

修士論文題目

Riemann 対称空間上における測地線の簡約部分 Lie 代数への射影に対する有界性  
—低階数・低次元の場合—

氏名: 奥田 堯子

本修士論文は, 小林俊行氏による次の予想 0.1 を  $G$  の実階数や  $H$  の次元が低い場合に証明した (記号は後述する).

予想 0.1 ベクトル空間としての分解  $\mathfrak{p} = (\mathfrak{p} \cap \mathfrak{h}) \oplus (\mathfrak{p} \cap \mathfrak{h}^\perp)$  に沿って  $X = X_1 + X_2$  と分解すると,  $\mathfrak{p}_{H, \text{bdd.}} = \{X \in \mathfrak{p} \mid [X_1, X_2] \neq 0 \text{ or } X_1 = 0\}$  である.

慣例的な記号や設定は以下の通りとする.

記号と定義 0.2

- $G$  を非コンパクト実半単純 Lie 群,  $H$  を  $G$  の Cartan 対合  $\Theta$  に対する非コンパクトな簡約部分 Lie 群とする.
- $\mathfrak{g} := \text{Lie } G$ ,  $\mathfrak{h} := \text{Lie } H$  とし,  $\mathfrak{g} = \mathfrak{k} \oplus \mathfrak{p}$  を  $\theta := d\Theta$  による Cartan 分解とする.
- $e_G$  を  $G$  の単位元とし,  $o_K := e_G K \in G/K$  とする.
- $B(-, -)$  を  $\mathfrak{g}$  の Killing 形式とし,  $\mathfrak{h}^\perp \cap \mathfrak{p} := \{W \in \mathfrak{p} \mid B(Y, W) = 0, \forall Y \in \mathfrak{h} \cap \mathfrak{p}\}$  とする.

以下の定理 0.3 を用いて,  $X \in \mathfrak{p}$  に対し,  $(Y(X), Z(X)) := \pi^{-1}(e^X \cdot o_K) \in (\mathfrak{h} \cap \mathfrak{p}) \oplus (\mathfrak{h}^\perp \cap \mathfrak{p})$  と定義する.

定理 0.3 [Kob89, Lemma 6.1]

$\pi: (\mathfrak{h} \cap \mathfrak{p}) \oplus (\mathfrak{h}^\perp \cap \mathfrak{p}) \ni (Y, Z) \mapsto e^Y e^Z \cdot o_K \in G/K$  は上への微分同相である.

参考文献

- [Kob89] T. Kobayashi, *Proper action on a homogeneous space of reductive type*, Math. Ann., Vol. 285, Issue. 2, 1989, pp. 249–263.
- [Kob97] T. Kobayashi, *Invariant measures on homogeneous manifolds of reductive type*, J. Reine Angew. Math., Vol. 1997, No. 490–1, 1997, pp. 37–54