空間ベクトル 応用

問. 四面体  $OABC$  に対し,  $\overrightarrow{OP} = l\overrightarrow{OA} + m\overrightarrow{OB} + n\overrightarrow{OC}$  とする. 実数  $l, m, n$  が次の各条件を満たしながら動くとき, 点  $P$  の存在範囲を求めよ.

(1)  $l + m + n = 1$

(2)  $l + m + n = 1, l \geq 0, m \geq 0, n \geq 0$

(3)  $l + 2m + 3n = 1$

(4)  $0 \leq l \leq 1, 0 \leq m \leq 1, 0 \leq n \leq 1$

(5)  $0 \leq l + m + n \leq 1, l \geq 0, m \geq 0, n \geq 0$

# 四面体とベクトル和の等式

空間ベクトル  
応用

問. 四面体  $ABCD$  の内部にある点  $P$  が  $2\mathbf{AP} + 3\mathbf{BP} + 4\mathbf{CP} + 5\mathbf{DP} = \mathbf{0}$  を満たすとき, 四面体  $PBCD$ ,  $PCDA$ ,  $PDAB$ ,  $PABC$  の体積比を求めよ.

## 正四面体の対辺が垂直であることの証明

問. 1 辺の長さが  $a$  の正四面体  $ABCD$  について, 次の命題をそれぞれ示せ.

- (1) 対辺  $AB$  と  $CD$  は垂直である.
- (2) 底面  $\triangle BCD$  の重心を  $G$  とすると, 直線  $AG$  は底面に垂直である.

# 四面体の重心

空間ベクトル  
応用

問. 四面体の各頂点  $A, B, C, D$   
と, その対面の重心  $G_1, G_2, G_3, G_4$   
を結んだ4本の線分  $AG_1, BG_2, CG_3, DG_4$   
は1点で交わることを示せ.

## 平面と直線の交点の位置ベクトル 空間ベクトル Lv.2 応用

問. 平行六面体  $OADB - CEGF$  において, 辺  $GD$  の中点を  $H$  とする.

- (1) 直線  $OH$  と平面  $ABC$  の交点を  $L$  とするとき,  $OL$  を  $OA, OB, OC$  で表せ.
- (2) 直線  $OH$  と平面  $AFC$  の交点を  $M$  とするとき,  $OM$  を  $OA, OB, OC$  で表せ.

# 平面と直線の交点の位置ベクトル 空間ベクトル **LV** 応用

問. 平行六面体  $OADB - CEGF$  において, 辺  $GD$  の中点を  $H$  とする.

- (1) 直線  $OH$  と平面  $ABC$  の交点を  $L$  とするとき,  $OL$  を  $OA, OB, OC$  で表せ.
- (2) 直線  $OH$  と平面  $AFC$  の交点を  $M$  とするとき,  $OM$  を  $OA, OB, OC$  で表せ.

# 座標空間内の四面体の体積

空間ベクトル  
応用

問. 空間内の4点  $A(1, 1, 1)$ ,  $B(0, 1, 2)$  について,

- (1)  $\triangle ABC$  の面積を求めよ.
- (2) 四面体  $ABCD$  の体積  $V$  を求めよ.

## 空間の直線に下ろした垂線の長さ

問. 空間内の3点  $A(1, 1, 1)$ ,  $B(0, 1, 1)$ ,  $C(1, 0, 1)$  について, 点  $C$  から直線  $AB$  に下ろした垂線の長さ  $CH$  を求めよ.



# ベクトル表現の存在と一意性

平面ベクトル  
応用

問. 2つの  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  が 1 次独立であるとき,  
平面における任意のベクトル  $\vec{c}$  は実数  
 $x$ ,  $y$  を用いて  $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$  とい  
う形でただ 1 通りに表されることを示せ.

# ベクトルの終点の存在範囲

問.  $\triangle OAB$  に対して  $\overrightarrow{OP} = s\overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{OB}$  とする. 実数  $s, t$  が次の条件を満たすとき, 点  $P$  の動く範囲を図示せよ.

(1)  $s + t = 1, s \geq 0, t \geq 0$

(2)  $s + t = 1, s \geq 0$

(3)  $s + t = 2, s \geq 0, t \geq 0$

(4)  $3s + t = 2$

(5)  $0 \leq s \leq \frac{1}{2}, 0 \leq t \leq 1$

## 2 直線のなす角を求める 3 つの方法

平面ベクトル  
応用

問. 2 直線

$$l: 2x - y + 3 = 0,$$

$$m: x - 3y + 5 = 0$$

# 垂心のベクトル

平面ベクトル  
応用

問．平面上に  $\triangle ABC$  があり，  
 $AB = 1$ ， $AC = 2$ ， $\angle BAC = 45^\circ$  であるとする． $\triangle ABC$  の垂心を  $H$  とするとき， $AH$  を  $AB$ ， $AC$

で表せ

# 内心のベクトル

---

平面ベクトル  
応用

問. 3辺の長さが  $BC = 7$ ,  $CA = 5$ ,  $AB = 3$  である  $\triangle ABC$  の内心を  $I$  とする.  $\overrightarrow{AI}$  を  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{AC}$  で表せ.

# 外心のベクトル

平面ベクトル  
応用

問. 3辺の長さが  $AB = 2$ ,  $BC = 6$ ,  $CA = 2$  である  $\triangle ABC$  の外心を  $O$  とするとき,  $AO$  を  $AB$ ,  $AC$  で表せ.

# 一直線上にあることの証明

平面ベクトル  
応用

問.  $\triangle ABC$  の辺  $BC$  を  $1 : 2$  に内分する点を  $P$ , 辺  $AC$  を  $3 : 1$  に内分する点を  $Q$ , 辺  $AB$  を  $6 : 1$  に外分する点を  $R$  とするとき, 3 点  $P, Q, R$  が一直線上にあることを

# 線分の交点のベクトル

平面ベクトル  
応用

問.  $\triangle ABC$  の辺  $AB$  を  $1 : 2$  に内分する点を  $D$ , 辺  $AC$  を  $3 : 1$  に内分する点を  $E$ ,  $BE$  と  $CD$  の交点を  $F$  とするとき,  $\vec{c} \vec{A} \vec{F}$  を  $\vec{c} \vec{A} \vec{B}$ ,  $\vec{c} \vec{A} \vec{C}$  で表せ.



# 平面ベクトルの和の等式 平面ベクトル 応用

問.  $\triangle ABC$  に対して,

$$6ecAP + 3ecBP + 4ecCP = ec0$$

を満たす点  $P$  を考える.

(1) 点  $P$  はどのような位置にあるか.

(2) 面積比  $\triangle PBC : \triangle PCA : \triangle PAB$

お求めと

# 3 乗根の無理数性

問. 以下の問いに答えよ.

- (1)  $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt[3]{3}$  が無理数であることを示せ.
- (2)  $p, q, \sqrt{2}p + \sqrt[3]{3}q$  がすべて有理数であることとする. このとき,  $p = q = 0$ であることを示せ.

# 3元対称式の連立方程式 複素数と方程式 応用

問.  $x, y, z$  の連立方程式

$$x + y + z = -a - 2,$$

$$xy + yz + zx = 2a + 1,$$

$$xyz = -2$$

が、 $x, y, z$  が実数である解をもつような

# 3 解から 3 次方程式を作る

複素数と方程式  
応用

問.  $x^3 - x + 1 = 0$  の 3 つ  
の解を  $\alpha, \beta, \gamma$  とするとき,  
 $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}, \frac{1}{\gamma}$  を 3 つの解にも  
つ 3 次方程式を 1 つ作れ.

# 3 次方程式の 3 解 $\alpha, \beta, \gamma$ の対称式

問.  $x^3 - 3x + 1 = 0$  の 3 つ  
の解を  $\alpha, \beta, \gamma$  とするとき,  
 $\alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3, \alpha^4 + \beta^4 + \gamma^4$   
の値を求めよ.

## コーシー・シュワルツの不等式の証明 Lv.2 応用

問. 次の不等式を証明せよ.  
また, 等号成立条件を求めよ.

$$(a^2 + b^2 + c^2)(x^2 + y^2 + z^2) \geq (ax + by + cz)^2$$

## コーシー・シュワルツの不等式の証明 Lv.1 応用

問. 次の不等式を証明せよ.  
また, 等号成立条件を求めよ.

$$(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) \geq (ax + by)^2$$

# 相加相乗不等式の等号成立条件

数Ⅱ式と証明  
応用

問.  $x > 0, y > 0$  とする.  
 $\left(x + \frac{1}{y}\right)\left(y + \frac{4}{x}\right)$   
の最小値を求めよ



# 分数式の最大値

数Ⅱ式と証明  
応用

問.  $x > 0$  とする. 次のそれぞれの分数式の最大値を求めよ.

$$(1) \frac{1}{x^2 - x + 1}$$

$$(2) \frac{x}{x^2 - x + 1}$$

# 分数関数の最小値

数Ⅱ式と証明  
応用

問.  $x > 1$  とする. 関  
数  $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$  の  
最小値を求めよ

# 相加相乗不等式と最小値

数Ⅱ式と証明  
応用

問.  $x > 0$  のとき, 次の関数の最小値を求めよ.

$$(1) \ y = 2x + \frac{1}{x}$$

# 相加相乗不等式の証明

数Ⅱ式と証明  
応用

問. 正の数  $a, b, c, d$  に対して, 次の不等式を証明せよ. また, 等号成立条件を求めよ.

$$(1) \frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$$

$$(2) \frac{a+b+c}{3} \geq \sqrt[3]{abc}$$

## 区間に少なくとも1つの解<sup>2次関数 応用</sup>

問.  $x$  についての2次方程式  $x^2 - 2ax + a + 2 = 0$  の解が  $1 < x < 3$  の範囲に少なくとも1つ存在するような定数  $a$  の値の範囲を求めよ.

## 区間で常に 2 次不等式が成立する条件 <sup>2 次関数</sup> 応用

問.  $0 \leq x \leq 3$  を満たす  $x$  に対して、 $x^2 - 2ax + a + 2 > 0$  が成り立つような定数  $a$  の値の範囲を求めよ.

# 「すべて」と「ある」の交換<sup>2</sup>次関数 応用

問.  $x, y$  についての条件  $p$  を次のように定める.

$$p : -x^2 + (a - 2)x + a - 4 < y < x^2 - (a - 4)x + 3$$

次の各々が成立するための  $a$  の値の範囲を求めよ.

(1) どんな  $x$  に対しても, 適当な  $y$  をとれば,  $p$  が成り立つ.

(2) 適当な  $y$  をとれば, どんな  $x$  に対しても,  $p$  が成り

## 2変数の「すべて」と「ある<sup>2次関数</sup>応用

問. 2つの関数  $f(x) = x^2 + 2x - 2$ ,  $g(x) = -x^2 + 2x + a + 1$  について, 次の各々が成立するような  $a$  の値の範囲を求めよ.

(1)  $-2 \leq x \leq 2$  を満たすすべての  $x_1, x_2$  に対して  $f(x_1) < g(x_2)$

(2)  $-2 \leq x \leq 2$  を満たすある  $x_1, x_2$  に対して



## ある実数 $x$ で 2 次不等式が成り立つ条件

<sup>2</sup>次関数  
用

問. 2 次不等式  $ax^2 + (a - 1)x + a - 1 < 0$  について,

- (1) すべての実数  $x$  に対してこの不等式が成立するための定数  $a$  の範囲を求めよ.
- (2) ある実数  $x$  に対してこの不等式が成立するための定数  $a$  の範囲を求めよ.

## すべての実数 $x$ で 2 次不等式が成り立つ条件 <sup>2 次関数</sup> 応用

問. 2 次不等式  $ax^2 + (a - 1)x + a - 1 < 0$  について,

- (1) すべての実数  $x$  に対してこの不等式が成立するための定数  $a$  の範囲を求めよ.
- (2) ある実数  $x$  に対してこの不等式が成立するための定数  $a$  の範囲を求めよ.

## 平面に下ろした垂線の長さ正四面体

問. 1 辺が 6 の正四面体  $OABC$  において, 点  $L$ ,  $M$ ,  $N$  は辺  $OA$ ,  $OB$ ,  $OC$  を  $1 : 1$ ,  $2 : 1$ ,  $1 : 2$  に内分する点である. 頂点  $O$  から平面  $LMN$  に下ろした垂

## 平面に下ろした垂線の長さ直方体

問.  $AB = 3$ ,  $AD = 1$ ,  $AE = 2$  の直方体  $ABCD - EFGH$  において

- (1)  $\triangle AFC$  の面積  $S$  を求めよ.
- (2) 点  $B$  から平面  $AFC$  に下ろした垂線  $BI$  の長さを求めよ.

## 無理数の無理数乗は有理数になりえるか

問. 次の各問いに答えよ.

- (1)  $\log_3 4$  は無理数であることを示せ.
- (2)  $a, b$  がともに無理数で,  $a^b$  は有理数であるような数  $a, b$  の組を 1 組求めよ.

# 底に文字を含む対数不等式

問. 次の  $x$  についての不等式を解け. ただし,  $a$  は 1 ではない正の実数とする.

$$(1) \log_a (2x + 13) > \log_a (4 - x)$$

$$(2) \log_a (x - a) \geq \log_{a^2} (x - a)$$

$$(3) \log_a x \leq \log_x a$$

# 対数方程式が実数解を持つ条件

指数対数  
応用

問.  $x$  についての方程式  $\log_3 (x - 3)$   
 $\log_9 (kx - 6)$  が相異なる 2 つの  
解をもつように, 実数  $k$  の範囲を  
求めよ.

# 対数方程式

問. 次の方程式を解け.

$$(1) \log_2 (x^2 - 2x) = \log_2 (3x - 4)$$

$$(2) \log_2 (x + 2) + \log_2 (x - 5) = 3$$

$$(3) \log_{\frac{1}{3}} (6 - x) + 2 \log_3 x = 0$$



# $100^{99}$ と $99^{100}$ の大小比較

問.  $100^{99}$  と  $99^{100}$  の大小を判定せよ. ただし, 必要なら近似値  $\log[10]2 = 0.3010$ ,  $\log[10]3 = 0.4771$

# 常用対数の近似値 ～ 津田塾大 ～

指数対数  
応用

問. 次の値を小数第 1 位まで求めよ.  
小数第 2 以下は切り捨てよ.

(1)  $\log_{10} 2$

(2)  $\log_{10} 5$

(3)  $\log_{10} 3$

# 対数不等式が表す領域 ～ 京大 ～

指数対数  
応用

問. 不等式  $\log_x y + \log_y x > 2 + (\log_x 2)(\log_y 2)$  を満たす  $x, y$  の組  $(x, y)$  の範囲を座標平面上に図示せよ.

# 対数不等式が表す領域 Lv.1

指数対数  
応用

問. 不等式  $1 < \log_x y < 2$  を満たす点  $(x, y)$  の領域を図示せよ.

# 指数方程式 Lv.2

指数対数  
応用

問. 次の各々の等式を満たす実数  $x$  の値を求めよ.

$$(1) (2^x)^2 - 5 \cdot 2^x + 4 = 0$$

$$(2) 9^x - 2 \cdot 3^x - 3 = 0$$

$$(3) 4^{x+1} + 2 \cdot 3^x = 2 \cdot 3^x + 0$$

# 指数方程式が実数解を持つ条件

指数対数  
応用

問. 方程式  $4^x - a \cdot 2^{x+1} + a + 2 = 0$  を満たす実数  $x$  が存在するような実数  $a$  の値を求めよ.

# 指数方程式の解の配置

指数対数  
応用

問. 方程式  $9^x + 2a \cdot 3^x + 2a^2 + a - 6 = 0$  を満たす  $x$  の正の解, 負の解が1つずつ存在するような, 定数  $a$  の値のとり範囲を求めよ.

# 小数首位とその数字

問.  $\left(\frac{2}{5}\right)^{50}$  は小数第何位に初めて  
0 でない数字が現れるか. また, そ  
の数字を求めよ. ただし, 必要な  
らば  $\log_{10} 2 = 0.3010$  を用いて



# $3^{3^{3^3}}$ の桁数の桁数を求めよ

- 問. (1)  $\log_3 x = 3$  を満たす整数  $x$  を求めよ.
- (2)  $\log_3 (\log_3 x) = 3$  を満たす整数  $x$  は何桁か.  
また, 最高位の数字を求めよ.
- (3)  $\log_3 (\log_3 (\log_3 x)) = 3$  を満たす整数  $x$  の  
桁数を  $n$  とするとき,  $n$  は何桁か. 必要ならば  
 $\log_{10} 2 = 0.3010, \log_{10} 3 = 0.4771$  を用いて

# 桁数を不等式で表す

問. (1)  $29^{100}$  は 147 桁である.  $29^{23}$  は何桁の数となるか.

(2)  $(1.25)^n$  の整数部分が 3 桁となる自然数  $n$  はどんな範囲の数か. ただし, 必要ならば  $\log_{10} 2 = 0.3010$ ,  $\log_{10} 3 = 0.4771$  を用いて良い.

# 桁数, 最高位, 最高次位

問. 次の問いに答えよ.

- (1)  $2^{2019}$  は何桁か.
- (2)  $2^{2019}$  の最高位の数は何か.
- (3)  $2^{2019}$  の最高次位の数は何か.

# 円の通過領域

問. 放物線  $y = x^2$  上を動く点  $P$  がある.  $P$  を中心とし  $x$  軸に接する円の内部が通過する範囲を図示せよ.

# 直線の通過領域

図形と方程式  
応用

問.  $t$  が  $t > 0$  の範囲を動くとき、直線  $y = 2tx - t^2$  が通り得る領域を求めよ.

# 点 $(\alpha + \beta, \alpha\beta)$ の動く範囲 図形と方程式

---

問. 点  $P(\alpha, \beta)$  が  $\alpha^2 + \beta^2 < 1$  を満たして動くとき,  
点  $Q(\alpha + \beta, \alpha\beta)$  の動く範囲  
を図示せよ.

# 片側が動く線分の中点の軌跡

図形と方程式  
応用

問. 円  $x^2 + y^2 = 1$  上の動  
点  $P$  と, 点  $A(3, 4)$  とを結  
ぶ線分の中点  $M$  の軌跡を求  
めよ.

# 線型計画法の活用 I

図形と方程式  
応用

問. 実数  $x, y$  が  $x^2 + y^2 = 2$ ,  $x \geq 0, y \geq 0$  を満たして変わるとき,  $z = x + y$  の最大値, 最小値を求めよ.



# 線型計画法の基本

図形と方程式  
応用

問. 実数  $x, y$  が条件  $x \geq 0, y \geq 0, 2x + y \leq 4, x + 4y \leq 6, 2x + 3y \leq 6$  を満たして動くとき,  $z = x + y$  の最大値を求めよ.

# 因数分解された不等式の領域

図形と方程式  
応用

問. 次のおのおのの条件を満たす  
点  $(x, y)$  の存在範囲を図示せよ.

$$(1) (3x - y - 5)(x^2 + y^2 - 25) \geq 0$$

$$(2) (|x| + |y| - 1)(x^2 + y^2 - 1) \geq 0$$

# 2 直線の交点の軌跡

図形と方程式  
応用

問.  $t$  がすべての実数値を取りながら変化するとき,  $xy$  平面上の 2 つの直線  $tx - y = t$ ,  $x + ty - 2t - 1 = 0$  の交点の軌跡を求めよ.

# 放物線の直交する 2 接線の交点の軌跡

問. 放物線  $y = x^2$  の異なる  
2 接線が直交するとき, この  
2 接線の交点 P の軌跡を求め  
よ.

# 円と直線の 2 交点の中点の軌跡 図形と方程式 応用

問. 円  $C : x^2 + y^2 = 1$  と直線  $l : y = m(x - 2)$  がある.  $C$  と  $l$  が異なる 2 点で交わるように  $m$  の値が変化するとき,  $C$  と  $l$  の交点の中点  $M$  の軌跡を求めよ.

## パラメータ表示された軌跡の除去点 図形と方程式 応用

問. 変数  $t$  が全ての実数値をとって変化するとき, 次式で定まる点  $P(x, y)$  の描く軌跡を求めよ.

$$x = \frac{1}{t^2 + 1}, \quad y = \frac{t}{t^2 + 1}$$

# 放物線の頂点の軌跡

図形と方程式  
応用

問.  $m$  が全ての実数値をとって変化するとき、放物線  $y = x^2 - 2mx + 2m$  の頂点の軌跡を求めよ.

# パラメータ表示された点の軌跡

図形と方程式  
応用

問. 変数  $t$  が全ての実数値をとって変化するとき、次のおのおの式で定められる点  $P(x, y)$  の描く軌跡を求め、図示せよ.

$$(1) \quad x = t - 1, \quad y = t^2 + 4t - 1$$

$$(2) \quad x = t^2 - 1, \quad y = t^4 + 4t^2 - 1$$



## 2点からの距離の比が等しい点の軌跡

問.  $xy$  平面上に, 2 定点  $A(-3, 0)$  ,  
がある.  $xy$  平面上にあって

$$AP : BP = 2 : 1$$

という条件を満たして動く動点  $P$

の軌跡を求めよ.

## 2点から等距離の点の軌跡 図形と方程式 応用

問. 2点  $A(-1, 3)$ ,  $B(2, 1)$  からの距離が等しい点  $P$  の軌跡を求めよ.

# 1 の立方根, 4 乗根, 5 乗根, 6 乗根

問. 1 の平方根, 1 の立方根, 1 の 4 乗根, 1 の 5 乗根, 1 の 6 乗根を求めよ. かったるい説明に嫌気がさしたときに見る動画. 早口 × 早送りで解説しました. 雰囲気をつかんでももらえたらいいと思っています.

# 相反方程式

問. 4 次方程式  $x^4 - 4x^3 + 7x^2 - 8x + 4 = 0$   
について次の問いに答えよ.

(1) この 4 次方程式の両辺を  $x^2$  で割って,  $t = x + \frac{2}{x}$  とおくことで得られる  $t$  に関する 2 次方程式を求めよ.

(2) この 4 次方程式の解をすべて求めよ.

# 複2次方程式

複素数と方程式  
応用

問. 方程式  $z^4 -$   
 $6z^2 + 25 = 0$  を

解け.

# 複素数係数の2次方程式

複素数と方程式  
応用

問. 次の問いに答えよ.

(1)  $z = x + yi$  ( $x, y$  は実数) が,  $z^2 = i$  を満たすように,  $x, y$  の値を定めよ.

(2) 2次方程式  $w^2 + 2(1 + i)w + i = 0$  を解け.

# 複素数係数 2 次方程式の実数解 複素数と方程式 応用

問.  $a$  を実数の定数とする.  $x$  の 2 次方程式

$$(1 + i)x^2 - (a + 1 + i)x + (2 - ai) = 0$$

整式  $P(x)$  を  $(x-1)(x+1)^2$  で割った余

問. 整式  $P(x)$  を  $x-1$  で割った  
ときの余りが  $5$ ,  $(x+1)^2$  で割っ  
たときの余りが  $x-8$  であるとき,  
 $P$  を  $(x-1)(x+1)^2$  で割ったと  
きの余りを求めよ.



## 3 次方程式が重解をもつ条件 Lv.2 複素数と方程式 応用

問. 3 次方程式  $x^3 - 2x + k = 0$  が重解を持つのは,  $k$  がいかなる値のときか.

# 3次方程式の虚数解

複素数と方程式  
応用

問.  $a, b$  を実数とする. 方程式  $2x^3 + ax^2 + bx - 6 = 0$  が,  $x = 1 + i$  を解に持つとき, 残りの解を求めよ.

# 3 次方程式の解と係数の関係

複素数と方程式  
応用

問. 3 次方程式  $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$  において, 次が成り立つことを示せ. 3 解が  $x = \alpha, \beta, \gamma$  である  $\iff$

$b$

# 円に内接する四角形の面積

問. 円  $O$  に内接する四角形  $ABCD$  が

$$AB = 2, BC = 3, CD = 1, \angle ABC = 60^\circ$$

を満たしている.

(1) 円  $O$  の半径  $R$  を求めよ.

(2) 四角形  $ABCD$  の面積  $S$  を求めよ.

# 円に内接する四角形 ～ 島根大 ～

三角比  
応用

問．円に内接する四角形  $ABCD$  が  $AB = 4$ ,  $BC = 5$ ,  $CD = 7$ ,  $DA = 10$  を満たしている．

- (1) 四角形  $ABCD$  の面積  $S$  を求めよ．
- (2) 2本の対角線  $AC$ ,  $BD$  の交点を  $E$  とする． $AE:EC$  を求めよ．

# 円に内接する四角形～東京大～

三角比  
応用

問. 四角形 ABCD が、半径  $\frac{65}{8}$  の  
円に内接している. この四角形の  
周の長さが 44 で、辺 BC と辺 CD  
の長さがいずれも 13 であるとき、  
残りの 2 辺 AB と DA の長さを求

# 区別する・しない

場合の数  
応用

問. 6 個のボールを 3 つの箱に入れるとき, 入れ方は何通りか. 1 空箱があってもよい 2 空箱はなしで, それぞれ求めよ.

(1) 1 から 6 まで異なる番号のついた 6 個のボールを  $A, B, C$  と区別された 3 つの箱に入れる場合.

(2) 互いに区別の付かない 6 個のボールを  $A, B, C$  と区別された 3 つの箱に入れる場合.

(3) 1 から 6 まで異なる番号のついた 6 個のボールを区別のつかない 3 つの箱に入れる場合.

(4) 互いに区別の付かない 6 個のボールを区別のつかない 3 つの箱に入れる場合.

# 完全順列

場合の数  
応用

問. 次の人数でプレゼント交換するとき、受け取り方は何通りあるか. ただし、全員が他人のプレゼントを受け取るとする.

- (1) 1 人
- (2) 2 人
- (3) 3 人



# 重複組合せ Lv.3

場合の数  
応用

問. 次の等式・不等式を満たす整数の組  $(x, y, z)$  の個数を求めよ.

(1)  $x + y + z = 6, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$

(2)  $x + y + z = 6, x \geq 1, y \geq 1, z \geq 1$

(3)  $x + y + z \leq 6, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$

(4)  $1 \leq x < y < z \leq 6$

# 最短経路

場合の数  
応用

問. 以下図で  $A$  地点から  $B$  地点まで行く最短経路の総数を求めよ.

## 同じものを含む円順列・数珠順列

場合の数  
応用

問. 白玉 1 個, 赤玉 2 個, 黄玉 4 個がある.

(1) これらを机の上に円形に並べる方法は何通りか.

(2) これらで何通りの首飾りができ

# 立方体の色塗り

場合の数  
応用

問. 立方体に色を塗る塗り方は全部で何通りあるか求めよ. ただし, 隣接する面は異なる色であり, かつ回転したり倒したりして同じになる塗り方は 1 通りとする.

- (1) 各面に異なる 6 色をすべて用いて塗る.
- (2) 各面に異なる 5 色をすべて用いて塗る.
- (3) 各面に異なる 4 色をすべて用いて塗る.

# 整数をつくる問題 Lv.2

場合の数  
応用

問. 9 個の数字 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4  
のうち 4 個を使って 4 桁の数をつくる.

- (1) 全部で何個できるか.
- (2) 3 の倍数は何個できるか.

# 整数をつくる問題 Lv.1

場合の数  
応用

問. 0, 1, 2, 3, 4, 5 から異なる 3 つの数字を選んで 3 桁の整数を作る. このとき, 次の数の個数を求めよ.

- (1) 異なる整数
- (2) 偶数
- (3) 3 の倍数

# 辞書式に並べる

問.  $a, i, k, o, s, y$  の 6 文字を  
辞書式に一行に並べて，文字列を作る．

(1)  $aoisky$  は何番目か．

(2) 352 番目の文字列を求めよ

# 正の約数の個数

場合の数  
応用

問. 次の各問いに答えよ.

- (1) 5400 の正の約数の個数と約数の総和を求めよ.
- (2)  $10!$  の正の約数の個数を求めよ.
- (3)  $30!$  は最後にいくつ 0 が並ぶか.
- (4)  $p$  を素数,  $n$  を正の整数とする.  $p^n!$  は  $p$  で