2 つの部分の面積が等しい条件 \sim 2021 滋賀大弦形間. a を定数とし、曲線 $C: y = x(x-2)^2$ と直線 l: y = ax を考える. C と l は異なる 3 点で交わり、交点の x 座標はそれぞれ 0 以上とする. このとき、次の

 $egin{aligned} (1) \ a \ o$ 値の範囲を求めよ. $(2) \ C \ b \ l \ b$ とで囲まれた $2 \ c$ つの図形の面積が等しくな

(2) C と l とで囲まれた 2 るように a の値を定めよ

問いに答えよ.

放物線で囲まれた面積の最大値 ~2021 北大 ~命化 問. $k \in k > -1$ を満たす実数とする. 直線 l: y = (1 - k) x +

k および放物線 $C: y = x^2$ を考える. C と l で囲まれた部分の面 積を S_1 とし、C と l と直線 x=2 の 3 つで囲まれた部分の面積を

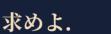
So とする S₁ を k を用いて表せ、

(2) S₂ を k を用いて表せ.

(3) k が k > -1 を満たしながら動くとき、 $S_2 - S_1$ の最大値を求 めよ

定積分の計算

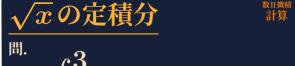
問. 次の定積分を求めよ.



 $(x-1)(x-3)\,dx$

絶対値の定積分 問. 定積分

 $|x^2+x-2| dx$ の値を求めよ.



を求めよ.

 $\int_{0}^{3} \sqrt{x} \ dx$

$$\sqrt{r^2-x^2}$$
の定積分 間 $\sqrt{4-x^2}$ dx

を求めよ.

$$\frac{(ax+b)^n$$
の定積分 調算 1 の 1 の

 $(-1)^5 dx$

を求めよ.

定積分の基本計算

を求めよ.

3x

求めよ.

問. 任意の正の数x, y に対して,

 $(x+y)^3 \geq ax^2y$

が成り立つような a の値の範囲を

であるような a の値を求めよ.

極大値と極小値の差が4

次数下げによる極値計算 問. 次の関数の極値を求めよ.

 $y = x^3 + x^2 - 2x$

3次関数の極値の和と差 計算

問. 関数 $f(x) = x^3 - 3ax^2 + 3bx$ の

極大値と極小値の和および差

がそれぞれ -18, 32 である とき、定数a,bの値を定めよ.

整式の割り算への微分の応用 強化

問. $n \geq 3$ とする. 整式

 $f(x) = ax^n + bx^{n-1} + x + 1$

が x^2-2x+1 で割り切れるとき、 $a,\ b$

を n の式で表せ、

微分による重解条件 問. 整式 f(x) が $(x-\alpha)^2$ で割り切れるための必要十分条件は

 $f\left(lpha
ight) =f^{\prime }\left(lpha
ight) =0$ であることを

示せ、

問. 次の関数を微分せよ.

 $y=\left(2x+1
ight) ^{2}\left(3x^{2}-2
ight)$

$$(2x+1)^2 (3x^2)^2$$

問. 整式f(x), g(x) に対して、

f(x) q(x)' = f'(x) q(x) +

f(x)g'(x)

を証明せよ.

合成関数の微分 問. 次の関数を微分せよ.



問. 定数a, b, 自然数n に対して、

 $\{(ax+b)^n\}' = na(ax+b)^{n-1}$

を証明せよ.

xⁿの微分公式の証明 ^{※LIMM} 強化 問. 自然数 *n* に対して $\overline{\left(x^{n}
ight)'}=nx^{n-1}$ を証明

せよ.

問. 放物線 $y = x^2 - 4x + 3$ と、こ

の放物線上の点 (0,3),(6,15) に

おける接線で囲まれた図形の面積

Sを求めよ.

放物線で囲まれた面積の最小 間. 放物線 $y=x^2$ と点 (1,2) を通る直線とで囲まれた図形の面積

Sが最小になるとき、その直線の方

程式を求めよ.

放物線で囲まれた面積の等分
問. 放物線
$$y=2x-x^2$$
 と x 軸で
用まれた図形の面積な声線

y = kxが2等分するように、定数

kの値を定めよ.

 $\overline{(1)} \ y = x^2 - 3x + 5, \ y = 2x - 1$

$$(1) \,\, y = x^2 - 3x + 5, \,\, y = 2x - 1 \ (2) \,\, \left\{ egin{array}{l} y = 2x^2 - 6x + 4, \ y = -3x^2 + 9x - 6 \end{array}
ight.$$

 $(1) \ f(x) = 3x^2 - x \int_0^2 f(t) \, dt + 2$ $(2) \ f(x) = 1 + \int_0^1 (x - t) \, f(t) \, dt$

積分方程式~定積分の微分~ 問. 等式

$$\int_{a}^{x}f\left(t
ight) dt=x^{3}-3x^{2}+x+a$$

を満たす関数 f(x) と定数 a の値の範囲

を求めよ.

に引くことのできる接線の本数を

求めよ.

3次方程式の実数解の個数

問.3 次方程式 $2x^3+3x^2-12x+a=0$ が次

曲型

の解をもつとき、定数 *a* の値の範囲を求めよ. (1) 異なる 3 つの実数解

- (2) ただ一つの実数解
- (3) 異なる2つの正の解と負の解

4次方程式の実数解の個数 典型

問. 次の4次方程式の異なる実数

 $x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 2 = 0$

 $\overline{f(x)} = x^3 - 3a^2x$

大値を求めよ.

 $00 \le x \le 1$ における最小値と最

3次関数の最大最小~区間に文字~ 端間 典型 問 $\overline{a} > 0$ とする。関数 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$

の $0 \le x \le a$ における最小値と最大値を求めよ.

 $f(x) = x^3 - 3x^2 - 6x + 5$

の極値を求めよ.

共通接線の方程式

間、2つの放物線

$$y = x^2$$
 $y = -$

 $y = x^2$, $y = -x^2 + 6x - 5$

(2) 曲線 $y = x^3 - 3x^2 - 1$ に点 (0,0)

ける接線

から引いた接線

 $f(x) = x^3 + 3kx^2 - kx - 1$

が常に単調増加するような定数 k

の値の範囲を求めよ.

極値から係数決定 問. 関数 $f\left(x
ight)=x^3+ax^2-bx+c$

が、x=-1で極大値 5 をとり、x=1で極小となるとき、定数 a,b,c の値を求めよ