

júl 2024 github.com/PracovnyBod/KUT MT



# O schematickom znázornení dynamického systému

Dynamický systém je možné, samozrejme, opísať diferenciálnou rovnicou a túto potom použiť na ďalšiu analýzu. Dynamický systém, alebo diferenciálnu rovnicu, ktorá ho opisuje, je možné znázorniť aj graficky blokovou schémou. Takou, ktorá prípadne umožňuje aj opačný postup, teda schéma určuje diferenciálnu rovnicu. Výsledná bloková schéma taktiež umožňuje ďalšiu analýzu dynamického systému.

# 1 Prvky blokovej schémy

Typicky sa v rámci takejto schémy používajú nasledovné prvky a bloky.

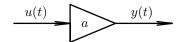
#### Signál



Obr. 1: Signál v blokovej schéme.

Signál je reprezentovaný čiarou so šípkou, ktorá určuje smer prenosu informácie. Pri čiare je uvedené označenie signálu.

## Zosilňovač



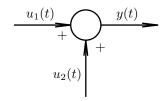
Obr. 2: Zosilňovač v blokovej schéme.

Ide o blok, ktorý vo všeobecnosti zosilňuje signál na vstupe tohto bloku. Samozrejme, môže ísť aj o "zoslabenie". Inými slovami, tento blok vynásobí hodnotu vstupného signálu u(t) hodnotou parametra a a výstupom je signál y(t). Matematicky zapísané

$$y(t) = a u(t) \tag{1}$$

Parameter a môže mať ľubovolnú hodnotu, môže byť menší ako 1 (zoslabenie) alebo záporný.

#### Sumátor

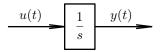


Obr. 3: Sumátor v blokovej schéme.

Realizuje sčítanie hodnôt dvoch alebo viacerých signálov. Prípadne odčítanie. Príklad matematického zápisu:

$$y(t) = u_1(t) + u_2(t) (2)$$

## Integrátor



Obr. 4: Integrátor v blokovej schéme.

Predstavuje časovú integráciu vstupného signálu v zmysle matematického zápisu

$$y(t) = \int u(t) dt \qquad y(0) = y_0 \tag{3}$$

kde  $y_0$  je začiatočná hodnota signálu y(t), teda začiatočná podmienka.

#### Derivácia

Pre úplnosť uvedieme aj blok realizujúci časovú deriváciu signálu. Je opakom integrátora. Tento blok sa však v praxi používa menej často. Dôvodom je, že implementovať časovú deriváciu je v praxi

$$\frac{u(t)}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \frac{y(t)}{}$$

Obr. 5: Časová derivácia v blokovej schéme.

# 2 Príklady

## 2.1 Príklad postupu

Uvažujme dynamický systém daný diferenciálnou rovnicou v tvare

$$\dot{y}(t) + ay(t) = 0$$
  $y(0) = y_0$  (4)

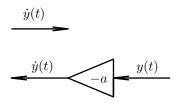
Postup pre zostavenie blokovej schémy dynamického systému môže byť nasledovný. Rovnica (4) je prvého rádu a neznámou je časová funkcia y(t). Prepíšme rovnicu (4) tak, aby na ľavej strane bola len najvyššia derivácia neznámej, v tomto prípade signál  $\dot{y}(t)$ . Teda

$$\dot{y}(t) = -ay(t) \tag{5}$$

Rovnica v tomto tvare je východiskom pre zostavenie blokovej schémy. Je totiž zrejmé, že signál  $\dot{y}(t)$  existuje. Inými slovami, to, čo určite máme k dispozícii je signál  $\dot{y}(t)$ . Ak by tento signál neexistoval, tak vlastne rovnica (5) by bola nezmyslom. V schéme teda máme k dispozícii signál  $\dot{y}(t)$ .

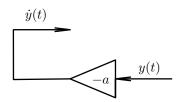
Obr. 6: Bloková schéma rovnice (4), krok prvý.

Rovnica v tvare (5) tiež priamo ukazuje, že signál  $\dot{y}(t)$  je to isté ako výraz -ay(t). Vieme zostaviť blokovú schému tohto výrazu? Ide zjavne o zosilňovač so zosilnením -a, ktorý má na vstupe signál y(t). Pridajme do blokovej schémy:



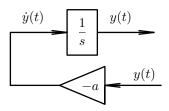
Obr. 7: Bloková schéma rovnice (4), krok druhý.

Keďže doslova  $\dot{y}(t) = -ay(t)$ , tak



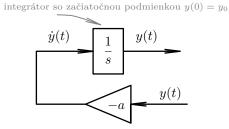
Obr. 8: Bloková schéma rovnice (4), krok tretí.

Pripomeňme, že signál  $\dot{y}(t)$  takpovediac existuje, je k dispozícii. Samotný signál y(t) však nie je k dispozícii. Je potrebné ho vytvoriť z toho, čo už k dispozícii je. Je zrejmé, že signál y(t) je možné získať integrovaním  $\dot{y}(t)$ , teda



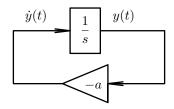
Obr. 9: Bloková schéma rovnice (4), krok štvrtý.

pričom integrátor musí mať začiatočnú podmienku  $y(0) = y_0$  (podľa (4)).



Obr. 10:

Napokon



Obr. 11: Bloková schéma rovnice (4).

je bloková schéma dynamického systému, ktorá zodpovedá diferenciálnej rovnici (4).

# 2.2 Príklad 1

Uvažujme dynamický systém daný diferenciálnou rovnicou v tvare

$$\dot{y}(t) + ay(t) = bu(t)$$
  $y(0) = y_0$  (6)

kde a, b sú konštanty a u(t) je známy vstupný signál.

Rovnicu (6) prepíšme tak, aby na ľavej strane bola len najvyššia derivácia neznámej, teda signál  $\dot{y}(t)$ . Teda

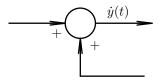
$$\dot{y}(t) = -ay(t) + bu(t) \tag{7}$$

Na začiatku máme k dispozícii signál  $\dot{y}(t)$ , teda

$$\dot{y}(t)$$

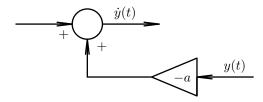
Obr. 12: Bloková schéma rovnice (6), krok prvý.

Signál  $\dot{y}(t)$  je súčtom dvoch iných signálov.



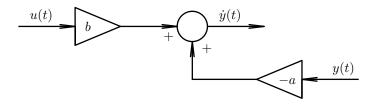
Obr. 13: Bloková schéma rovnice (6), krok druhý.

Prvý signál získame zosilnením signálu y(t) zosilňovačom s parametrom -a.



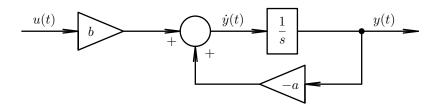
Obr. 14: Bloková schéma rovnice (6), krok tretí.

Druhý získame zosilnením známeho (dostupného) signálu u(t) zosilňovačom s parametrom b.



Obr. 15: Bloková schéma rovnice (6), krok štvrtý.

Signál y(t) v tomto kroku však nie je dostupný, je potrebné ho vytvoriť z toho, čo už k dispozícii je. Signál y(t) je možné získať integrovaním signálu  $\dot{y}(t)$ .



Obr. 16: Bloková schéma rovnice (6).

Integrátor musí mať začiatočnú podmienku  $y(0) = y_0$  (podľa (6)).

# 2.3 Príklad 2

Uvažujme dynamický systém daný diferenciálnou rovnicou v tvare

$$\ddot{y}(t) + a_1 \dot{y}(t) + a_0 y(t) = b_0 u(t) \qquad y(0) = y_0 \qquad \dot{y}(0) = z_0$$
(8)

kde  $a_0, \, a_1, \, b_0$  sú konštanty a u(t) je známy vstupný signál.

Rovnicu (8) prepíšme tak, aby na ľavej strane bola len najvyššia derivácia neznámej, teda signál  $\ddot{y}(t)$ . Teda

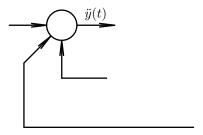
$$\ddot{y}(t) = -a_1 \dot{y}(t) - a_0 y(t) + b_0 u(t) \tag{9}$$

Na začiatku máme k dispozícii signál  $\ddot{y}(t)$ , teda

$$\ddot{y}(t)$$

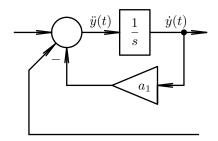
Obr. 17: Bloková schéma rovnice (8), krok prvý.

Signál  $\ddot{y}(t)$  je v podstate súčtom troch iných signálov.



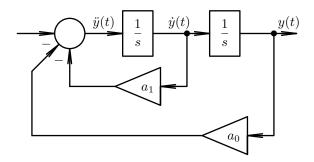
Obr. 18: Bloková schéma rovnice (8), krok druhý.

Prvý signál získame zosilnením signálu  $\dot{y}(t)$  zosilňovačom so zosilnením  $a_1$ . Signál  $\dot{y}(t)$  je možné získať integrovaním signálu  $\ddot{y}(t)$ .



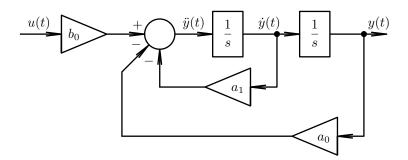
Obr. 19: Bloková schéma rovnice (8), krok tretí.

Druhý signál získame zosilnením signálu y(t) zosilňovačom so zosilnením  $a_0$ . Signál y(t) je možné získať integrovaním signálu  $\dot{y}(t)$ .



Obr. 20: Bloková schéma rovnice (8), krok štvrtý.

Tretí signál získame zosilnením známeho (dostupného) signálu u(t) zosilňovačom so zosilnením  $b_0$ .



Obr. 21: Bloková schéma rovnice (8).

Príslušné integrátori vo výslednej schéme musia mať začiatočné podmienky  $y(0)=y_0$  a  $\dot{y}(0)=z_0$  (podľa (8)).