

júl 2024

[github.com/PracovnyBod/KUT](https://github.com/PracovnyBod/KUT)  
MT

**KUT007**

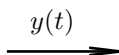
## O schematickom znázornení dynamického systému

DYNAMICKÝ systém je možné, samozrejme, opísať diferenciálnou rovnicou a túto potom použiť na ďalšiu analýzu. Dynamický systém, alebo diferenciálnu rovnicu, ktorá ho opisuje, je možné znázorniť aj graficky *blokovou schémou*. Takou, ktorá prípadne umožňuje aj opačný postup, teda schéma určuje diferenciálnu rovnicu. Výsledná bloková schéma taktiež umožňuje ďalšiu analýzu dynamického systému.

### 1 Prvky blokovej schémy

Typicky sa v rámci takejto schémy používajú nasledovné prvky a bloky.

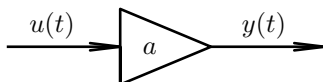
#### Signál



Obr. 1: Signál v blokovej schéme.

Signál je reprezentovaný čiarou so šípku, ktorá určuje smer prenosu informácie. Pri čiare je uvedené označenie signálu.

#### Zosilňovač



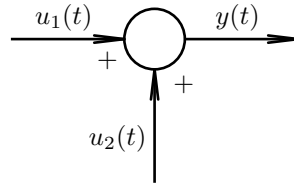
Obr. 2: Zosilňovač v blokovej schéme.

Ide o blok, ktorý vo všeobecnosti zosilňuje signál na vstupe tohto bloku. Samozrejme, môže ísť aj o „zoslabenie“. Inými slovami, tento blok vynásobí hodnotu vstupného signálu  $u(t)$  hodnotou parametra  $a$  a výstupom je signál  $y(t)$ . Matematicky zapísané

$$y(t) = a u(t) \quad (1)$$

Parameter  $a$  môže mať ľubovoľnú hodnotu, môže byť menší ako 1 (zoslabenie) alebo záporný.

## Sumátor

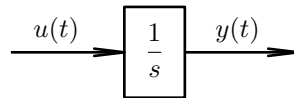


Obr. 3: Sumátor v blokovej schéme.

Realizuje sčítanie hodnôt dvoch alebo viacerých signálov. Prípadne odčítanie. Príklad matematického zápisu:

$$y(t) = u_1(t) + u_2(t) \quad (2)$$

## Integrátor



Obr. 4: Integrátor v blokovej schéme.

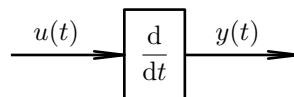
Predstavuje časovú integráciu vstupného signálu v zmysle matematického zápisu

$$y(t) = \int u(t) dt \quad y(0) = y_0 \quad (3)$$

kde  $y_0$  je začiatočná hodnota signálu  $y(t)$ , teda začiatočná podmienka.

### Derivácia (derivátor?)

Pre úplnosť uvedieme aj blok realizujúci časovú deriváciu signálu. Je opakom integrátora. Tento blok sa však v praxi používa menej často. Dôvodom je, že implementovať časovú deriváciu je v praxi



Obr. 5: Časová derivácia v blokovej schéme.

## 2 Príklady

### 2.1 Príklad postupu

Uvažujme dynamický systém daný diferenciálnou rovnicou v tvare

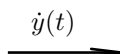
$$\dot{y}(t) + ay(t) = 0 \quad y(0) = y_0 \quad (4)$$

Postup pre zostavenie blokovej schémy dynamického systému môže byť nasledovný.

Rovnica (4) je prvého rádu a neznámou je časová funkcia  $y(t)$ . Prepíšme rovnicu (4) tak, aby na ľavej strane bola len najvyššia derivácia neznámej, v tomto prípade signál  $\dot{y}(t)$ . Teda

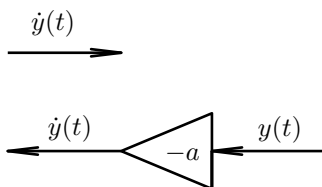
$$\dot{y}(t) = -ay(t) \quad (5)$$

Rovnica v tomto tvare je východiskom pre zostavenie blokovej schémy. Je totiž zrejmé, že signál  $\dot{y}(t)$  existuje. Inými slovami, to, čo určite máme k dispozícii je signál  $\dot{y}(t)$ . Ak by tento signál neexistoval, tak vlastne rovnica (5) by bola nezmyslom. V schéme teda máme k dispozícii signál  $\dot{y}(t)$ .



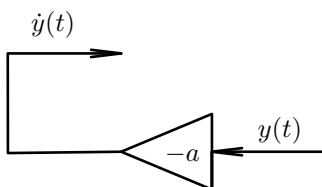
Obr. 6: Bloková schéma rovnice (4), krok prvý.

Rovnica v tvare (5) tiež priamo ukazuje, že signál  $\dot{y}(t)$  je to isté ako výraz  $-ay(t)$ . Vieme zostaviť blokovú schému tohto výrazu? Ide zjavne o zosilňovač so zosilnením  $-a$ , ktorý má na vstupe signál  $y(t)$ . Pridajme do blokovej schémy:



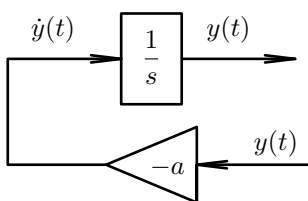
Obr. 7: Bloková schéma rovnice (4), krok druhý.

Keďže doslova  $\dot{y}(t) = -ay(t)$ , tak



Obr. 8: Bloková schéma rovnice (4), krok tretí.

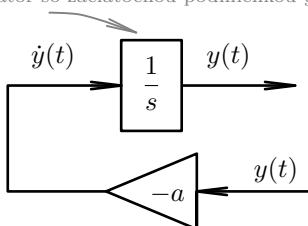
Pripomeňme, že signál  $\dot{y}(t)$  takpovediac existuje, je k dispozícii. Samotný signál  $y(t)$  však nie je k dispozícii. Je potrebné ho vytvoriť z toho, čo už k dispozícii je. Je zrejmé, že signál  $y(t)$  je možné získať integrovaním  $\dot{y}(t)$ , teda



Obr. 9: Bloková schéma rovnice (4), krok štvrtý.

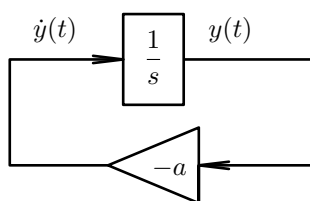
pričom integrátor musí mať začiatočnú podmienku  $y(0) = y_0$  (podľa (4)).

integrátor so začiatočnou podmienkou  $y(0) = y_0$



Obr. 10:

Napokon



Obr. 11: Bloková schéma rovnice (4).

je bloková schéma dynamického systému, ktorá zodpovedá diferenciálnej rovnici (4).

## 2.2 Príklad 1

Uvažujme dynamický systém daný diferenciálnou rovnicou v tvare

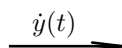
$$\dot{y}(t) + ay(t) = bu(t) \quad y(0) = y_0 \quad (6)$$

kde  $a$ ,  $b$  sú konštanty a  $u(t)$  je známy vstupný signál.

Rovnicu (6) prepíšme tak, aby na ľavej strane bola len najvyššia derivácia neznámej, teda signál  $\dot{y}(t)$ . Teda

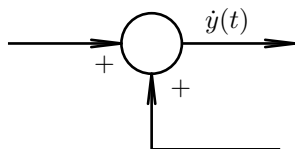
$$\dot{y}(t) = -ay(t) + bu(t) \quad (7)$$

Na začiatku máme k dispozícii signál  $\dot{y}(t)$ , teda



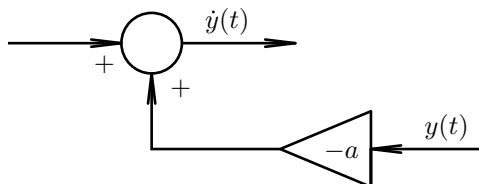
Obr. 12: Bloková schéma rovnice (6), krok prvý.

Signál  $\dot{y}(t)$  je súčtom dvoch iných signálov.



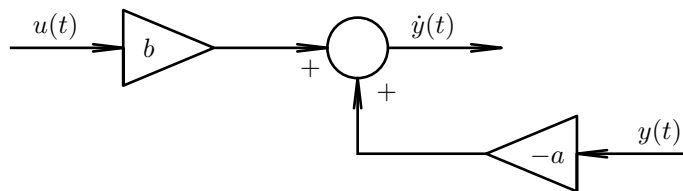
Obr. 13: Bloková schéma rovnice (6), krok druhý.

Prvý signál získame zosilnením signálu  $y(t)$  zosilňovačom s parametrom  $-a$ .



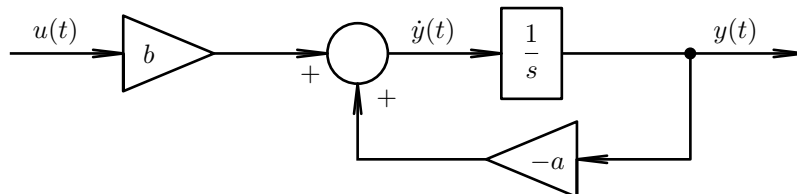
Obr. 14: Bloková schéma rovnice (6), krok tretí.

Druhý získame zosilnením známeho (dostupného) signálu  $u(t)$  zosilňovačom s parametrom  $b$ .



Obr. 15: Bloková schéma rovnice (6), krok štvrtý.

Signál  $y(t)$  v tomto kroku však nie je dostupný, je potrebné ho vytvoriť z toho, čo už k dispozícii je. Signál  $y(t)$  je možné získať integrovaním signálu  $\dot{y}(t)$ .



Obr. 16: Bloková schéma rovnice (6).

Integrátor musí mať začiatočnú podmienku  $y(0) = y_0$  (podľa (6)).

## 2.3 Príklad 2

Uvažujme dynamický systém daný diferenciálnou rovnicou v tvare

$$\ddot{y}(t) + a_1\dot{y}(t) + a_0y(t) = b_0u(t) \quad y(0) = y_0 \quad \dot{y}(0) = z_0 \quad (8)$$

kde  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $b_0$  sú konštanty a  $u(t)$  je známy vstupný signál.

Rovnicu (8) prepíšme tak, aby na ľavej strane bola len najvyššia derivácia neznámej, teda signál  $\ddot{y}(t)$ . Teda

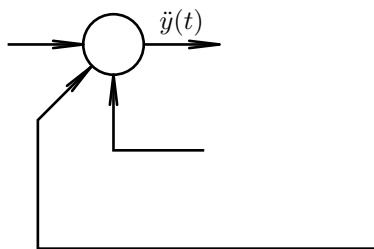
$$\ddot{y}(t) = -a_1\dot{y}(t) - a_0y(t) + b_0u(t) \quad (9)$$

Na začiatku máme k dispozícii signál  $\ddot{y}(t)$ , teda



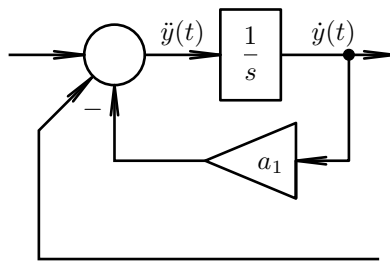
Obr. 17: Bloková schéma rovnice (8), krok prvý.

Signál  $\ddot{y}(t)$  je v podstate súčtom troch iných signálov.



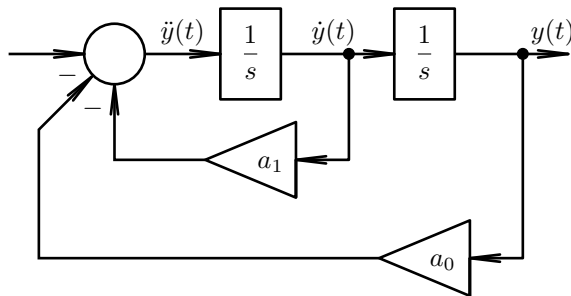
Obr. 18: Bloková schéma rovnice (8), krok druhý.

Prvý signál získame zosilnením signálu  $\dot{y}(t)$  zosilňovačom so zosilnením  $a_1$ . Signál  $\dot{y}(t)$  je možné získať integrovaním signálu  $\ddot{y}(t)$ .



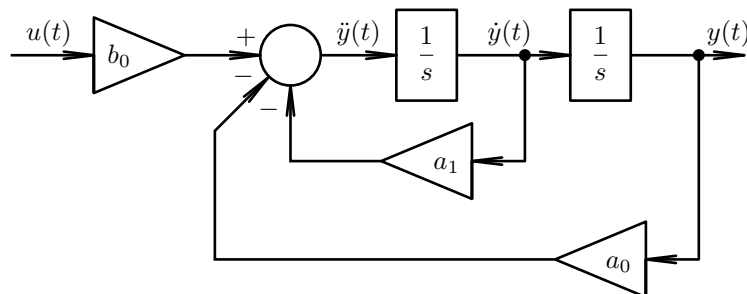
Obr. 19: Bloková schéma rovnice (8), krok tretí.

Druhý signál získame zosilnením signálu  $y(t)$  zosilňovačom so zosilnením  $a_0$ . Signál  $y(t)$  je možné získať integrovaním signálu  $\dot{y}(t)$ .



Obr. 20: Bloková schéma rovnice (8), krok štvrtý.

Tretí signál získame zosilnením známeho (dostupného) signálu  $u(t)$  zosilňovačom so zosilnením  $b_0$ .



Obr. 21: Bloková schéma rovnice (8).

Príslušné integrátory vo výslednej schéme musia mať začiatkové podmienky  $y(0) = y_0$  a  $\dot{y}(0) = z_0$  (podľa (8)).