

6. Условные математические ожидания и условные распределения II

1. Имеются серверы, которые периодически выходят из строя. Обозначим ξ_i время между i -м моментом выходом из строя сервера и $(i+1)$ -м. Предполагается, что величины ξ_i независимы в совокупности и имеют экспоненциальное распределение с параметром λ .

Обозначим N_t — количество серверов, которые вышли из строя к моменту времени t (в начальный момент времени $N_0 = 0$). В курсе случайных процессов будет доказано, что для любых $s < t$ величина $N_t - N_s \sim Pois(\lambda(t - s))$ и независима с N_s . При этом N_t как функция от t будет называться пуассоновским процессом интенсивности λ .

Необходимо узнать, сколько серверов нужно докупить к моменту времени t взамен вышедших из строя. В момент времени s предсказанием количества серверов, вышедших из строя к моменту времени t , будем считать величину $E(N_t | N_s)$. Напишите программу, которая с момента запуска через каждые t_0 секунд будет выводить уточненное значение предсказания. Фактически через каждые t_0 секунд программа должна печатать значение $E(N_t | N_{kt_0})$ для $k \in \mathbb{N}$. В текстовых полях jupyter-ноутбука напишите явно вывод формулы для $E(N_t | N_s)$.

В приложенном файле содержатся сообщения о выходе из строя серверов. По этим данным напишите программу, которая каждая t_0 секунд выдает значение предсказания. Значения параметров t_0, t и λ также находятся в приложенном файле.