UNIVERSIDAD NACIONAL DE JULIACA

Cálculo Diferencial

Formulario

Límites Matemáticos

$$\lim_{x \to c} f(x) = L$$

De: Ronald Francisco Ari Paredes

24 de octubre de 2022

1. Límites y límites laterales

1. $\lim\limits_{x\to c^+} f(x) = \lim\limits_{x\to c^-} f(x) = L \Leftrightarrow \lim\limits_{x\to c} f(x) = L$
2. $\lim\limits_{x\to c^+} f(x) \neq \lim\limits_{x\to c^-} f(x) \Rightarrow \nexists \lim\limits_{x\to c} f(x)$

2. Límites de funciones simples

1. $\lim\limits_{x\to c} a = a$
2. lím
3. $\lim\limits_{x\to c} ax + b = ac + b$
4. $\lim\limits_{x\to c} x^r = c^r$
5. $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{1}{x^r} = +\infty$
6. $\lim\limits_{x\to 0^-} \dfrac{1}{x^r} = \begin{cases} -\infty\,;\ Si\, r\, es\, impar \\ +\infty\,;\ Si\, r\, es\, par \end{cases}$

3. Hechos sobre $\pm\infty$ en Límites

1. Si $a \neq 0$ y $a < \infty$:
   - $\circ\ 0 + \infty = \infty$
   - $\circ\ a + \infty = \infty$
   - $\circ\ \frac{a}{\infty} = 0$
   - $\circ\ \frac{a}{0} = \begin{cases} \infty,\ a > 0 \\ -\infty,\ a < 0 \end{cases}$
   - $\circ\ a \times \infty = \begin{cases} \infty,\ a > 0 \\ -\infty,\ a < 0 \end{cases}$

4. Hechos sobre funciones

1. $\lim\limits_{x\to 0} sen(x) = sen(0) = 0$
2. $\lim\limits_{x\to 0} \cos(x) = \cos(0) = 1$
3. $\lim\limits_{x\to a} sen(x) = sen(a)$
4. $\lim\limits_{x\to a} \cos(x) = \cos(a)$
5. $\lim\limits_{x\to 0} e^x = e^0 = 1$
6. $\lim\limits_{x\to a} \log_a(a) = 1$
7. Si $a > 1$

$$\circ \lim_{z\to 0^+} \log_a x = \lim_{z\to 0^+} \ln x = \lim_{x\to 0^+} \log_{10} x = -\infty$$

$$\circ \lim_{z\to \infty} \log_a x = \lim_{z\to \infty} \ln x = \lim_{x\to \infty} \log_{10} x = \infty$$

8. Si $a < 1$

$$\circ \lim_{z\to 0^+} \log_a x = \infty \qquad \circ \lim_{z\to \infty} \log_a x = -\infty$$

5. Formas Indeterminadas

$$\frac{0}{0},\ \frac{\infty}{\infty},\ 0\times\infty,\ 1^{\infty},\ \infty-\infty,\ 0^0\ y\ \infty^0$$

6. Formas no Indeterminadas

1. Si $\lim\limits_{z\to c}\dfrac{f(x)}{g(x)}$ tiene la forma $\left[\frac{1}{0}\right]$:

$$\lim_{z\to c}\frac{f(x)}{g(x)}=\begin{cases}-\infty\\+\infty\\ No\,existe\end{cases}$$

2. Si $\lim\limits_{x\to c} f(x)^{g(x)}$ tiene la forma $[0^{\infty}]$:

$$\lim_{z\to c} f(x)^{g(x)}=0$$

7. Límites cerca de Infinito

1. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{a}{x}=0$, para todo real a
2. $\lim\limits_{x\to\infty}\sqrt[x]{x}=1$
3. $\lim\limits_{x\to\infty}\sqrt[a]{x}=1$
4. $\lim\limits_{x\to\infty}\infty$ para todo $a>0$
5. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x}{a}=\begin{cases}\infty, & a>0\\ no\,existe, & a=0\\ -\infty, & a<0\end{cases}$
6. $\lim\limits_{z\to\infty}X^a=\begin{cases}\infty, & a>0\\ 1, & a=0\\ 0, & a<0\end{cases}$
7. $\lim\limits_{x\to\infty}a^x=\begin{cases}\infty, & a>0\\ 1, & a=0\\ 0, & 0<a<1\end{cases}$
8. $\lim\limits_{x\to\infty}a^{-x}=\begin{cases}0, & a>0\\ 1, & a=0\\ \infty, & 0<a<1\end{cases}$

8. Límites de Polinomios

$$\lim_{z\to\infty}[a_nX^n+...+a_1]=\lim_{z\to\infty}a_nX^n \qquad \leftarrow \text{Máxima potencia.}$$

$$\lim_{z\to\infty}\frac{mx^a}{nx^b}=\begin{cases}0, & Si\ a<b\\ \frac{m}{n}, & Si\ a=b\\ \infty, & Si\ a>b\end{cases}$$

9. Límites de funciones generales

1. Si: $\lim\limits_{x\to c}f(x)=F$ y $\lim\limits_{z\to c}g(x)=G$ Entonces:

- $\lim\limits_{x\to c}[f(x)\pm g(x)]=F\pm G$
- $\lim\limits_{x\to c}[a\times g(x)]=a\times G$

- $\lim_{x\to c}[f(x)\times g(x)] = F\times G$
- $\lim_{x\to c} f(x)^n = F^n$
- $\lim_{x\to c}\dfrac{f(x)}{g(x)} = \dfrac{F}{G}$
- $\lim_{x\to c}\sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{F}$

10. Composición de funciones

1. Si $f(x)$ es continua $\lim_{z\to c} g(x) = G$ Entonces:

$$\lim_{x\to c} f(g(x)) = f(\lim_{z\to c} g(x)) = f(G)$$

11. Límites y Derivadas

1. $\lim_{h\to 0}\dfrac{f(x+h)-f(x)}{h} = f'(x)$
2. $\lim_{h\to x}\sqrt[n]{\dfrac{f(x+h)}{f(x)}} = \exp\left(\dfrac{f'(x)}{f(x)}\right)$
3. $\lim_{h\to 0}\sqrt[n]{\dfrac{f(x+h\times x)}{f(x)}} = \exp\left(\dfrac{xf'(x)}{f(x)}\right)$

12. Límites en Funciones Trigonométricas

1. $\lim_{x\to 0}\dfrac{\sin(x)}{x} = 1$
2. $\lim_{x\to 0}\dfrac{\sin(ax)}{ax} = 1$, para $a\neq 0$
3. $\lim_{x\to 0}\dfrac{1-\cos(x)}{x} = 1$
4. $\lim_{x\to 0}\dfrac{1-\cos(x)}{x^2} = \dfrac{1}{2}$
5. $\lim_{x\to n^{\pm}}\tan\left(\pi x+\dfrac{\pi}{2}\right) = \pm\infty$, para $n\epsilon\mathbb{Z}$
6. $\lim_{x\to 0}\dfrac{\sin(ax)}{x} = a$
7. $\lim_{x\to 0}\dfrac{\sin(ax)}{bx} = \dfrac{a}{b}$, para $b\neq 0$

13. Límites Especiales Notables

1. $\lim_{x\to 0^+} x^x = 1$
2. $\lim_{x\to 0}(1+x)^{\frac{1}{x}} = e$
3. $\lim_{x\to +\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x$
4. $\lim_{x\to \infty}\dfrac{n}{\sqrt[n]{n!}} = e$
5. $\lim_{x\to +\infty}\left(1-\dfrac{1}{x}\right)^x = \dfrac{1}{e}$
6. $\lim_{x\to +\infty}\left(1+\dfrac{k}{x}\right)^{mx} = e^{mx}$

7. $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x}{x+k}\right)^{x}=\dfrac{1}{e^{k}}$

8. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{a^{x}-1}{x}=\ln(a)$

9. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{c^{ax}-1}{bx}=\dfrac{a}{b}\ln(c)$

10. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin(x)}{x}=1$

11. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin(x)}{x}=1$

12. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos(x)-1}{x}=0$

13. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{(1+x)^{n}-1}{x}=n$

14. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^{n}-a^{n}}{x-a}=0$

15. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{x}-1}{x}=1$

16. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{ax}-1}{bx}=\dfrac{a}{b}$

17. $\lim\limits_{x\to 0}\left(1+a(e^{-x}-1)\right)^{\frac{-1}{x}}=e^{a}$

14. Límetes en Logaritmos y exponentes

1. $\lim\limits_{x\to\infty} xe^{-z}=0$

2. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\ln(x)}{x-1}=1$

3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x+1)}{x}=1$

4. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+ax)}{bx}=\dfrac{a}{b}$

5. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\log_{c}(1+ax)}{bx}=\dfrac{a}{b\ln c}$

6. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{-\ln(1+a\times(e^{-x}-1))}{x}=a$