1. 삼 각 함 수

1. 삼각함수의 덧셈정리

① $\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$　② $\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$

③ $\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$　④ $\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$

⑤ $\tan(\alpha+\beta)=\dfrac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}$　⑥ $\tan(\alpha-\beta)=\dfrac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta}$

2. 삼각함수의 합성(최대, 최소값을 구할 때 이용)

① $a\sin\theta+b\cos\theta=\sqrt{a^2+b^2}\sin(\theta+\alpha)$　(단, $\cos\alpha=\dfrac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$, $\sin\alpha=\dfrac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$)

② $a\sin\theta+b\cos\theta=\sqrt{a^2+b^2}\cos(\theta-\beta)$　(단, $\cos\beta=\dfrac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$, $\sin\beta=\dfrac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$)

3. 배각의 공식

① $\sin2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$　② $\cos2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=2\cos^2\alpha-1=1-2\sin^2\alpha$

③ $\tan2\alpha=\dfrac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}$　④ $\sin3\alpha=3\sin\alpha-4\sin^3\alpha$

⑤ $\cos3\alpha=4\cos^3\alpha-3\cos\alpha$

4. 반각의 공식

① $\sin^2\dfrac{\alpha}{2}=\dfrac{1-\cos\alpha}{2}$　② $\cos^2\dfrac{\alpha}{2}=\dfrac{1+\cos\alpha}{2}$　③ $\tan^2\dfrac{\alpha}{2}=\dfrac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}$

5. 곱을 합 또는 차로 변형하는 공식

① $\sin\alpha\cos\beta=\dfrac{1}{2}(\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta))$　② $\cos\alpha\sin\beta=\dfrac{1}{2}(\sin(\alpha+\beta)-\sin(\alpha-\beta))$

③ $\cos\alpha\cos\beta=\dfrac{1}{2}(\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta))$　④ $\sin\alpha\sin\beta=-\dfrac{1}{2}(\cos(\alpha+\beta)-\cos(\alpha-\beta))$

6. 합 또는 차를 곱으로 변형하는 공식

① $\sin A+\sin B=2\sin\dfrac{A+B}{2}\cos\dfrac{A-B}{2}$　② $\sin A-\sin B=2\cos\dfrac{A+B}{2}\sin\dfrac{A-B}{2}$

③ $\cos A+\cos B=2\cos\dfrac{A+B}{2}\cos\dfrac{A-B}{2}$　④ $\cos A-\cos B=-2\sin\dfrac{A+B}{2}\sin\dfrac{A-B}{2}$

7. 삼각방정식의 일반해

◈ 특수해를 α라하고, n을 임의의 정수라 할 때.

① $\sin x=a$ $(|a|\le1)$ 의 해는 $x=n\pi+(-1)^n\alpha$

② $\cos x=a$ $(|a|\le1)$ 의 해는 $x=2n\pi\pm\alpha$

③ $\tan x=a$의 해는 $x=n\pi+\alpha$(단, n는 정수)

2. 미 분 법

1. 삼각함수의 극한

① $\lim_{x\to0}\frac{\sin x}{x}=1$ (단, x의 단위는 radian) ② $\lim_{x\to0}\frac{\tan x}{x}=1$

③ $\lim_{x\to0}\frac{\sin ax}{\sin bx}=\frac{a}{b}$ ④ $\lim_{x\to0}\frac{\tan ax}{\sin bx}=\frac{a}{b}$

⑤ $\lim_{x\to0}\frac{\sin ax}{\tan bx}=\frac{a}{b}$

2. 지수,로그함수의 극한

◈ 자연로그 : 무리수 e를 밑으로 하는 $\log_e x$를 자연로그라 한다.

⇒ $\log_e x=\ln x$

① $\lim_{x\to+\infty}a^x=\begin{cases}+\infty(a>1)\\1\,(a=1)\\0\,(0<a<1)\end{cases}$ ② $\lim_{x\to-\infty}a^x=\begin{cases}0(a>1)\\1\,(a=1)\\+\infty(0<a<1)\end{cases}$

③ $\lim_{x\to+0}\log_a x=\begin{cases}-\infty(a>1)\\+\infty(0<a<1)\end{cases}$ ④ $\lim_{x\to+\infty}\log_a x=\begin{cases}+\infty(a>1)\\-\infty(0<a<1)\end{cases}$

3. 극한값 e의 정의

① $\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x=e$ ② $\lim_{x\to0}(1+x)^{\frac{1}{x}}=e$ 단, $e=2.7182\cdots$

※ 1) $\lim_{x\to0}\frac{\log_a(1+x)}{x}=\log_a e$, 2) $\lim_{x\to0}\frac{a^x-1}{x}=\log a$

☞ 위 식에서 $a=e$라 놓으면 다음을 얻을 수 있다.

$\lim_{x\to0}\frac{\log(1+x)}{x}=1$ $\lim_{x\to0}\frac{e^x-1}{x}=1$

4. 몫의 미분법 공식

◈ $f(x)$와 $g(x)$의 도함수가 존재할 때

① $\{kf(x)\}'=kf'(x)$ (단, k는 상수) ② $\{f(x)\pm g(x)\}'=f'(x)\pm g'(x)$ (복부호 동순)

③ $\{f(x)g(x)\}'=f'(x)g(x)+f(x)g'(x)$ ④ $[f(ax+b)]'=f'(ax+b)\times(ax+b)'$

⑤ $\left\{\frac{f(x)}{g(x)}\right\}'=\frac{f'(x)g(x)-f(x)g'(x)}{\{g(x)\}^2}$ ⑥ $[\{f(x)\}^n]'=n\{f(x)\}^{n-1}f'(x)$

5. 합성함수의 미분법 공식

◈ $y' = \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$

◈ $y=f(u)$, $u=g(x)$가 모두 미분가능할 때, 합성함수 $y=f(g(x))$는 미분가능하고,
그 도함수는 $y' = f'(g(x))g'(x)$이다.

6. 역함수의 미분법 공식

◈ $y' = \frac{dy}{dx} = \frac{1}{\frac{dx}{dy}}$

◈ $y=\sqrt{f(x)}$미분 ⇒ $y' = \frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}$

7. 매개변수로 나타내어진 함수의 미분법 공식

◈ $y' = \frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{g'(t)}{f'(t)}$

8. 삼각함수의 도함수

① $y=\sin x \Rightarrow y' = \cos x$ ② $y=\cos x \Rightarrow y' = -\sin x$

③ $y=\tan x \Rightarrow y' = \sec^2 x$ ④ $y=\cot x \Rightarrow y' = -\operatorname{cosec}^2 x$

⑤ $y=\sec x \Rightarrow y' = \sec x \tan x$ ⑥ $y=\operatorname{cosec} x \Rightarrow y' = -\operatorname{cosec} x \cot x$

☞ ① $y=\sin f(x)$꼴 미분 ⇒ $y' = \cos f(x) \times f'(x)$

② $y=\cos f(x)$꼴 미분 ⇒ $y' = -\sin f(x) \times f'(x)$

삼각함수의 미분법은 이와 같은 방법으로 모두 처리한다.

9. 지수, 로그함수 도함수

◈ 지수 함수의 도함수

① $y=e^x \Rightarrow y' = e^x$ ② $y=a^x \Rightarrow y' = a^x \log a$

③ $y=a^{f(x)} \Rightarrow y' = a^{f(x)} \cdot \log a \cdot f'(x)$

④ $y=e^{f(x)} \Rightarrow y=e^{f(x)}f'(x)$

◈ 로그 함수의 도함수

① $y=\log x \Rightarrow y' = \frac{1}{x}$ ② $y=\log_a x \Rightarrow y' = \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{\log a}$

③ $y=\log_a f(x) \Rightarrow y' = \frac{1}{f(x)} \cdot \frac{1}{\log a} \cdot f'(x)$

④ $y=\log f(x) \Rightarrow y' = \frac{f'(x)}{f(x)}$

☞ 지수가 복잡하거나, 형태가 복잡한 함수는 양변에 로그를 취한 다음, 양변을 x에 관하여 미분!

10. 이계도함수

◈ 함수 $y=f(x)$의 $f'(x)$가 다시 미분가능할 때, $f'(x)$의 도함수

$$f''(x)y=\lim_{\triangle x\to 0}\frac{f'(x+\triangle x)-f'(x)}{\triangle x}$$

를 $f(x)$의 이계도함수라 하고 y'', $f''(x)$, $\frac{d^2y}{dx^2}$, $\frac{d^2}{dx^2}f(x)$, …등으로 나타낸다.

11. 접선의 방정식

◈ 곡선 $y=f(x)$ 위의 한점 (x_1, y_1)에서의 접선의 방정식은

$y-y_1=f'(x_1)(x-x_1)$ 이다.

12. 법선의 방정식

◈ 곡선 $y=f(x)$ 위의 한점 (x_1, y_1)에서의 법선의 방정식은

$y-y_1=-\frac{1}{f'(x_1)}(x-x_1)$ 이다.

13. 접선의 방정식을 구하는 요령

◈ 곡선 $y=f(x)$ 의 접선의 방정식을 구할 때

① 접점의 좌표가 주어질 때 : 먼저 기울기를 구한다.

② 기울기가 주어질 때 : 먼저 접점을 구한다.

③ 곡선 밖의 점이 주어질 때 : 접점의 x좌표를 t로 놓는다.

14. 공통접선의 방정식

◈ 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$가 $x=\alpha$에서 서로 접하면

$f(\alpha)=g(\alpha)$, $f'(\alpha)=g'(\alpha)$ 이다.

따라서, 공통접선의 방정식은 $y-f(\alpha)=f'(\alpha)(x-\alpha)$ 이다.

15. 롤의 정리

◈ 함수 $y=f(x)$가 $[a, b]$에서 연속이고, 개구간 (a, b)에서 미분가능할 때,

$f(a)=f(b)=0$, $f'(c)=0(a<c<b)$로 되는 c가 적어도 하나 존재한다.

16. 평균값의 정리

◈ 함수 $y=f(x)$가 $[a, b]$에서 연속이고, 개구간 (a, b)에서 미분가능할 때,

$$\frac{f(b)-f(a)}{b-a}=f'(c)\ \ (a<c<b)$$

로 되는 c가 적어도 하나 존재한다.

17. 함수의 증가 , 감소

① $f(x)$의 증가구간 $\Rightarrow$ $f'(x)>0$

② $f(x)$의 감소구간 $\Rightarrow$ $f'(x)<0$

18. 함수의 극대 , 극소

① 극대, 극대값 : 연속함수 $f(x)$가 $x=a$에서 증가상태에서 감소상태로 변하면 $x=a$에서 극대, $f(a)$를 극대값이라고 한다.

② 극소, 극소값 : 연속함수 $f(x)$가 $x=a$에서 감소상태에서 증가상태로 변하면 $x=a$에서 극소, $f(a)$를 극소값이라고 한다.

③ 극대값, 극소값을 통털어서 극값이라 한다.

19. $f'(x)$에 대한 극대, 극소의 판정

① $f''(a)>0$이면, $x=a$에서 극소값 $f(a)$를 가진다.

② $f''(a)<0$이면, $x=a$에서 극대값 $f(a)$를 가진다.

20. 함수의 최대 , 최소

◈ 구간 $[a, b]$에서 연속함수 $f(x)$의 최대, 최소값은

① 구간 $[a, b]$에서 극대, 극소값을 구한다.

② 구간 $[a, b]$의 양끝에서의 함수값 $f(a)$, $f(b)$ 를 구한다.

③ ① , ②에서 구한 값중 가장 큰값을 최대값, 가장 작은값을 최소값이라 한다.

21. 곡선의 오목과 볼록

◈ 어떤 구간에서 항상 $f''(x)>0$이면, 곡선 $y=f(x)$는 이 구간에서 아래로 볼록(또는 위로 오목)하다.

◈ 어떤 구간에서 항상 $f''(x)<0$이면, 곡선 $y=f(x)$는 이 구간에서 위로 볼록(또는 아래로 오목)하다.

22. 변곡점의 판정

◈ 함수 $y=f(x)$에서 $f''(a)=0$이고 $x=a$의 좌우에서 $f''(x)$의 부호가 바뀌면, 점 $(a,\ f(a))$는 곡선 $y=f(x)$의 변곡점이다

23. 함수의 그래프 작성 요령

① 함수의 정의역, 치역을 구한다.

② 대칭성(x, y축, 원점, 또는 특별한 점이나 직선)

③ 좌표축 또는 특별한 직선과의 교점

④ 함수의 증가, 감소 및 극대, 극소

⑤ 곡선의 오목 볼록, 변곡점

⑥ $\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty} f(x)$, 점근선

24. 속도와 가속도

◈ 수직선위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 좌표가 $x=f(t)$일 때

점 P의 속도 v와 가속도 α는 $v=\dfrac{dx}{dt}f'(t)$, $\alpha=\dfrac{dv}{dt}f''(t)$ 이다.

◈ 평면 위의 운동 : $P(x, y)$이고, $x=f(t)$, $y=g(t)$일 때

① $\vec{v}=(v_x, v_y)=(\dfrac{dx}{dt}, \dfrac{dy}{dt})$ $|\vec{v}|=\sqrt{v_x^2+v_y^2}$

② $\vec{a}=(a_x, a_y)=(\dfrac{d^2x}{dt^2}, \dfrac{d^2y}{dt^2})$ $|\vec{a}|=\sqrt{a_x^2+a_y^2}$

25. 여러가지 변화율

◈ 시각 t에서의 길이, 넓이, 부피가 각각 l, S, V인 도형이 Δt시간이
경과한후에 각각 Δl, ΔS, ΔV 만큼 변했다고 할때 시각 t에서의
길이, 넓이, 부피의 변화율은 각각 $\dfrac{dl}{dt}$, $\dfrac{dS}{dt}$, $\dfrac{dV}{dt}$ 이다.

3. 적 분 법

1. 부정적분(원시함수)의 정의

◈ 함수 $f(x)$를 도함수로 가지는 함수 $F(x)$ 즉, $F'(x)=f(x)$ 가 되는 함수 $F(x)$를 $f(x)$의 원시함수라 한다.

2. 부정적분의 의미

◈ $F'(x)=f(x)$ 일 때

$$\int f(x)\,dx = F(x)+C$$ (단, C는 적분상수)

3. 부정적분의 미분

① $\frac{d}{dx}F(x)=f(x) \Leftrightarrow F(x)=\int f(x)dx$

② $\frac{d}{dx}\left\{\int f(x)dx\right\}=f(x)$

③ $\int\left\{\frac{d}{dx}f(x)\right\}dx=f(x)+c$

4. 부정적분의 계산

① $\int dx=x+c$

② x^n의 부정적분 : n인 실수일 때 $\int x^n\,dx=\frac{x^{n+1}}{n+1}+C$ (단, C는 적분상수)

③ $\int\frac{1}{x}\,dx=\ln|x|+C$

④ $\int kf(x)\,dx = k\int f(x)\,dx$ (단, k는 상수)

⑤ $\int\{f(x)\pm g(x)\}dx=\int f(x)dx\pm\int g(x)dx$ (복부호 동순)

⑥ $\int(ax+b)^n dx=\frac{1}{n+1}(ax+b)^{n+1}\cdot\frac{1}{a}+C$

⑦ $\int\{f(x)\}^n f'(x)\,dx=\frac{1}{n+1}\{f(x)\}^{n+1}+C$

⑧ $\int\frac{f'(x)}{f(x)}=\ln|f(x)|+C$

☞ $\int\{f(x)g(x)\}dx\neq\int f(x)dx\int g(x)dx$

5. 삼각함수의 부정적분

① $\int \sin x dx = -\cos x + C$ ② $\int \cos x dx = \sin x + C$

③ $\int \sec^2 x dx = \tan x + C$ ④ $\int \mathrm{cosec}^2 x dx = -\cot x + C$

⑤ $\int \sec x \tan x dx = \sec x + C$ ⑥ $\int \mathrm{cosec}\, x \cot x dx = -\mathrm{cosec}\, x + C$

☞ $1 + \tan^2 x = \sec^2 x$, $1 + \cot^2 x = \mathrm{cosec}^2 x$

6. 지수함수의 부정적분

① $\int a^x dx = \frac{1}{\ln a} a^x + C (a > 0,\ a \neq 1)$

② $\int e^x dx = e^x + C$

7. 치환 적분법

◈ $x = g(t)$일 때

$$\int f(x) dx = \int f(x) \frac{dx}{dt} dt = \int f(g(t)) g'(t) dt$$

◈ 특수꼴의 적분법

① $\sqrt{a^2 - x^2}$ 꼴 적분은 $x = \sin\Theta$로 치환

② $\sqrt{a^2 + x^2}$, $\frac{1}{x^2 + a^2}$ 꼴 적분은 $x = a\tan\Theta$로 치환

③ $\sqrt{x^2 - a^2}$ 꼴 적분은 $x = a\sec\Theta$로 치환

8. 부분적분법

◈ $\int f(x) g'(x) dx = f(x)g(x) - \int f'(x) g(x) dx$

9. 정적분의 성질

◈ 실수 a , b, c 의 대소에 관계없이 다음이 성립한다.

① $\int_a^a f(x) dx = 0$, $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$

② $\int_a^b k f(x) dx = k \int_a^b f(x) dx$ (단, k는 상수)

③ $\int_a^b \{f(x) \pm g(x)\} dx = \int_a^b f(x) dx \pm \int_a^b g(x) dx$ (복부호동순)

④ $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$

10. 정적분의 치환적분법

◈ 함수 $x=g(t)$가 미분가능하고 $a=g(\alpha)$, $b=g(\beta)$일 때,

$$\int_a^b f(x)dx=\int_\alpha^\beta f(g(t))g'(t)\,dt$$

11. 정적분의 부분적분법

◈ $\int_a^b f(x)g'(x)\,dx=[f(x)g(x)]_a^b-\int_a^b f'(x)g(x)dx$

12. 곡선과 좌표축사이의 넓이

◈ 곡선과 x축 사이의 넓이 : 구간 $[a, b]$에서 연속인 함수 $y=f(x)$와 x축 및 $x=a$, $x=b$로 둘러싸인 도형의 넓이 S는 $S=\int_a^b |f(x)|\,dx$ 이다.

◈ 곡선과 y축 사이의 넓이 : 구간 $[c, d]$에서 연속인 곡선 $x=f(y)$와 $y=c$, $y=d$로 둘러싸인 도형의 넓이 S는 $S=\int_c^d |f(y)|\,dy$ 이다.

13. 두 곡선 사이의 넓이

① 두 곡선 $y=f(x)$와 $y=g(x)$및 두 직선 $x=a$, $x=b$ (단, $a<b$)로 둘러싸인 도형의 넓이 S는 $S=\int_a^b |f(x)-g(x)|\,dx$ 이다.

② 두 곡선 $x=f(y)$와 $x=g(y)$및 두 직선 $y=c$, $y=d$(단, $c<d$)로 둘러싸인 도형의 넓이 S는 $S=\int_c^d |f(y)-g(y)|\,dy$ 이다.

14. 입체의 부피

◈ 구간 $[a, b]$의 임의의 점 x에서 x축에 수직인 평면으로 자른 단면의 넓이가 $S(x)$인 입체의 부피 V는 $V=\int_a^b S(x)\,dx$ 이다.

15. 회전체의 부피 (Ⅰ)

① 곡선 $y=f(x)$ (단, $a\le x\le b$) 를 x축의 둘레로 회전시켜 생기는 회전체의 부피 V는

$$V=\pi\int_a^b y^2dx=\pi\int_a^b \{f(x)\}^2dx$$ 이다.

② 곡선 $x=g(x)$ (단, $a\le y\le b$) 를 y축의 둘레로 회전시켜 생기는 회전체의 부피 V는

$$V=\pi\int_a^b x^2dy=\pi\int_a^b \{g(y)\}^2dy$$ 이다.

16. 회전체의 부피 (II)

◈ 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$ (단, $f(x)\geq g(x)\geq 0$) 및 두 직선 $x=a$, $x=b$ (단, $a<b$) 로 둘러싸인 도형을 x축둘레로 회전시킬 때 생기는 회전체의 부피 V는

$$V=\pi\int_a^b\{f(x)\}^2dx-\pi\int_a^b\{g(x)\}^2dx=\pi\int_a^b[\{f(x)\}^2-\{g(x)\}^2]dx$$

17. 정적분과 무한급수

◈ a , b , k가 상수이고 $f(x)$ 가 연속함수일 때

① $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}f\left(a+\frac{b-a}{n}k\right)\frac{b-a}{n}=\int_a^b f(x)dx$

② $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}f\left(\frac{k}{n}\right)\frac{1}{n}=\int_0^1 f(x)\,dx$, $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}f\left(\frac{a}{n}k\right)\frac{a}{n}=\int_0^a f(x)\,dx$

18. 위치의 변화량

◈ 수직선 위를 움직이는 점P의 시각 t에서의 속도를 $v(t)$ 라고 할 때 $t=a$ 에서 $t=b$까지의 점P의 위치의 변화량은

$$\int_a^b v(t)\,dt$$ 이다.

19. 경과거리

◈ 수직선 위를 움직이는 점P의 시각 t에서의 속도를 $v(t)$ 라 할 때

시각 $t=a$에서 $t=b$ (단 $a<b$)까지 실제 이동거리 s는

$$s=\int_a^b|v(t)|\,dt$$ 이다.

☞ $\int$(가속도)dx=속도, $\int$(속도)dx=위치

20. 평면위의 점의 운동

◈ 평면 위를 움직이는 점 $P(x,\ y)$의 시각 t에서의 좌표가 $x=f(t)$, $y=g(t)$로 주어질 때, 시각 a에서 b까지의 경과거리는

$$S(t)=\int_a^b|\vec{v}|dt=\int_a^b\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2}\,dt$$