Kolekcia učebných textov

urk.fei.stuba.sk
február 2024

KUT003

O základných vlastnostiach lineárnych systémov

1 Cayleyho-Hamiltonov teorém

Veta 1.1. Štvorcová matica je riešením svojho charakteristického polynómu. Predpokladajme, že existuje štvorcová matica $\mathbf{A}$ s charakteristickou rovnicou:

$$\det\{\mathbf{A} - \lambda\,\mathbf{I}\} = 0 \tag{1}$$

Túto rovnicu je možné rozpísať do tvaru:

$$\lambda^n + \alpha_{n-1}\lambda^{n-1} + \cdots + \alpha_1\lambda + \alpha_0 = 0 \tag{2}$$

Po dosadení matice $\mathbf{A}$ za vlastné čísla λ:

$$\mathbf{A}^n + \alpha_{n-1}\mathbf{A}^{n-1} + \cdots + \alpha_1\mathbf{A} + \alpha_0\mathbf{I} = 0 \tag{3}$$

Z toho vidíme, že n-tú mocninu matice $\mathbf{A}$ môžeme zapísať ako lineárnu kombináciu jej nižších mocnín:

$$\mathbf{A}^n = \sum_{i=0}^{n-1} \alpha_i \mathbf{A}^i \tag{4}$$