Ejercicios Capítulo 1

1. Sean *A, B* matrices de orden *n*. Demostrar que $(A+B)^T = A^T + B^T$ y $(AB)^T = B^T A^T$

2. Sean $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ -1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & -2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 2 \\ -3 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & -3 \end{pmatrix}$ matrices. Corroborar utilizando Matlab que si *A* y *B* son simétricas, entonces AB no es necesariamente simétrica.

3. Sean *A, B* matrices de orden *n* e invertibles. Demostrar que *AB* es invertible

4. Sean $A = \begin{pmatrix} 0 & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$. Calcular (con Matlab para A) las potencias p-ésimas.

5. Una matriz *N* de orden *n* se dice nilpotente si existe un número natural $r \geq 1$ tal que $N^r = 0$. Si *N* es nilpotente, entonces la matriz *I-N* es invertible y $(I-N)^{-1} = I + N + N^2 + \cdots + N^{r-1}$. Calcular r y corroborar con Matlab la segunda afirmación para $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

6. Una matriz de Hilbert de dimensión *n* y parámetro *a* es una matriz tal que ele elemento $(i,j) = 1/(i+j-a)$. Calcular la inversa de la matriz de Hilbert de dimensión 4 y *a=1*.