

Laboratórne zariadenie LMOT: statické vlastnosti

CIELOM textu je opis laboratórneho dynamického systému LMOT z hľadiska jeho statických vlastností.

1 Opis dynamického systému LMOT

LMOT je laboratórne zariadenie predstavujúce reálny dynamický systém. Pozostáva z malého jednosmerného motora, tachodynamu, ktoré je na spoločnom hriadeli s motorom, a z elektronických obvodov, ktoré zabezpečujú napájanie motora. Elektronickými obvodmi sú tiež dané dominantné statické a dynamické vlastnosti výsledného systému. Do istej miery je možné tieto vlastnosti meniť manuálnym nastavením príslušného potenciometra.

Systém má jeden vstupný signál a jeden výstupný signál. Výstupný signál je priamo úmerný uhlovej rýchlosti jednosmerného motora, ktorá je snímaná tachodynamom. Vstupný signál ovláda napájanie motora.

Polohou potenciometra je v podstate daná prevádzková podmienka zariadenia. K dispozícii je signál zodpovedajúci polohe potenciometra a teda tým je k dispozícii informácia o prevádzkovej podmienke systému.

LMOT (čítaj *elmot*) je akronym pre „laboratórny motorček“, prípadne pre „little motor“.

2 Meranie prevodovej charakteristiky

V kontexte statických vlastností systému má vo všeobecnosti význam hovoriť o prevodovej charakteristike systému. Prevodová charakteristika je závislosť ustálených hodnôt výstupného signálu systému od ustálených hodnôt vstupného signálu systému.

Je zrejmé, že prevodová charakteristika sa týka systémov s prívlastkom statické, teda takých, ktoré nie sú astatické.

Prevodová charakteristika, niekde sa nazýva aj statická charakteristika, teda charakterizuje systém len v ustálených stavoch. Neobsahuje informáciu o dynamike systému.

2.1 Návrh merania

Z opisu predmetného dynamického systému vyplýva, že systém má jeden výstupný signál, jeden vstupný signál a manuálne nastaviteľnú prevádzkovú podmienku.

Rozsahy a jednotky signálov

Vstupný a výstupný signál nadobúdajú hodnoty v rozsahu 0 až 10 pričom ide o napäťové signály vo voltoch [V].

Prevádzková podmienka systému sa nastavuje manuálne otáčaním potenciometra. Signál o polohe potenciometra nadobúda hodnoty v rozsahu 0 [V] až 10 [V].

Voľba ustálených hodnôt vstupov

O predmetnom systéme je známe, že výstup systému sa ustáli vždy ak sú vstupy systému ustálené. Pre vyšetrovanie ustálených stavov je teda možné využiť celý rozsah vstupného signálu a celý rozsah prevádzkových podmienok.

Návrh uvažuje ustálené hodnoty vstupného signálu uvedené v tabuľke 1 a zároveň ustálené hodnoty reprezentujúce prevádzkové podmienky podľa tabuľky 2.

Tabuľka 1: Ustálené hodnoty vstupného signálu [V]

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|

Tabuľka 2: Ustálené hodnoty signálu o prevádzkových podmienkach [V]

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|

Voľba časového intervalu pre ustálenie výstupu systému

Empirické skúsenosti so systémom ukazujú, že z praktického hľadiska sa systém ustáli do 15 sekúnd po zmene na vstupe systému. Ukazuje sa však aj náchylnosť systému k poruchám spôsobeným zväčša mechanickými nedostatkami a vibráciami zrejme spôsobujúcimi zmeny trenia v mechanických častiach systému. Pre pozorovanie a vyhodnotenie vplyvu týchto porúch v ustálenom stave je časový interval pre ustálenie zvolený na 120 sekúnd.

Postup merania

Vzhľadom na uvedené voľby ustálených hodnôt a časového intervalu návrh predpokladá nasledovný postup.

1. Manuálne nastavenie prevádzkových podmienok na hodnotu z tabuľky 2.
2. Postupná zmena vstupného signálu na hodnoty z tabuľky 1 so zvoleným časovým intervalom. Takúto postupnú zmenu vyjadruje nasledujúca tabuľka 3.

Tabuľka 3: Postupná zmena vstupného signálu

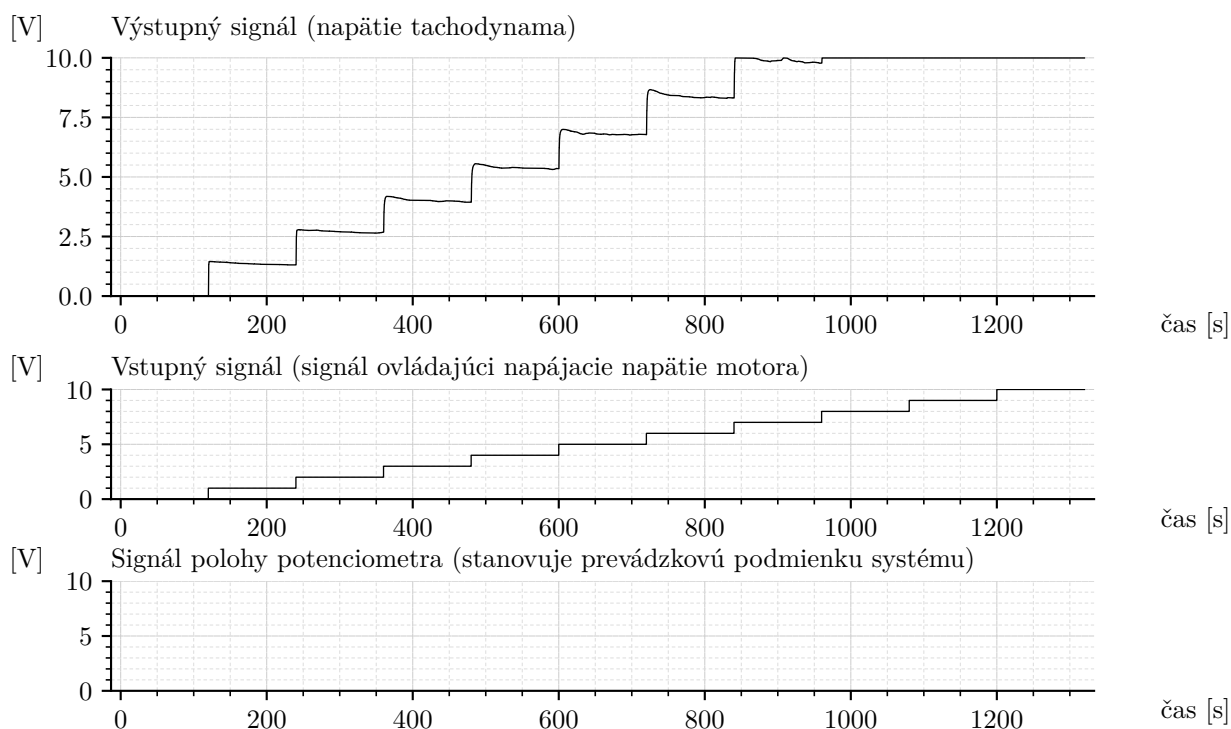
| Čas zmeny vstupného signálu [s] | Hodnota vstupného signál [V] |
|---------------------------------|------------------------------|
| 0 | 0 |
| 120 | 1 |
| 240 | 2 |
| 360 | 3 |
| 480 | 4 |
| 600 | 5 |
| 720 | 6 |
| 840 | 7 |
| 960 | 8 |
| 1080 | 9 |
| 1200 | 10 |

Celková dĺžka merania je teda $1200 + 120 = 1320$ sekúnd a počas tejto doby sú prevádzkové podmienky konštantné.

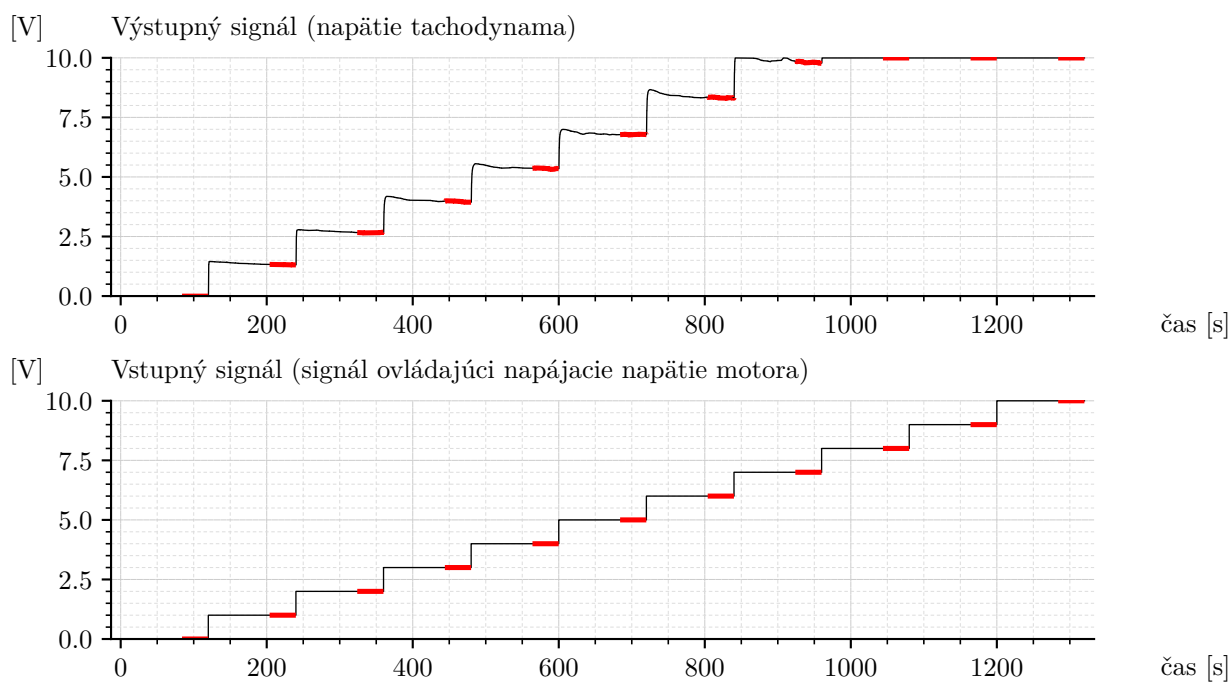
3 Získané dáta

Príklad získaných dát podľa uvedeného postupu je znázornený na nasledujúcom obrázku 1.

Získané dáta pre ostatné prevádzkové podmienky sú uvedené v prílohách tohto textu. Vizualizované sú tu tak dáta pre všetky prevádzkové podmienky, ktoré sú v tabuľke 2.



Obr. 1: Získané dáta pre vstupný signál a výstupný signál systému LMOT pri manuálne nastavenej prevádzkovej podmienke 0 [V].

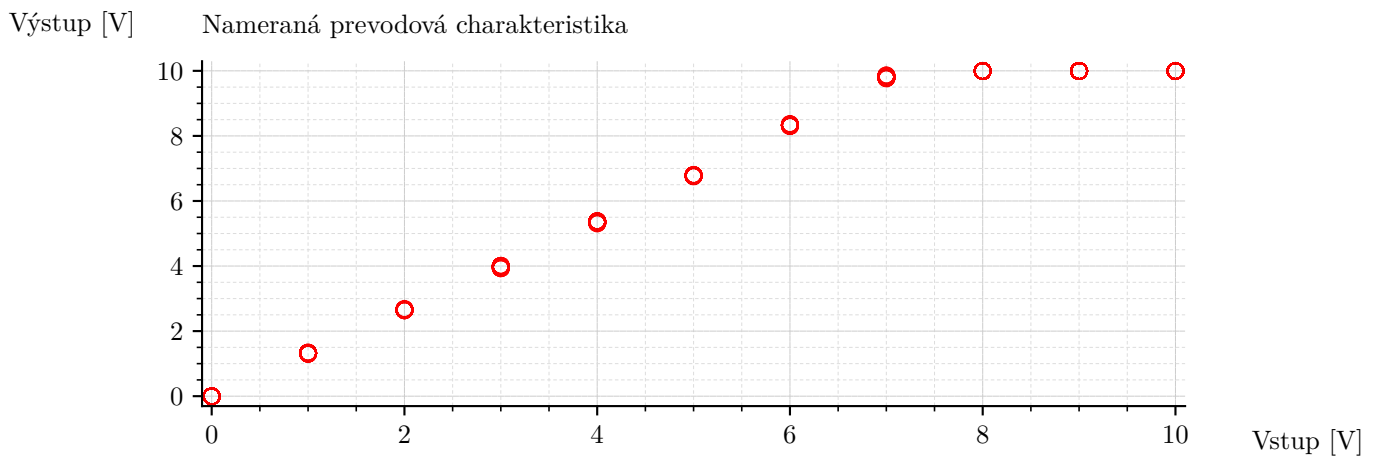


Obr. 2

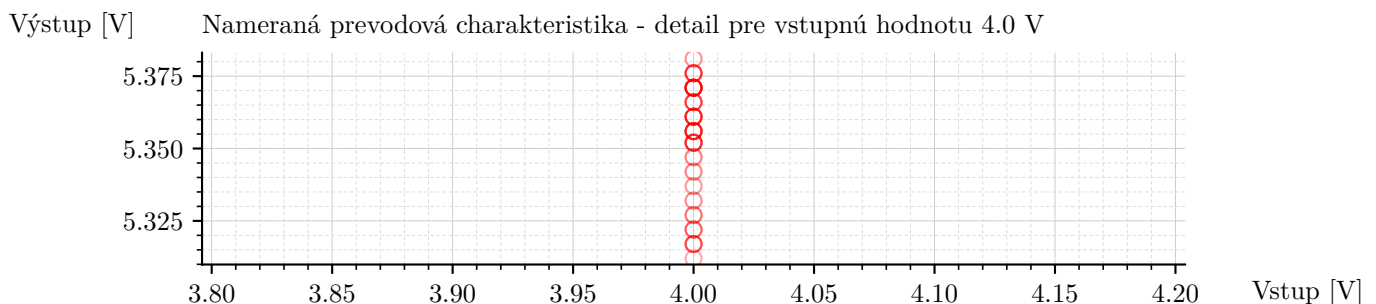
4 Spracovanie dát pre prevádzkovú podmienku 0 [V]

4.1 Vyznačenie ustálených úsekov

Zo získaných dát na obrázku 1 je potrebné vyňať úseky, počas ktorých sú výstupný a vstupný signál ustálené. V tomto prípade nech za ustálený stav sa považuje posledných 30 % zvoleného časového intervalu pre ustálenie, teda posledných 36 sekúnd z celkových 120 sekúnd. Takto vyňaté úseky sú znázornené na obrázku 2.



Obr. 3: Nameraná prevodová charakteristika pre prevádzkovú podmienku 0 [V].



Obr. 4

4.2 Nameraná prevodová charakteristika

Výňaté úseky je možné zlúčiť do jedného dátového súboru. Obsahuje len hodnoty vstupného signálu a výstupného signálu, pre ktoré je možné konštatovať, že zodpovedajú ustálenému stavu. Takéto dáta charakterizujú systém v ustálených stavoch.

Grafické znázornenie uvedených dát tak, že na x-ovej osi sú hodnoty vstupného signálu v ustálenom stave a na y-ovej osi sú prislúchajúce hodnoty výstupného signálu v ustálenom stave, je vlastne grafickým vyjadrením nameranej prevodovej charakteristiky. Nameraná prevodová charakteristika je znázornená na obrázku 3.

Pre lepšiu ilustráciu, že uvedený dataset neobsahuje takpovediac len niekoľko bodov, ale že každý ustálený stav je reprezentovaný viacerými hodnotami, je na obrázku 4 zobrazený detail pre zvolenú hodnotu vstupného signálu.

4.3 Aproximácia prevodovej charakteristiky

Nameraná prevodová charakteristika znázornená na obrázku 3 zachytáva vzťah medzi vstupným a výstupným signálom v konkrétnych ustálených stavoch. Pre pokrytie celého rozsahu vstupného a výstupného signálu je účelné identifikovať model, ktorý by aproximoval nameranú prevodovú charakteristiku.

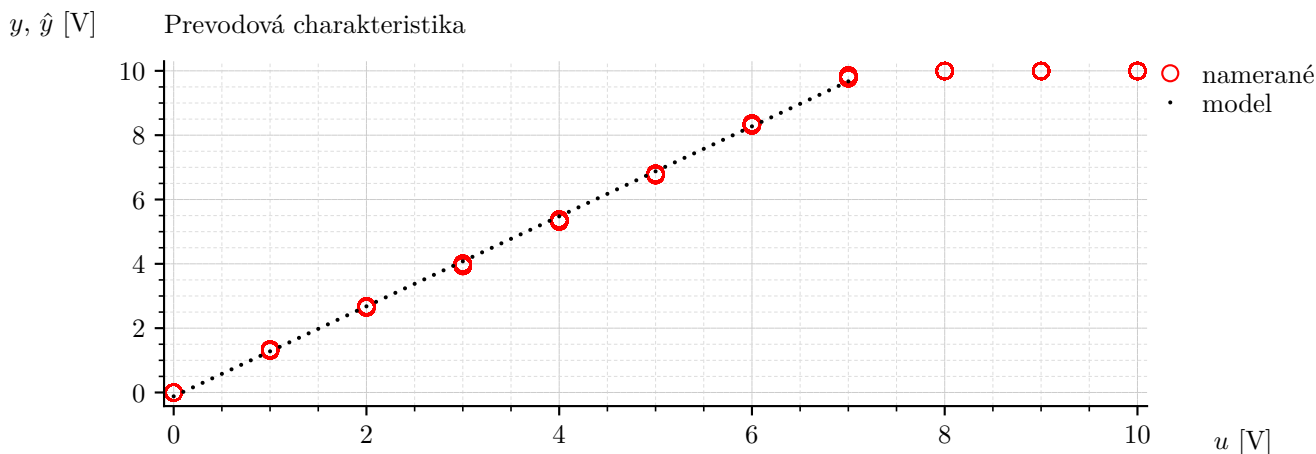
Grafické znázornenie nameranej prevodovej charakteristiky na obrázku 3 ukazuje, že od hodnoty vstupného signálu 7 [V] a viac je výstupná hodnota saturovaná na maxime (v podstate 10 [V]).

Vstupnú veličinu označme ako u a výstupnú veličinu ako y . Závislosť výstupnej veličiny od vstupnej veličiny potom je

$$y = f(u) \quad (1)$$

kde f je funkcia, ktorá vyjadruje prevodovú charakteristiku systému.

Pre stanovenie modelu rozdelíme prevodovú charakteristiku na dve časti. Hľadáme funkciu f_1 , ktorá bude aproximovať prevodovú charakteristiku pre hodnoty vstupného signálu u v rozsahu $0 \leq u \leq 7$ [V] a funkciu f_2 , ktorá bude aproximovať prevodovú charakteristiku pre hodnoty vstupného signálu u v rozsahu $7 < u \leq 10$ [V].



Obr. 5

Funkcia f_2 je v tomto prípade konštantná, pretože výstupný signál je saturovaný na hodnote 10 [V]. Výstup modelu \hat{y} na príslušnom rozsahu teda je

$$\hat{y} = f_2(u) = 10 \quad \text{pre } 7 < u \leq 10 \quad (2)$$

Na úseku $0 \leq u \leq 7$ [V], na základe grafického zobrazenia nameranej prevodovej charakteristiky, je možné usúdiť, že hľadaná závislosť je blízka priamke. Preto nech funkcia f_1 je daná polynómom prvého stupňa, teda

$$f_1(u) = \Theta_1 u + \Theta_0 \quad (3)$$

kde Θ_1 a Θ_0 sú parametre, ktoré je potrebné určiť.

Parametre je možné určiť metódou najmenších štvorcov, čo v tomto prípade znamená minimalizovať sumu štvorcov odchýlok medzi nameranými hodnotami výstupného signálu a hodnotami vypočítanými z modelu. Formálne je odchýlka $e = y - \hat{y}$. Takúto polynomiálnu aproximáciu bežne implementujú knižnice pre numerické výpočty. V tomto prípade využijeme knižnicu NumPy a jej funkciu `polyfit`. Výsledkom je

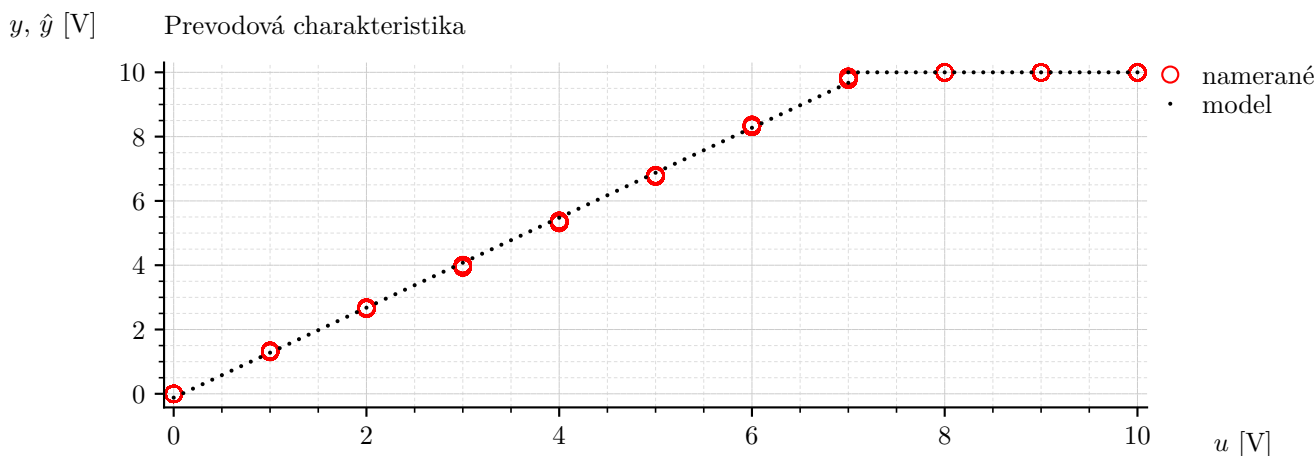
$$f_1(u) = 1,399 u - 0,1196 \quad (4)$$

a táto funkcia je znázornená na obrázku 5.

Ak by sme chceli model vyjadriť ako celok, formálne je možné písať

$$\hat{y} = \begin{cases} f_1(u) = 1,399 u - 0,1196 & \text{pre } 0 \leq u \leq 7 \\ f_2(u) = 10 & \text{pre } 7 < u \leq 10 \end{cases} \quad (5)$$

Graficky je výstup modelu znázornený na obrázku 6.



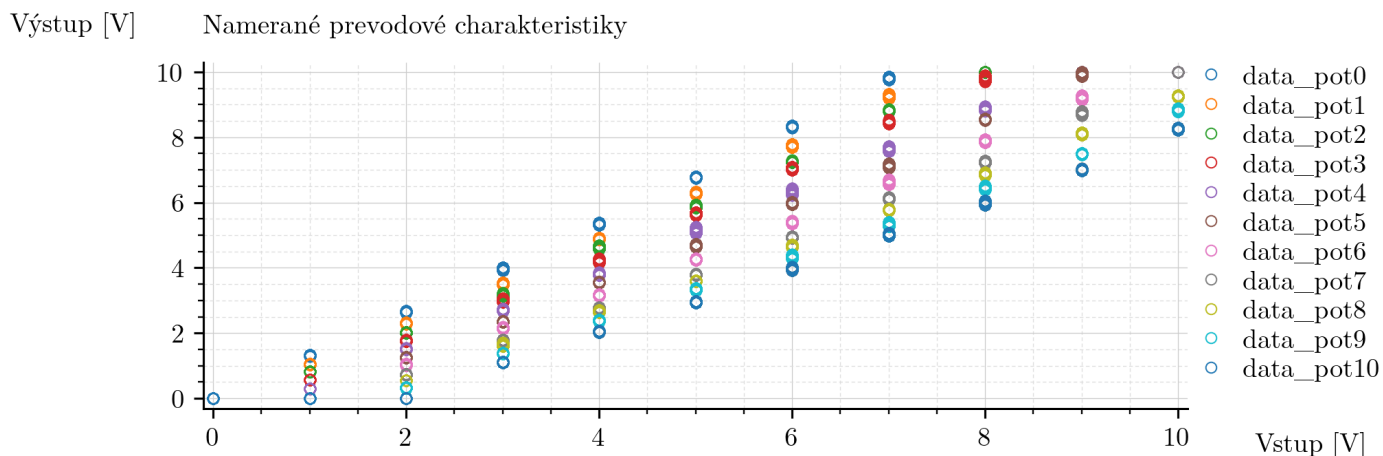
Obr. 6

4.4 Skript

Skript pre realizáciu vyššie uvedeného spracovania dát je dostupný v súbore `dataJob_SSChar.ipynb`.

Výpis kódu 1: Súbor `../dataJob_SSChar.ipynb` cell:05

```
1 # Spracovanie dát pre prevádzkovú podmienku 0 [V]
2
3 data_pot = 'data_pot0' # Označenie pre prevádzkovú podmienku 0 [V]
4
5
6 # -----
7 # Vykreslenie ustalených usekov
8
9 exec(open('../figjobs/figJob_02.py', encoding='utf-8').read()) #
   skript je v súbore figJob_02.py
10
11
12 # -----
13 # Zlúčenie usekov do datasetu ustalených stavov
14
15 dataRepoDir = './dataRepo/'
16
17 sch_files = [
18     f for f in os.listdir(dataRepoDir)
19     if f.startswith('SCH') and data_pot in f
20 ]
21
22 steadyStateData = np.empty((0, 2))
23
24 for sch_file in sch_files:
25
26     sch_data = np.loadtxt(
27         dataRepoDir + sch_file,
28         delimiter=',',
29         skiprows=1,
30     )
31
32     steadyStateData = np.vstack([steadyStateData, sch_data[:, 1:3]])
33
34 np.savetxt(dataRepoDir + 'ALLSCH_' + data_pot + '_steadyStateData' +
35            '.csv',
36            steadyStateData,
37            delimiter=',',
38            fmt='%.3f',
39            header='sigOut,sigIn',
40            comments='',
41 )
42
43 # -----
44 # Vykreslenie dát ustalených stavov
45
46 exec(open('../figjobs/figJob_03.py', encoding='utf-8').read())
47
48 # -----
49 # Identifikácia modelu na lineárnom useku
50
51 tmpMask = (steadyStateData[:, 1] >= 0) & (steadyStateData[:, 1] <=
52        7.1)
53
54 identData = steadyStateData[tmpMask, :]
55
56 polyKoeff = np.polyfit(
57     identData[:, 1],
58     identData[:, 0],
59     deg=1
60 )
61
62
63 # plot data pre f_1
64 plot_u1 = np.arange(0, 7.1, 0.1)
65 plot_y1 = np.polyval(polyKoeff, plot_u1)
66
67 # plot data pre f_2
68 plot_u2 = np.arange(7, 10.1, 0.1)
69 plot_y2 = 10 * np.ones_like(plot_u2)
70
71 exec(open('../figjobs/figJob_04.py', encoding='utf-8').read())
```

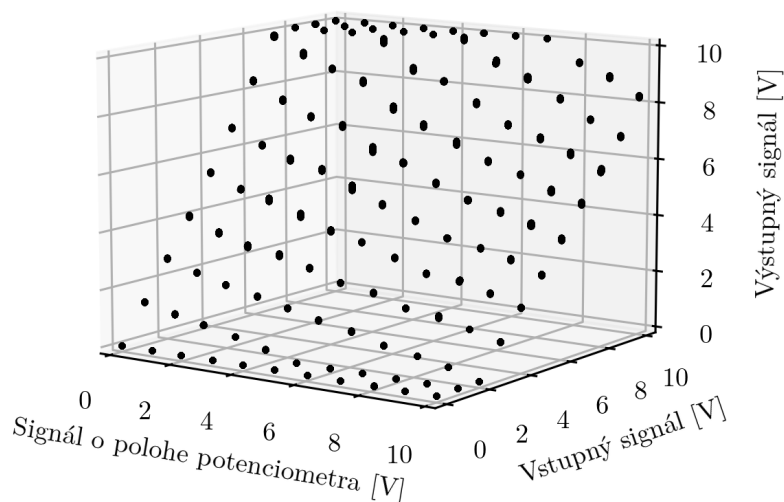


Obr. 7

5 Spracovanie dát pre všetky prevádzkové podmienky

Obdobne ako na obr. 3 je možné vizualizovať všetky namerané prevodové charakteristiky pre všetky prevádzkové podmienky, pozri obrázok 7.

Na tieto dáta, a teda na skúmaný systém ako celok, sa dá nazerať ako na dáta zodpovedajúce systému s dvomi vstupmi a jedným výstupom. Prvým vstupom je dosiaľ uvádzaný vstupný signál, druhým vstupom je signál o prevádzkovej podmienke. Dáta reprezentujúce ustálené stavy je potom možné vizualizovať ako funkciu dvoch premenných, pozri obrázok 8.

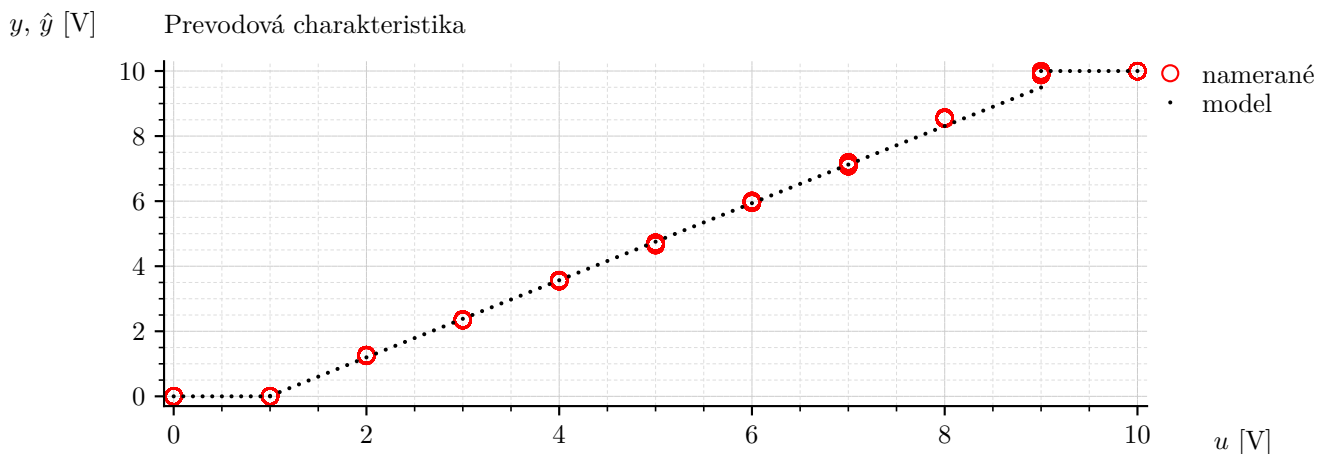


Obr. 8

5.1 Aproximácia prevodovej charakteristiky pre každú prevádzkovú podmienku zvlášť

V princípe je možné zrealizovať aproximáciu prevodovej charakteristiky podľa postupu uvedeného v časti 4.3 pre každú prevádzkovú podmienku zvlášť.

Vo všeobecnosti je však potrebné zvážiť aj saturáciu výstupného signálu, ktorá sa prejavuje pri nízkych hodnotách vstupného signálu. Napríklad pre prevádzkovú podmienku 5 [V] je nameraná prevodová charakteristika znázornená na obrázku 9.



Obr. 9: Nameraná prevodová charakteristika pre prevádzkovú podmienku 5 [V].

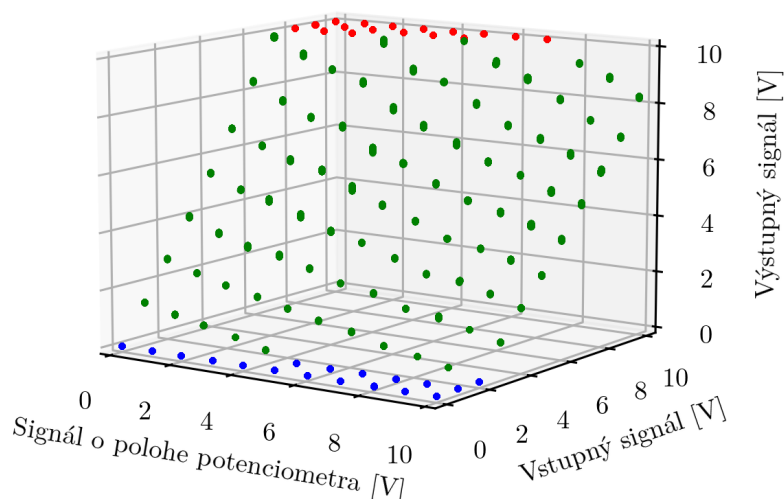
Nech hraničné hodnoty dolnej a hornej saturácie sú 1 [V] a 9 [V]. Potom model aproximujúci nameranú prevodovú charakteristiku pre je možné vyjadriť v tvare

$$\hat{y} = \begin{cases} f_1(u) = \Theta_1 u - \Theta_0 & \text{pre } 1 \leq u \leq 9 \\ f_2(u) = 10 & \text{pre } u > 9 \\ f_3(u) = 0 & \text{pre } u < 1 \end{cases} \quad (6)$$

príčom v tomto prípade sú parametre $\Theta_1 = 1,185$ a $\Theta_0 = -1,172$.

5.2 Aproximácia s využitím viacfaktorového modelu

Viac faktorovým modelom rozumieme taký, ktorý má viac ako jeden vstup. V tomto prípade môžeme signál o polohe potenciometra využiť ako ďalší vstup do modelu.



Obr. 10: Červenou farbou sú znázornené tie hodnoty v ustálenom stave, pre ktoré platí, že výstupný signál má hodnotu vyššiu ako 9,9 [V]. Modrou farbou tie, pre ktoré platí, že výstupný signál má hodnotu nižšiu ako 0,1 [V]. Zelenou farbou ostatné.

Na obrázku 10 sú hodnoty v ustálenom stave znázornené ako funkcia dvoch premenných. Funkčnou hodnotou je výstupný signál a argumentmi sú vstupný signál a prevádzková podmienka. Farebne sú odlíšené prípady, keď výstupný signál je

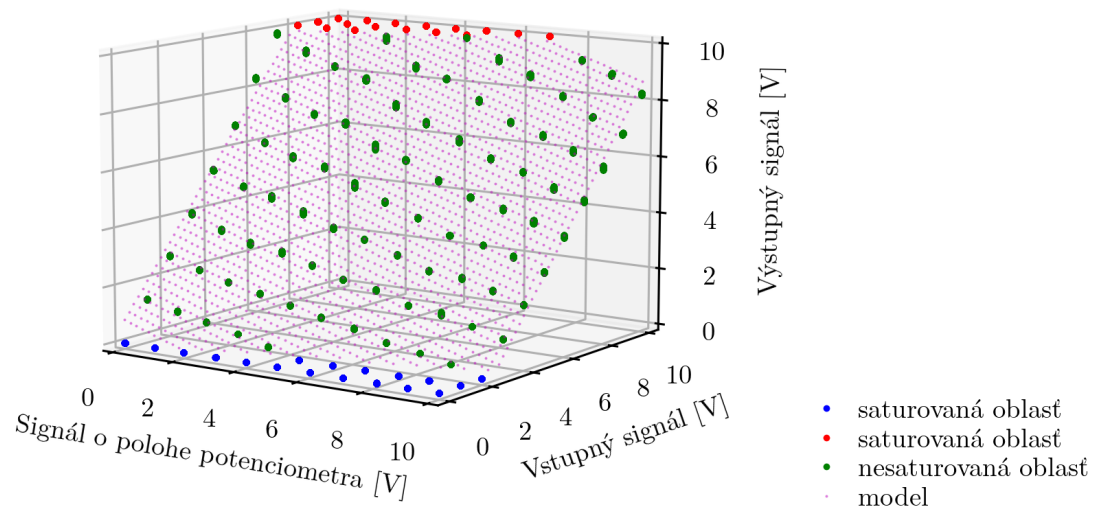
saturovaný a keď nie je. Ak si odmyslíme saturované oblasti, potom môžeme usúdiť, že hodnoty v ustálenom stave tvoria rovinu v trojrozmernom priestore.

Modelom nesaturovanej oblasti nech je funkčná závislosť v tvare

$$\hat{y} = f_4(u_1, u_2) = \Theta_{11} u_1 + \Theta_{12} u_2 + \Theta_0 \quad (7)$$

kde u_1 je vstupný signál, u_2 je prevádzková podmienka a Θ_{11} , Θ_{12} a Θ_0 sú parametre, ktoré je potrebné určiť.

Pre tento prípad boli v zmysle metódy najmenších štvorcov nájdené hodnoty parametrov $\Theta_{11} = 1,167$, $\Theta_{12} = -0,37876$ a $\Theta_0 = 0,81$. Grafické porovnanie takéhoto modelu s nameranými hodnotami v nesaturovanej oblasti je znázornené na obrázku 11.



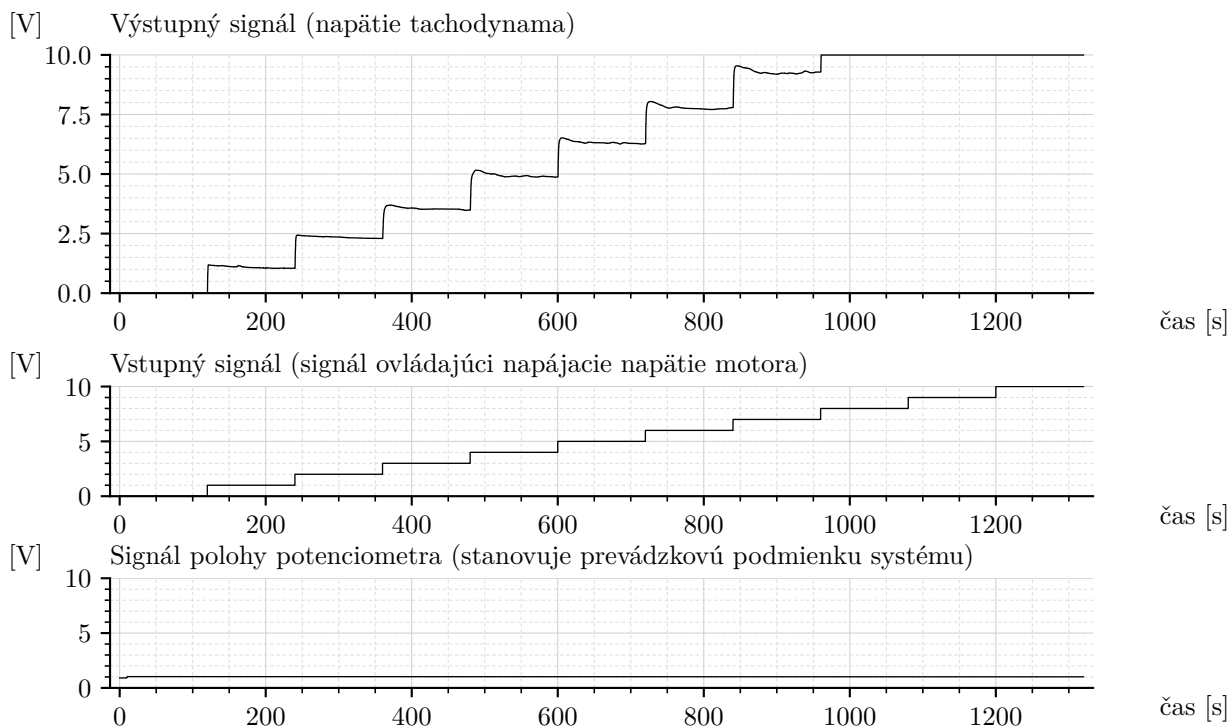
Obr. 11

6 Príloha - vizualizácia získaných dát

Meranie ustálených hodnôt pri prevádzkovej podmienke 0 [V]

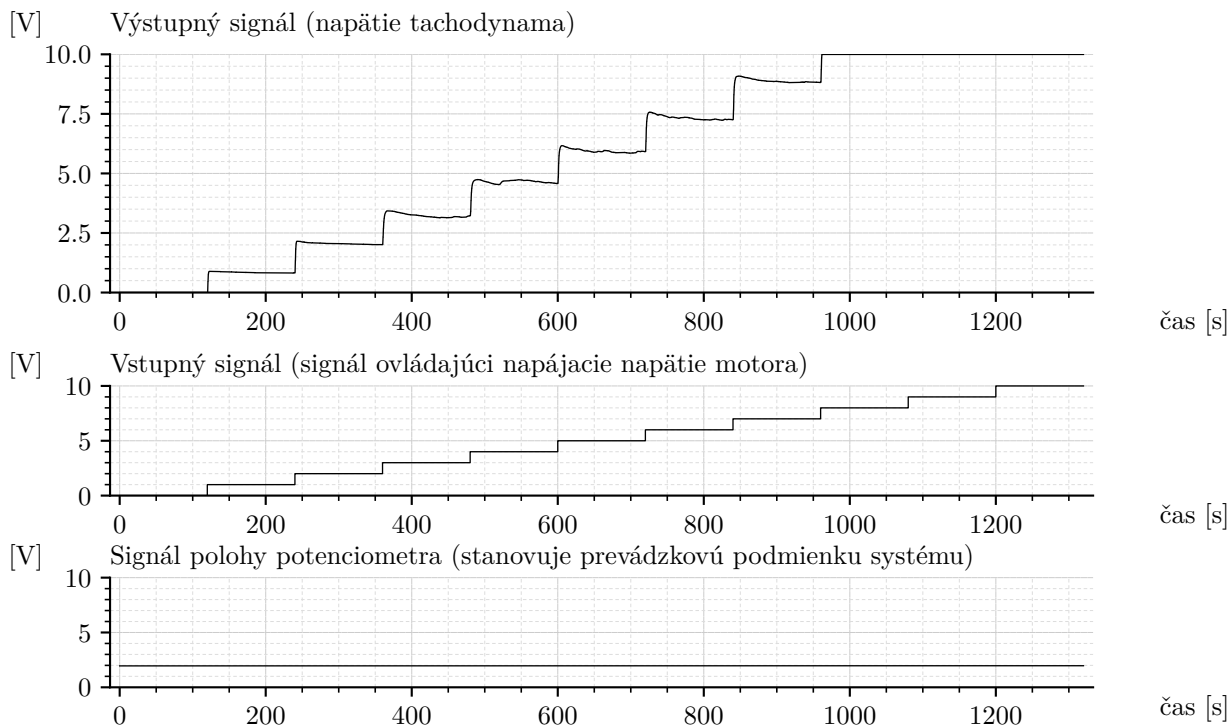
Pozri obrázok 1.

Meranie ustálených hodnôt pri prevádzkovej podmienke 1 [V]



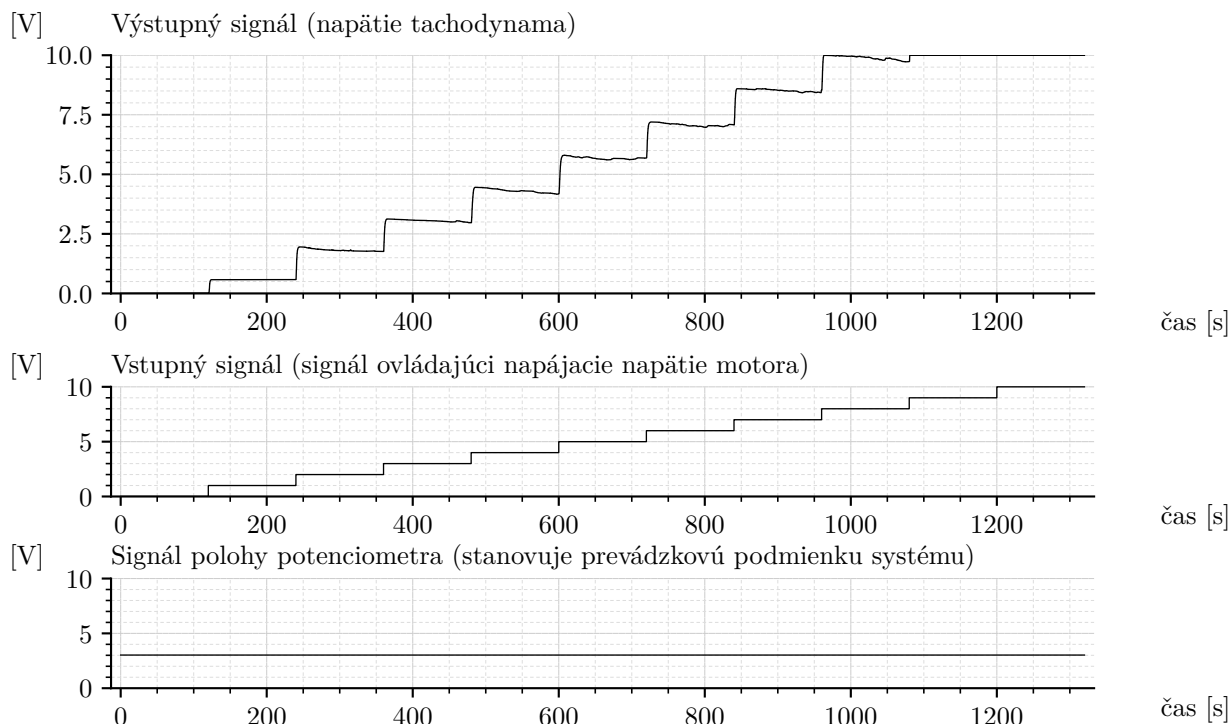
Obr. 12: Získané dáta pre vstupný signál a výstupný signál systému LMOT pri manuálne nastavenej prevádzkovej podmienke 1 [V].

Meranie ustálených hodnôt pri prevádzkovej podmienke 2 [V]



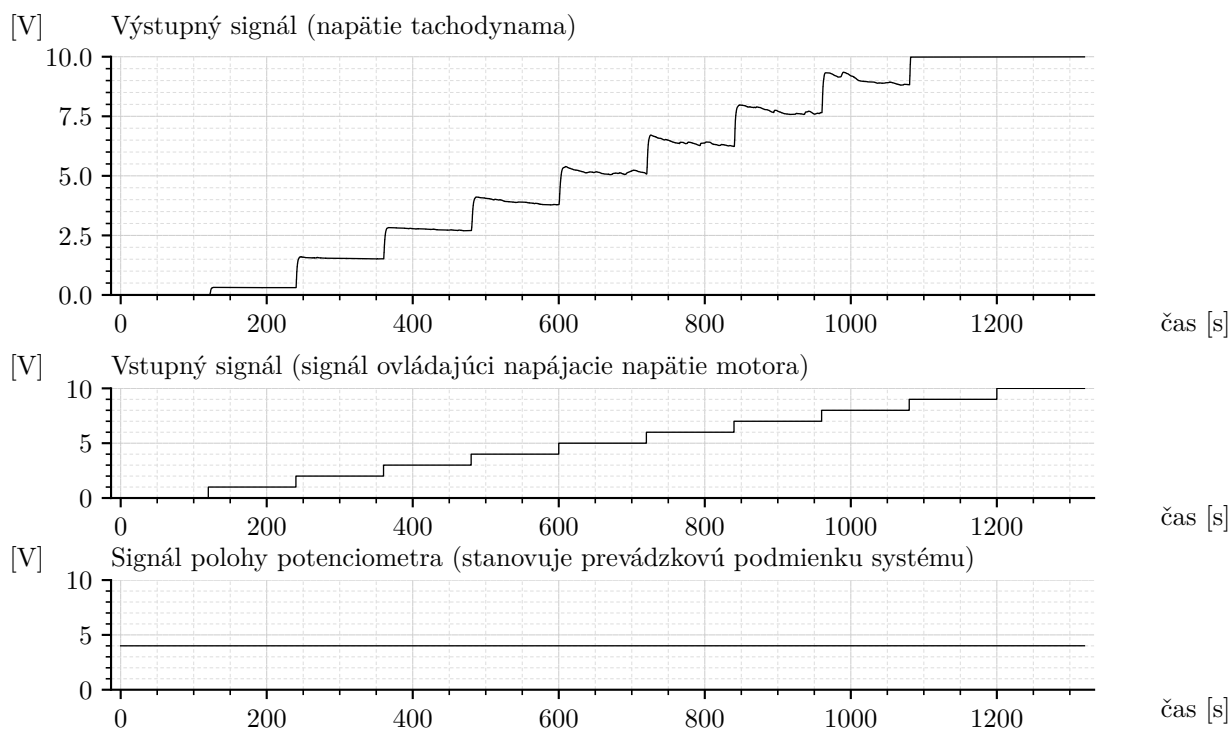
Obr. 13: Získané dáta pre vstupný signál a výstupný signál systému LMOT pri manuálne nastavenej prevádzkovej podmienke 2 [V].

Meranie ustálených hodnôt pri prevádzkovej podmienke 3 [V]



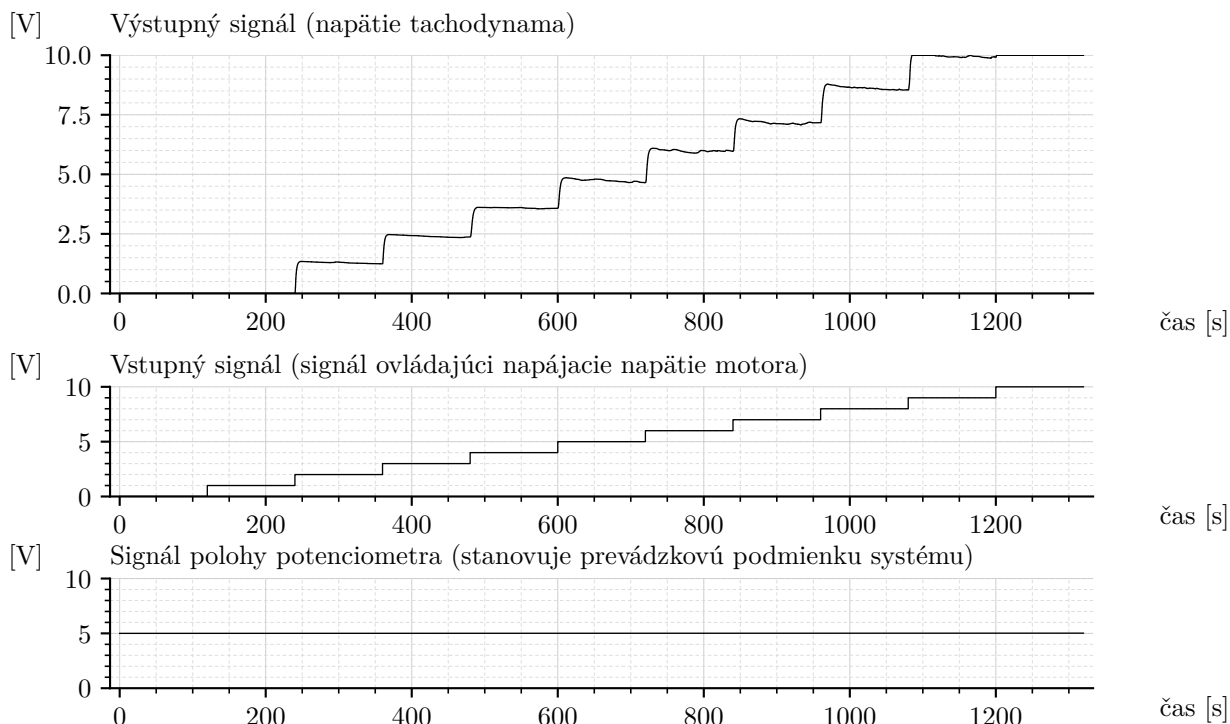
Obr. 14: Získané dáta pre vstupný signál a výstupný signál systému LMOT pri manuálne nastavenej prevádzkovej podmienke 3 [V].

Meranie ustálených hodnôt pri prevádzkovej podmienke 4 [V]



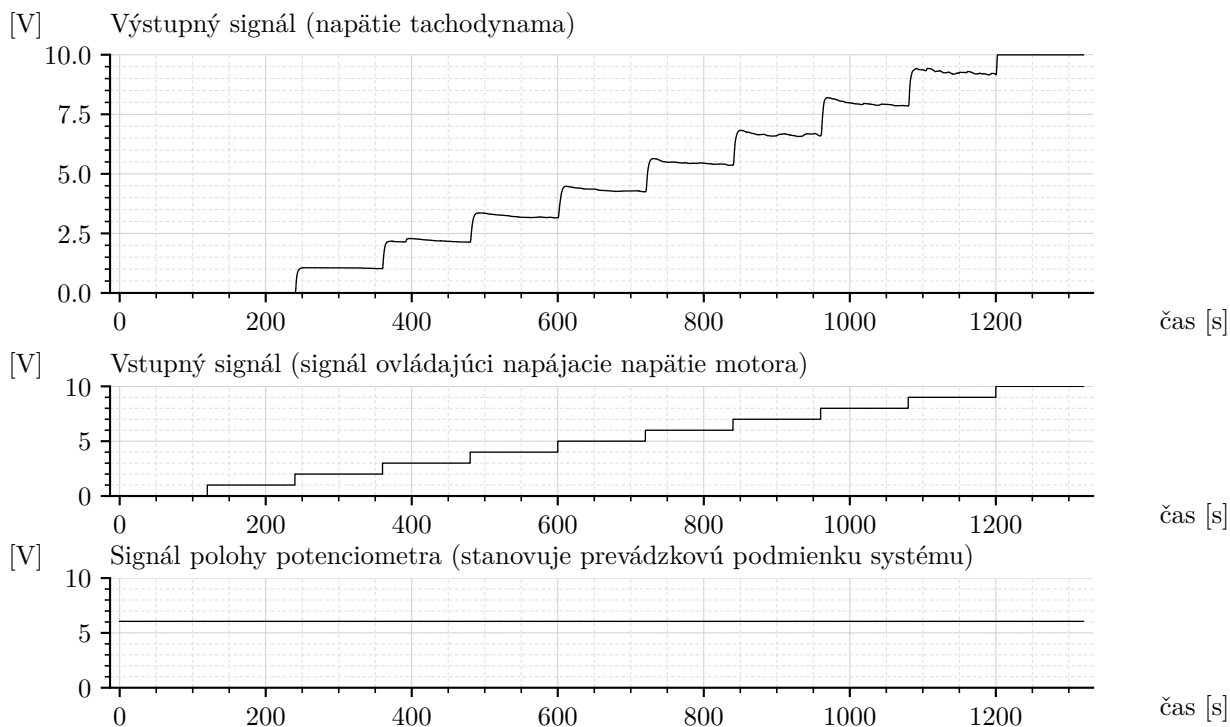
Obr. 15: Získané dáta pre vstupný signál a výstupný signál systému LMOT pri manuálne nastavenej prevádzkovej podmienke 4 [V].

Meranie ustálených hodnôt pri prevádzkovej podmienke 5 [V]



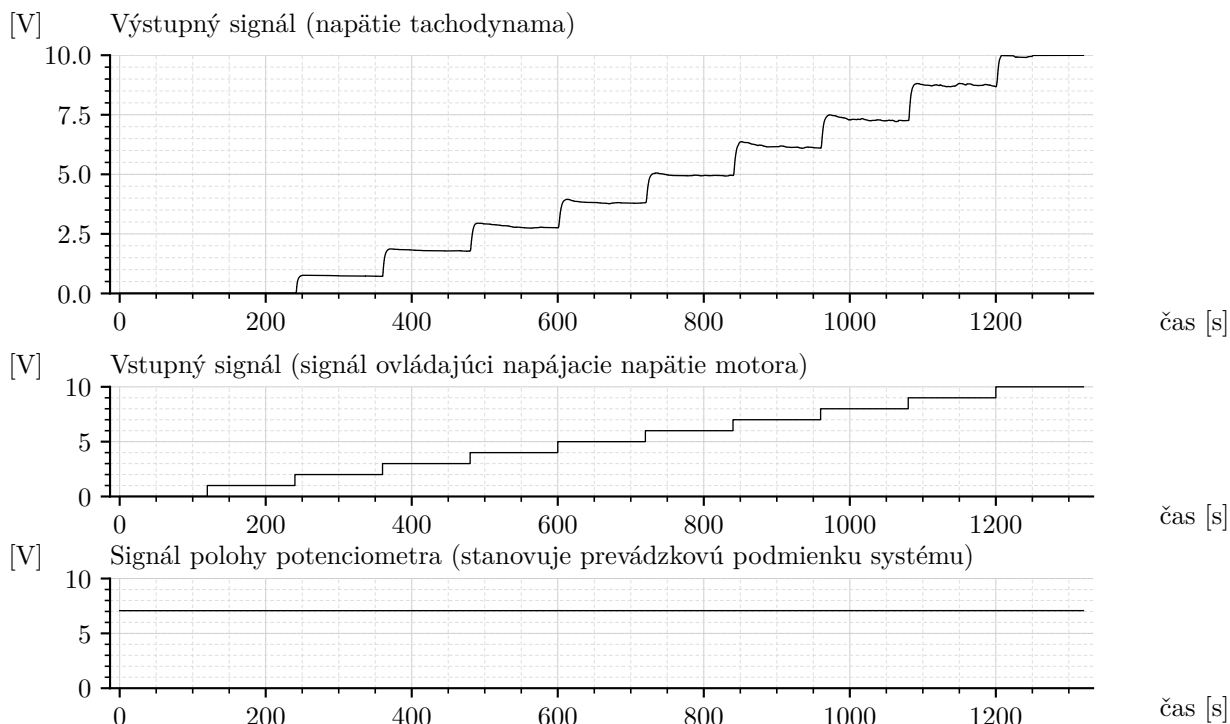
Obr. 16: Získané dáta pre vstupný signál a výstupný signál systému LMOT pri manuálne nastavenej prevádzkovej podmienke 5 [V].

Meranie ustálených hodnôt pri prevádzkovej podmienke 6 [V]



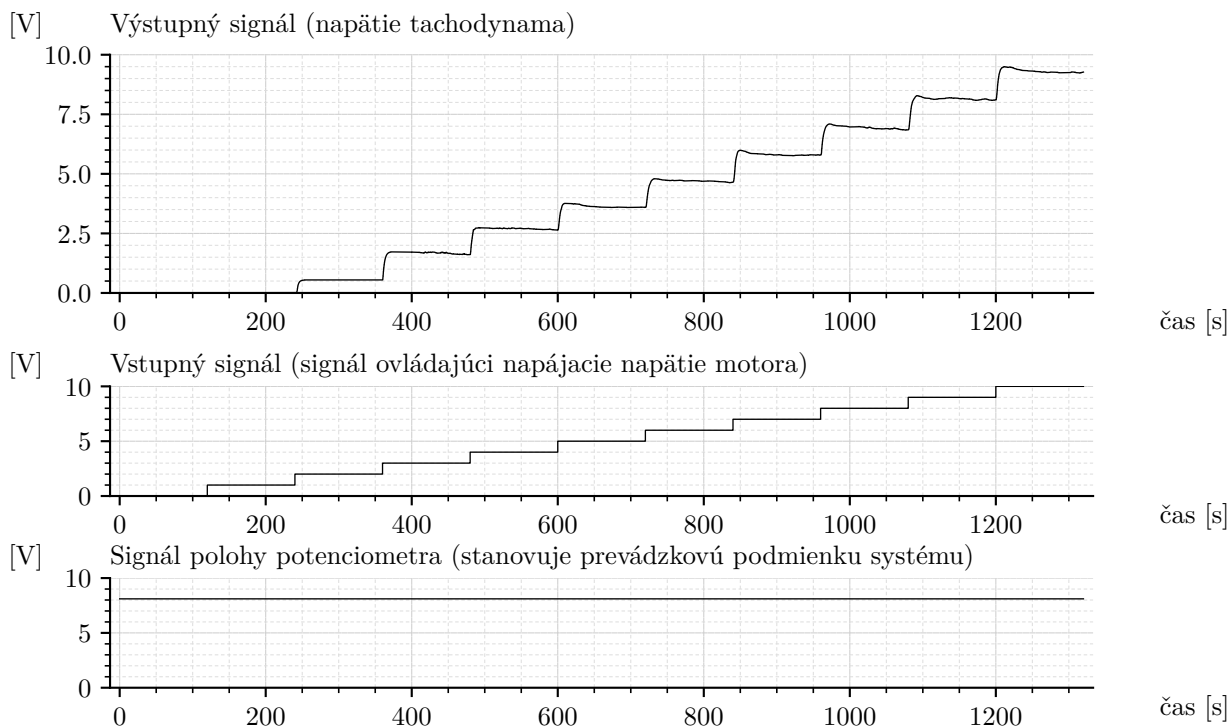
Obr. 17: Získané dáta pre vstupný signál a výstupný signál systému LMOT pri manuálne nastavenej prevádzkovej podmienke 6 [V].

Meranie ustálených hodnôt pri prevádzkovej podmienke 7 [V]



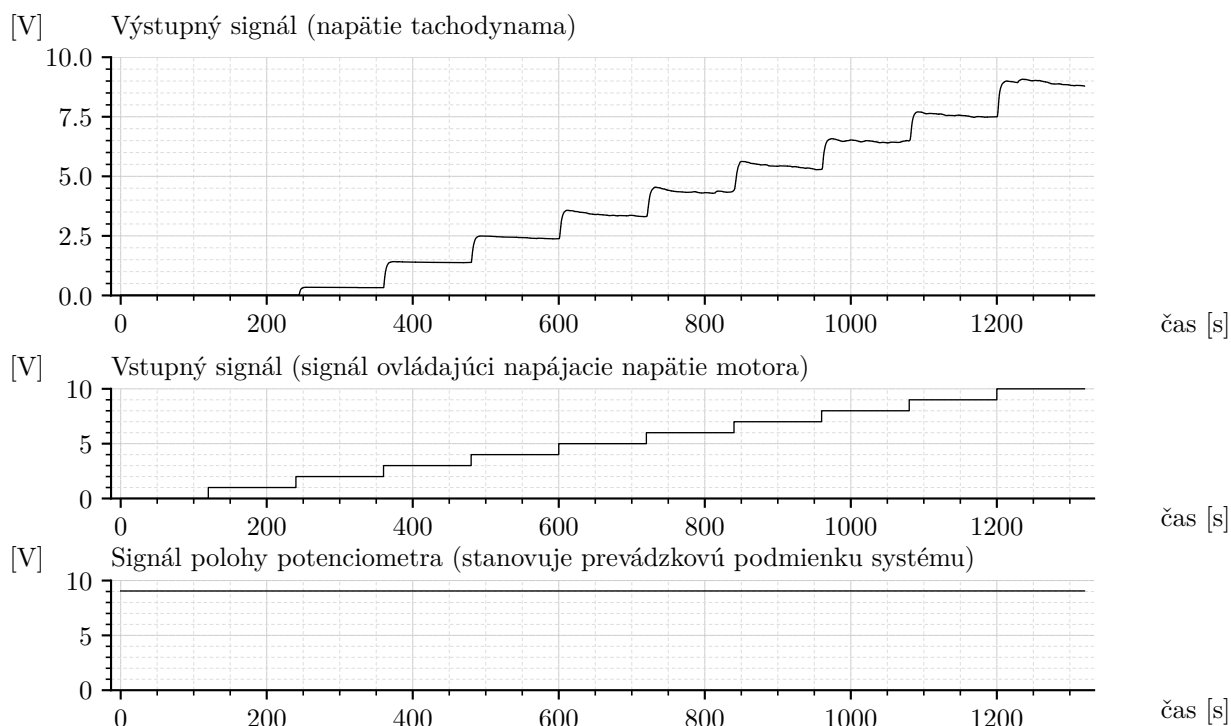
Obr. 18: Získané dáta pre vstupný signál a výstupný signál systému LMOT pri manuálne nastavenej prevádzkovej podmienke 7 [V].

Meranie ustálených hodnôt pri prevádzkovej podmienke 8 [V]



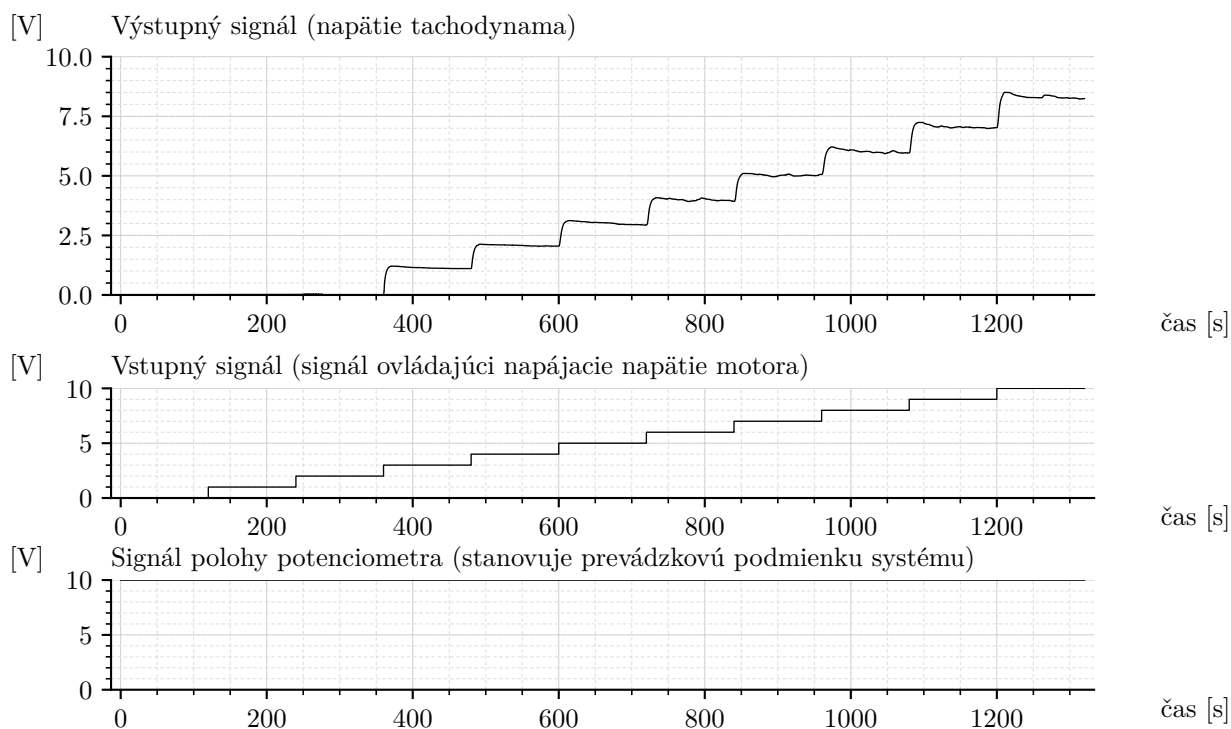
Obr. 19: Získané dáta pre vstupný signál a výstupný signál systému LMOT pri manuálne nastavenej prevádzkovej podmienke 8 [V].

Meranie ustálených hodnôt pri prevádzkovej podmienke 9 [V]



Obr. 20: Získané dáta pre vstupný signál a výstupný signál systému LMOT pri manuálne nastavenej prevádzkovej podmienke 9 [V].

Meranie ustálených hodnôt pri prevádzkovej podmienke 10 [V]



Obr. 21: Získané dáta pre vstupný signál a výstupný signál systému LMOT pri manuálne nastavenej prevádzkovej podmienke 10 [V].