TMA4140 Diskret Matematikk
Høst 2021

Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Løsningsforslag — Øving 1

Seksjon 1.1

14 **c)** "If you miss the final examination, you do not pass the course." ("Hvis du ikke møter opp på eksamen vil du stryke i faget.")

f) "You have the flu and you miss the final examination, or you do not miss the final examination and you pass the course." ("Du har influensa og møter ikke opp på eksamen, eller du møter opp på eksamen og står i faget.")

16 **a)** $r \wedge \neg q$

e) $(p \wedge q) \to r$ (som er det samme som $p \wedge q \to r$)

Seksjon 1.3

12 I disse sannhetstabellene indikerer 1 at utsagnet er sant, og 0 at utsagnet er usant.

a)

p	q	$p \vee q$	$\neg p \wedge (p \vee q)$	$[\neg p \wedge (p \vee q)] \to q$
0	0	0	0	1
0	1	1	1	1
1	0	1	0	1
1	1	1	0	1

b)

p	q	r	$q \to r$	$p \to q$	$p \to r$	$[(q \to r) \wedge (p \to q)] \to (p \to r)$
0	0	0	1	1	1	1
0	0	1	1	1	1	1
0	1	0	0	1	1	1
0	1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	0	1
1	0	1	1	0	1	1
1	1	0	0	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

c)

p	q	$p \to q$	$p \wedge (p \to q)$	$[p \wedge (p \to q)] \to q$
0	0	1	0	1
0	1	1	0	1
1	0	0	0	1
1	1	1	1	1

d)

p	q	r	$p \vee q$	$p \to r$	$q \to r$	$(p \vee q) \wedge (p \to r) \wedge (q \to r)$	$V.S. \to r$
0	0	0	0	1	1	0	1
0	0	1	0	1	1	0	1
0	1	0	1	1	0	0	1
0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	1	0	1
1	0	1	1	1	1	1	1
1	1	0	1	0	0	0	1
1	1	1	1	1	1	1	1

Seksjon 1.4

$\boxed{24}$ **d)** Vi vil finne et logisk uttrykk for setningen: Alle studenter i diskret matematikk kan løse kvadratiske ligninger. La $P(x)$ bety "x kan løse kvadratiske ligninger", og la universalmengden bestå av alle studenter i diskret matematikk. Da har vi

$$\forall x P(x)$$

La nå universalmengden være alle mennesker, og $Q(x)$ bety "x er student i diskret matematikk". Da får vi

$$\forall x (Q(x) \to P(x))$$

e) Det er en student i diskret matematikk som ikke har et ønske om å bli rik. $P(x)$: x ønsker å bli rik. $Q(x)$: x er student i diskret matematikk.
Universalmengde: Studenter i diskret matematikk:

$$\exists x \neg P(x)$$

Universalmengde: Mennesker på jorden:

$$\exists x (Q(x) \wedge \neg P(x))$$

Seksjon 1.5

$\boxed{12}$ **b)** $\neg C(\text{Rachel}, \text{Chelsea})$ (merk at $C(x, y)$ er det samme som $C(y, x)$)

e) To (logisk ekvivalente) varianter er

$$\forall x (x \neq \text{Joseph} \leftrightarrow C(\text{Sanjay}, x))$$

og

$$(\forall x \neq \text{Joseph } C(\text{Sanjay}, x)) \wedge \neg C(\text{Sanjay}, \text{Joseph}).$$

$\boxed{30}$ I denne oppgavene bruker vi formlene for negasjon av kvantorer, dvs.

$$\neg \exists x P(x) \equiv \forall x \neg P(x) \text{ og } \neg \forall x P(x) \equiv \exists x \neg P(x),$$

og DeMorgans lover, dvs.

$$\neg(p \land q) \equiv \neg p \lor \neg q \text{ og } \neg(p \lor q) \equiv \neg p \land \neg q.$$

c)

$$\begin{aligned}
\neg\exists y(Q(y) \land \forall x \neg R(x,y)) &\equiv \forall y \neg(Q(y) \land \forall x \neg R(x,y)) \\
&\equiv \forall y(\neg Q(y) \lor \neg\forall x \neg R(x,y)) \\
&\equiv \forall y(\neg Q(y) \lor \exists x \neg\neg R(x,y)) \\
&\equiv \forall y(\neg Q(y) \lor \exists x R(x,y)).
\end{aligned}$$

e)

$$\begin{aligned}
\neg\exists y(\forall x \exists z T(x,y,z) \lor \exists x \forall z U(x,y,z)) &\equiv \forall y \neg(\forall x \exists z T(x,y,z) \lor \exists x \forall z U(x,y,z)) \\
&\equiv \forall y(\neg\forall x \exists z T(x,y,z) \land \neg\exists x \forall z U(x,y,z)) \\
&\equiv \forall y(\exists x \neg\exists z T(x,y,z) \land \forall x \neg\forall z U(x,y,z)) \\
&\equiv \forall y(\exists x \forall z \neg T(x,y,z) \land \forall x \exists z \neg U(x,y,z)).
\end{aligned}$$