

Міністерство освіти і науки України
Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут ім. Ігоря Сікорського»
Факультет інформатики та обчислювальної техніки
Кафедра обчислювальної техніки

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 3

з дисципліни «Методи наукових досліджень»

на тему «ПРОВЕДЕННЯ ТРЬОХФАКТОРНОГО ЕКСПЕРИМЕНТУ З
ВИКОРИСТАННЯМ ЛІНІЙНОГО РІВНЯННЯ РЕГРЕСІЇ.»

Виконав:
студент 2 курсу
групи ІВ-91
Охочий Р.О.
Номер у списку групи: 21

ПЕРЕВІРИВ:
ас. Регіда П.Г.

Хід роботи

Мета: провести дробовий трьохфакторний експеримент. Скласти матрицю планування, знайти коефіцієнти рівняння регресії, провести 3 статистичні перевірки.

Завдання:

1. Скласти матрицю планування для дробового трьохфакторного експерименту. Провести експеримент в усіх точках факторного простору, повторивши N експериментів, де N – кількість експериментів (рядків матриці планування) в усіх точках факторного простору – знайти значення функції відгуку Y. Значення функції відгуку знайти у відповідності з варіантом діапазону, зазначеного далі (випадковим чином).

$$y_{\max} = 200 + x_{\text{ср max}};$$

$$y_{\min} = 200 + x_{\text{ср min}}$$

$$\text{де } x_{\text{ср max}} = \frac{x_{1\max} + x_{2\max} + x_{3\max}}{3}, \quad x_{\text{ср min}} = \frac{x_{1\min} + x_{2\min} + x_{3\min}}{3}$$

2. Знайти коефіцієнти лінійного рівняння регресії. Записати лінійне рівняння регресії.

3. Провести 3 статистичні перевірки.

4. Написати комп'ютерну програму, яка усе це виконує.

№ _{варіанта}	X ₁		X ₂		X ₃	
	min	max	min	max	min	max
121	10	40	-30	45	-30	-10

Код програми

```
import random
import numpy as np

M = 3
x1mm = [10, 40]
x2mm = [-30, 45]
x3mm = [-30, -10]
print('x1_min =', x1mm[0], ', x1_max =', x1mm[1])
print('x2_min =', x2mm[0], ', x2_max =', x2mm[1])
print('x3_min =', x3mm[0], ', x3_max =', x3mm[1])
print('-----')

x0 = [1, 1, 1, 1]
x1 = [-1, -1, 1, 1]
x2 = [-1, 1, -1, 1]
x3 = [-1, 1, 1, -1]
print('x0:', x0)
print('x1:', x1)
print('x2:', x2)
print('x3:', x3)
print('-----')

X1 = [10, 10, 40, 40]
X2 = [-30, 45, -30, 45]
X3 = [-30, -10, -10, -30]
print('X1:', X1)
print('X2:', X2)
print('X3:', X3)
print('-----')

x_ser_max = (max(X1) + max(X2) + max(X3)) / 3
x_ser_min = (min(X1) + min(X2) + min(X3)) / 3
print('Середнє значення максимумів X:', x_ser_max)
print('Середнє значення мінімумів X:', x_ser_min)
print('-----')

y_Max = int(200 + x_ser_max)
y_Min = int(200 + x_ser_min)
print('Максимум Y:', y_Max)
print('Мінімум Y:', y_Min)
print('-----')

y1 = [random.randint(y_Min, y_Max) for i in range(4)]
y2 = [random.randint(y_Min, y_Max) for i in range(4)]
y3 = [random.randint(y_Min, y_Max) for i in range(4)]
print('y1:', y1)
print('y2:', y2)
print('y3:', y3)
print('-----')

y_ser_arr = [(y1[i] + y2[i] + y3[i]) / 3 for i in range(4)]
print('Середні значення Y:', y_ser_arr)
print('-----')
```

```
mx1 = np.average(X1)
mx2 = np.average(X2)
mx3 = np.average(X3)
my = np.average(y_ser_arr)
print('mx1 =', mx1)
print('mx2 =', mx2)
print('mx3 =', mx3)
print('my =', my)
print('-----')

a1 = sum([X1[i] * y_ser_arr[i] for i in range(4)]) / 4
a2 = sum([X2[i] * y_ser_arr[i] for i in range(4)]) / 4
a3 = sum([X3[i] * y_ser_arr[i] for i in range(4)]) / 4
print('a1 =', a1)
print('a2 =', a2)
print('a3 =', a3)
print('-----')

a11 = sum([i * i for i in X1]) / 4
a22 = sum([i * i for i in X2]) / 4
a33 = sum([i * i for i in X3]) / 4
print('a11 =', a11)
print('a22 =', a22)
print('a33 =', a33)
print('-----')

a12 = sum([X1[i] * X2[i] for i in range(4)]) / 4
a13 = sum([X1[i] * X3[i] for i in range(4)]) / 4
a23 = sum([X2[i] * X3[i] for i in range(4)]) / 4
a21 = a12
a31 = a13
a32 = a23
print('a12 =', a12)
print('a13 =', a13)
print('a23 =', a23)
print('a21 =', a21)
print('a31 =', a31)
print('a32 =', a32)
print('-----')
print('-----')

b0 = np.linalg.det([[my, mx1, mx2, mx3],
                    [a1, a11, a12, a13],
                    [a2, a21, a22, a23],
                    [a3, a31, a32, a33]]) / np.linalg.det([[1, mx1, mx2, mx3],
                                                            [mx1, a11, a12, a13],
                                                            [mx2, a21, a22, a23],
                                                            [mx3, a31, a32, a33]])

b1 = np.linalg.det([[1, my, mx2, mx3],
                    [mx1, a1, a12, a13],
                    [mx2, a2, a22, a23],
                    [mx3, a3, a32, a33]]) / np.linalg.det([[1, mx1, mx2, mx3],
                                                            [mx1, a11, a12, a13],
                                                            [mx2, a21, a22, a23],
                                                            [mx3, a31, a32, a33]])

b2 = np.linalg.det([[1, mx1, my, mx3],
                    [mx1, a11, a1, a13],
                    [mx2, a21, a2, a23],
                    [mx3, a31, a3, a33]]) / np.linalg.det([[1, mx1, mx2, mx3]
```

```

                                [mx1, a11, a12, a13],
                                [mx2, a21, a22, a23],
                                [mx3, a31, a32, a33]])
b3 = np.linalg.det([[1, mx1, mx2, my],
                    [mx1, a11, a12, a1],
                    [mx2, a21, a22, a2],
                    [mx3, a31, a32, a3]]) / np.linalg.det([[1, mx1, mx2, mx3],
                                                            [mx1, a11, a12, a13],
                                                            [mx2, a21, a22, a23],
                                                            [mx3, a31, a32, a33]])

print(f'y = {b0} + {b1}*x1 + {b2}*x2 + {b3}*x3')

print('!!!-----!!!')
print('Перевірка:')
for i in range(4):
    y = b0 + b1 * X1[i] + b2 * X2[i] + b3 * X3[i]
    print('y =', y)
print('!!!-----!!!')

print('Перевірка однорідності дисперсії за критерієм Кохрена')

dispersion = [(y1[i] - y_ser_arr[i]) ** 2 + (y2[i] - y_ser_arr[i]) ** 2 + (y3[i] -
y_ser_arr[i]) ** 2) / 3 for i in range(4)]
print('Дисперсії:', dispersion)

gp = max(dispersion) / sum(dispersion)
print('Gp =', gp)
print('Gτ = 0.7679')

if gp < 0.7679:
    print('Дисперсія однорідна')
    print('-----')

    print('Оцінка значимості коефіцієнтів регресії за критерієм Стюдента')

    s2b = sum(dispersion) / 4
    s2bs = s2b / 4 * M
    sb = s2bs ** (1/2)

    beta0 = sum([y_ser_arr[i] * x0[i] for i in range(4)]) / 4
    beta1 = sum([y_ser_arr[i] * x1[i] for i in range(4)]) / 4
    beta2 = sum([y_ser_arr[i] * x2[i] for i in range(4)]) / 4
    beta3 = sum([y_ser_arr[i] * x3[i] for i in range(4)]) / 4

    beta_arr = [beta0, beta1, beta2, beta3]
    t_arr = [abs(beta_arr[i]) / sb for i in range(4)]
    print('beta0 =', beta0)
    print('beta1 =', beta1)
    print('beta2 =', beta2)
    print('beta3 =', beta3)
    print()
    print('t0 =', t_arr[0])
    print('t1 =', t_arr[1])
    print('t2 =', t_arr[2])
    print('t3 =', t_arr[3])
    print()
    print('tтабл = 2.306')
    print('-----')

```

```

---')

ind = []
for i, v in enumerate(t_arr):
    if t_arr[i] > 2.306:
        ind.append(i)
    else:
        print(f'Коефіцієнт b{i} приймаємо не значним при рівні значимості 0.05')

print()

b_list = [b0, b1, b2, b3]
print(f'y = b{ind[0]}')
print()

b_res = [b_list[ind[0]] for i in range(4)]
for i in b_res:
    print(f'y = {i}')

print('-----')

print('Критерій Фішера')

d = 1
print('d =', d)

s2_ad = M * sum([(y_ser_arr[i] - b_res[i]) ** 2 for i in range(4)]) / (4 - d)
fp = s2_ad / s2b
print('Fp =', fp)
print('Ft = 4.5')

if fp > 4.5:
    print('Рівняння регресії неадекватно оригіналу при рівні значимості 0.05')
else:
    print('Рівняння регресії адекватно оригіналу при рівні значимості 0.05')
else:
    print('Дисперсія неоднорідна')
    print('-----')

```

Результати роботи програми

```
x1_min = 10 , x1_max = 40
x2_min = -30 , x2_max = 45
x3_min = -30 , x3_max = -10
-----
x0: [1, 1, 1, 1]
x1: [-1, -1, 1, 1]
x2: [-1, 1, -1, 1]
x3: [-1, 1, 1, -1]
-----
X1: [10, 10, 40, 40]
X2: [-30, 45, -30, 45]
X3: [-30, -10, -10, -30]
-----
Середнє значення максимумів X: 25.0
Середнє значення мінімумів X: -16.666666666666668
-----
Максимум Y: 225
Мінімум Y: 183
-----
y1: [187, 199, 187, 200]
y2: [215, 213, 224, 206]
y3: [215, 205, 196, 188]
-----
Середні значення Y: [205.66666666666666, 205.66666666666666, 202.33333333333334, 198.0]
-----
mx1 = 25.0
mx2 = 7.5
mx3 = -20.0
my = 202.91666666666666
-----
a1 = 5031.666666666667
a2 = 1481.25
a3 = -4047.5
-----
a11 = 850.0
a22 = 1462.5
a33 = 500.0
-----
a12 = 187.5
a13 = -500.0
a23 = -150.0
a21 = 187.5
a31 = -500.0
```

```

a21 = 187.5
a31 = -500.0
a32 = -150.0
-----
y = 209.8833333333316 + -0.1833333333331*x1 + -0.0288888888888797*x2 + 0.1083333333333282*x3
!!!-----!!!
Перевірка:
y = 205.6666666666654
y = 205.6666666666654
y = 202.3333333333333
y = 197.9999999999997
!!!-----!!!
Перевірка однорідності дисперсії за критерієм Кохрена
Дисперсії: [174.2222222222226, 32.88888888888886, 248.222222222222, 56.0]
Gr = 0.4854411125597565
Gt = 0.7679
Дисперсія однорідна
-----
Оцінка значимості коефіцієнтів регресії за критерієм Стюдента
beta0 = 202.91666666666666
beta1 = -2.749999999999993
beta2 = -1.0833333333333357
beta3 = 1.0833333333333357

t0 = 20.72359188488637
t1 = 0.2808536066534902
t2 = 0.11063929959076937
t3 = 0.11063929959076937

tтабл = 2.306
-----
Коефіцієнт b1 приймаємо не значним при рівні значимості 0.05
Коефіцієнт b2 приймаємо не значним при рівні значимості 0.05
Коефіцієнт b3 приймаємо не значним при рівні значимості 0.05

y = b0

y = 209.8833333333316
y = 209.8833333333316
y = 209.8833333333316
y = 209.8833333333316
-----
-----
Критерій Фішера
d = 1
Fr = 1.8287614080833643
Ft = 4.5
Рівняння регресії адекватно оригіналу при рівні значимості 0.05

```


Відповіді на контрольні запитання

1. Що називається дробовим факторним експериментом?

ДФЕ – це частина ПФЕ, який мінімізує число дослідів, за рахунок тієї інформації, яка не дуже істотна для побудови лінійної моделі.

2. Для чого потрібно розрахункове значення Кохрена?

Критерій Кохрена використовують для порівняння трьох і більше виборок однакового обсягу n

3. Для чого перевіряється критерій Стюдента?

За допомогою критерія Стюдента перевіряється значущість коефіцієнта рівняння регресії.

Тобто, якщо виконується нерівність $t_s < t_{\text{табл}}$, то приймається нуль-гіпотеза, тобто вважається, що знайдений коефіцієнт β_s є статистично незначущим і його слід виключити з рівняння регресії.

Якщо $t_s > t_{\text{табл}}$ то гіпотеза не підтверджується, тобто β_s – значимий коефіцієнт і він залишається в рівнянні регресії.

4. Чим визначається критерій Фішера і як його застосовувати?

Отримане рівняння регресії необхідно перевірити на адекватність досліджуваному об'єкту. Для цієї мети необхідно оцінити, наскільки відрізняються середні значення у вихідної величини, отриманої в точках факторного простору, і значення y , отриманого з рівняння регресії в тих самих точках факторного простору. Для цього використовують дисперсію адекватності.

Адекватність моделі перевіряють за F-критерієм Фішера.

Якщо $F_{\text{прак}} < F_{\text{теор}}$, то отримана математична модель з прийнятим рівнем статистичної значимості q адекватна експериментальним даним.