ÚSTAV ROBOTIKY A KYBERNETIKY

Kolekcia učebných textov

urk.fei.stuba.sk
február 2024

KUT001

O základných vlastnostiach lineárnych systémov

1 Stabilita

1.1 Lyapunovova teória stability

1.2 Diskrétny systém

$$\mathbf{x}_{n+1} = \mathbf{A}\mathbf{x}_n \tag{1}$$

$$V_n = \mathbf{x}_n^\top \mathbf{P}\mathbf{x}_n \tag{2}$$

$$V_{n+1} - V_n < 0 \tag{3}$$

$$\mathbf{x}_{n+1}^\top \mathbf{P}\mathbf{x}_{n+1} - \mathbf{x}_n^\top \mathbf{P}\mathbf{x}_n < 0 \tag{4}$$

$$\mathbf{x}_n^\top \left(\mathbf{A}^\top \mathbf{P}\mathbf{A} - \mathbf{P}\right) \mathbf{x}_n < 0 \tag{5}$$

$$\mathbf{A}^\top \mathbf{P}\mathbf{A} - \mathbf{P} < 0 \tag{6}$$

$$\mathbf{A}^\top \mathbf{P}\mathbf{A} - \mathbf{P} = -\mathbf{Q} \tag{7}$$

1.3 Spojitý systém

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} \tag{8}$$

$$V = \mathbf{x}^\top \mathbf{P}\mathbf{x} \tag{9}$$

$$\dot{V} < 0 \tag{10}$$

$$\dot{\mathbf{x}}^\top \mathbf{P}\mathbf{x} + \mathbf{x}^\top \mathbf{P}\dot{\mathbf{x}} < 0 \tag{11}$$

$$\mathbf{x}^\top \left(\mathbf{A}^\top \mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A}\right) \mathbf{x} < 0 \tag{12}$$

$$\mathbf{A}^\top \mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A} < 0 \tag{13}$$

$$\mathbf{A}^\top \mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A} = -\mathbf{Q} \tag{14}$$

2 Riaditeľnosť

2.1 Diskrétny systém

$$\mathbf{x}_{n+1} = \mathbf{A}\mathbf{x}_n + \mathbf{B}\mathbf{u}_n \tag{15}$$

$$\mathbf{x}_1 = \mathbf{A}\mathbf{x}_0 + \mathbf{B}\mathbf{u}_0 \tag{16a}$$

$$\mathbf{x}_2 = \mathbf{A}^2\mathbf{x}_0 + \mathbf{A}\mathbf{B}\mathbf{u}_0 + \mathbf{B}\mathbf{u}_1 \tag{16b}$$

$$\vdots$$

$$\mathbf{x}_n = \mathbf{A}^n\mathbf{x}_0 + \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B}\mathbf{u}_0 + \cdots + \mathbf{A}\mathbf{B}\mathbf{u}_{n-2} + \mathbf{B}\mathbf{u}_{n-1} \tag{16c}$$

$$\mathbf{x}_n - \mathbf{A}^n\mathbf{x}_0 = \underbrace{\begin{bmatrix}\mathbf{B} & \mathbf{A}\mathbf{B} & \cdots & \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B}\end{bmatrix}}_{\mathbf{R}} \begin{bmatrix}\mathbf{u}_{n-1} \\ \mathbf{u}_{n-2} \\ \vdots \\ \mathbf{u}_0\end{bmatrix} \tag{17}$$

2.2 Spojitý systém

3 Pozorovateľnosť

3.1 Diskrétny systém

3.2 Spojitý systém