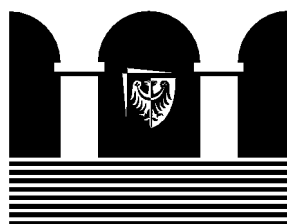


**Politechnika
Wrocławska**



Instytut Fizyki

Notatki do kursu

Wstęp do fizyki kwantowej
Studia inżynierskie

Włodzimierz Salejda
Instytut Fizyki PWr

E-mail: wlodzimierz.salejda@pwr.wroc.pl

Strona domowa
<http://www.if.pwr.wroc.pl/~wsalejda/>

- Robert Eisberg, Robert Resnick, *Fizyka kwantowa atomów, cząsteczek, ciał stałych, jąder i cząstek elementarnych*, PWN, Warszawa 1983.
- Lucjan Piel, *Idee chemii kwantowej*, PWN, Warszawa 2004.
- Herman Haken, Hans Christoph Wolf, *Atomy i kwanty*, PWN, Warszawa 2002.
- Zygmunt Kleszczyński, *Fizyka kwantowa, atomowa i ciała stałego*, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 1997.
- Eyvind H. Wichman, *Fizyka kwantowa*, PWN, Warszawa 1973.

- Richard P. Feynman, *Charakter praw fizycznych*, Prószyński i S-ka, Warszawa 2000.
- Herman Haken, Hans Christoph Wolf, *Fizyka molekularna z elementami chemii kwantowej*, PWN, Warszawa 1998.
- John Gribbin, *Encyklopedia fizyki współczesnej*, Wyd. Amber sp. z o.o., 1998.
- Herman Haken, *Światło — fale, fotony, atomy*, PWN, Warszawa 1993.
- Roger Penrose, *Nowy umysł cesarza*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1995.
- Kaku Michio Kaku, *Wizje, czyli jak nauka zmieni świat w XXI wieku*, Prószyński i S-ka, Warszawa 1997.
- Spis literatury podany jest na stronie www.if.pwr.wroc.pl/dydaktyka.

Spis treści

1. All of that quantum hip-hop	3
1.1. Przegląd wielkości fizycznych mikroświata	5
1.2. Kryterium kwantowości	10
1.3. Dziwny jest ten świat kwantów	12
1.4. Zasada nieoznaczoności dla energii i czasu	14
1.5. Próżnia kwantowa	15
1.6. Elementy rachunku niepewności pomiarowych w pomiarach prostych	16
1.7. O czym będzie mowa w trakcie kursu	19
2. Stara teoria kwantów	19
2.1. Zjawisko fotoelektryczne	20
2.2. Efekt Comptona	25
2.3. Promieniowanie rentgenowskie	28
2.4. Kreacja i anihilacja par	30
2.5. Widma liniowe atomów. Model atomu Bohra	32
2.6. Promieniowanie ciała doskonale czarnego	35
2.6.1. Wyprowadzenie rozkładu Plancka	40
2.7. Dualizm korpuskularno-falowy	42
2.8. Zasada odpowiedniości Bohra	43

Jeśli język kapłanów wydaje się ludowi Bożemu jałowy, kapłani są winni, nie lud.

Leszek Kołakowski¹

1. All of that quantum hip-hop

Wprowadzenie nosi tytuł, w którym zamiast słów hip-hop Czytelniczka lub Czytelnik może wstawić nazwę swojej ulubionej muzyki, np. jazz, funky, heavy metal, blues, trash, puncrock itp. Autor użył terminu hip-hop, ponieważ kojarzy się on z podskakiwaniem, skakaniem, przeskakiwaniem i nagłymi przeskokami, które są powszechne w świecie fizyki kwantowej.

Fizyka kwantowa² (FK) jest najbardziej podstawową ze wszystkich nauk. Jest to dział fizyki dotyczący zjawisk, właściwości, praw i zagadnień z mikroświata atomów, jąder, cząsteczek i cząstek elementarnych³. Matematyczne ujęcie FK nosi nazwę mechaniki kwantowej. Prawa fizyki kwantowej są najogólniejszymi znanymi nam, ludziom, prawami przyrody.

Nazwa FK pochodzi stąd, że procesy fizyczne obserwowane w mikroświecie zachodzą przez przeskoki kwantowe. Pod tym pojęciem rozumiemy nagłą, tj. natychmiastową zmianę stanu – zwanego stanem kwantowym – która występuje w bardzo małej skali i w sposób losowy. W trakcie przeskoku układ kwantowy przechodzi bezpośrednio ze stanu początkowego do końcowego. Nie istnieją przy tym żadne stany pośrednie. Losowy, tj. przypadkowy charakter przeskoków kwantowych to najbardziej zaskakująca właściwość mikroświata⁴. Oznacza to również, że obiekt kwantowy działa w zgodzie z prawami przypadku i dokonuje przeskoku ze stanu początkowego do końcowego wybierając go losowo ze wszystkich możliwych. Towarzyszące temu zmiany wartości wielkości fizycznych są bardzo małe i odbywają się na bardzo małych odległościach. Dlatego w skali makroskopowej (dużo większej od rozmiarów atomu wodoru) dostępnej naszym zmysłom otaczający świat jest gładki i ciągły. Przykłady: (a) elektron w atomie po zaabsorbowaniu fotonu przechodzi z jednego stanu kwantowego o określonej energii do innego stanu kwantowego, który charakteryzuje się także określoną wartością energii; (b) elektron znajdujący się w stanie wzbudzonym atomu przeskakuje spontanicznie do stanu kwantowego o niższej energii; (c) niestabilne jądro atomowe ulega losowo rozpadowi promieniotwórczemu emitując przy tym cząstkę α (promieniowanie α), elektron (promieniowanie β) lub foton (promieniowanie γ); (d) rzut spinu elektronu na dany kierunek w przestrzeni losowo zmienia wartość, co odpowiada kwantowym przeskokom (przejściom) elektronu pomiędzy dwoma stanami kwantowymi; (e) polaryzacja fotonu także losowo zmienia swoją wartość dzięki kwantowym przeskokom pomiędzy dwoma stanami kwantowymi fotonu etc.

Warto w tym miejscu przytoczyć znaczenie rzeczownika *kwant*. Pod tym pojęciem rozumiemy najmniejszą możliwą do uzyskania (tj. do zmierzenia) ilość czegoś. Natomiast wyraz kwantowanie oznacza w fizyce kwantowej nieciągły (*sporcjonowany, porcjonowalny*) charakter wartości wielkości fizycznych, np. energia elektronu w atomie jest skwantowana, skwantowany jest także ładunek elektryczny, opór elektryczny, strumień pola magnetycznego etc. Kwantowanie wartości wielkości fizycznych (zwanymi obserwabkami) uzasadnia i warunkuje istnienie przeskoków kwantowych (w przypadku ciągłej zmiany wartości nie może być mowy o przeskokach kwantowych).

Dobłą analogią, pozwalającą zrozumieć bliżej pojęcie kwantowania i kwantowości, jest działanie bankomatu. Urządzenie to jest zaprogramowane (i tym różni się od obiektu kwantowego) tak, że wydaje

¹Cytaty pochodzą z artykułu pt. *Moje wróżby w sprawie przyszłości religii i filozofii* opublikowanego w *Gazecie Wyborczej*, wydanie sobotnio-niedzielne 2–3 stycznia, 1999 r., strony 9–10.

²Notatki przygotowano w oparciu o podręczniki i książki [1]–[?].

³Cząstkę będziemy uważać za elementarną, jeśli nie można jej opisać jako obiektu złożonego z bardziej elementarnych.

⁴Właściwość ta nie podobała się Albertowi Einsteinowi, który do końca życia nie mógł uwierzyć, że *Bóg gra w kości*. Więcej na ten temat w książce Iana Stewarta, *Czy Bóg gra w kości? Nowa matematyka chaosu*, Wyd. Naukowe PWN, Warszawa 1994.

gotówkę tylko w wielokrotności 10 złotych. Owe dziesięć złotych jest kwantem pieniądza. W tym sensie środki finansowe zgromadzone w bankomacie są skwantowane. Sam bankomat nie jest jednak obiektem kwantowym, ponieważ nie działa — niestety — losowo⁵.

Wymienimy teraz najbardziej charakterystyczne i spektakularne przejawy oraz najważniejsze osiągnięcia technologiczne będące konsekwencją badań i rozwoju fizyki kwantowej:

1. Lasery — odtwarzacze CD i DVD, czytniki kodów kreskowych, laserowy skalpel, widowiska typu *światło i dźwięk* etc.
2. Energetyka jądrowa — rozszczepienie jąder atomowych, synteza lekkich jąder.
3. Urządzenia użytkowej elektroniki i informatyki — tranzystory półprzewodnikowe, diody laserujące, hologramy, ekrany ciekłokrystaliczne, telewizory, telewizja naziemna i satelitarna, telefony komórkowe, układy scalone, procesory, komputery i mikrokomputery, nadprzewodnictwo, nowoczesne metody medycznego diagnozowania: tomografia komputerowa, tomografia emisyjna pozytronów (PET) (jest wykorzystywana m.in. w badaniach funkcjonowania mózgu; w Polsce jest obecnie dostępny jeden tego typu aparat), jądrowy rezonans magnetyczny, technika czynnościowego rezonansu magnetycznego (obecnie w Polsce są czynne dwa takie urządzenia).
4. Chemia kwantowa — nowe środki farmakologiczne.
5. Biologia molekularna — struktura DNA, rozszyfrowanie struktury genów człowieka, inżynieria genetyczna, klonowanie.

O innych osiągnięciach fizyki kwantowej jest mowa w książce Michio Kaku [7].

Fizyka klasyczna, na którą składają się mechanika, termodynamika, fale, elektrodynamika i optyka, dotyczy tych aspektów przyrody, które nie wiążą się bezpośrednio z zagadnieniami podstawowych składników materii oraz ich właściwościami. Odnosi się do obiektów i układów makroskopowych, tj. takich, które zawierają ogromną liczbę cząsteczek lub atomów rzędu liczby Avogadra 10^{23} . Dla celów praktycznych będziemy nazywali obiekt makroskopowym, jeśli można go dostrzec gołym okiem.

Prawa fizyki klasycznej opisują rzeczywiste obiekty tylko z grubsza. Rozpatrując ruch bryły sztywnej nie zajmujemy się opisem poszczególnych jego elementów składowych (jak atomy, jądra lub elektrony), lecz analizujemy ruch ciała jako pewnej abstrakcyjnej całości (zaniedbujemy nieistotne szczegóły budowy atomowej ciał stałych). Dlatego mamy podstawy uważać, że prawa fizyki klasycznej są przybliżonymi prawami przyrody. Mówimy często, że są to teorie fenomenologiczne, ponieważ opisują fakty doświadczalne z ograniczonego obszaru fizyki.

Przykładowo termodynamika fenomenologiczna oparta jest na czterech podstawowych prawach zwanych zasadami termodynamiki sformułowanych na podstawie wielokrotnych doświadczeń. Grają one rolę aksjomatów, tj. stwierdzeń, których nie uzasadnia się w oparciu o bardziej podstawowe teorie fizyczne. Układ makroskopowy charakteryzuje się za pomocą mierzalnych parametrów termodynamicznych takich jak ciśnienie, temperatura, objętość, ściśliwość, pojemność cieplna, ciepło właściwe, gęstość, stałe sprężystości etc. Praw typu równania Clapeyrona $pV = nRT$ nie wyprowadza się z zasad pierwszych, lecz *wyprowadza się* na drodze doświadczalnej. Na gruncie termodynamiki fenomenologicznej nie ma sensu stawianie pytań w rodzaju: Dlaczego pojemność cieplna ciała stałych ma taką a nie inną wartość? Dlaczego gęstość wody jest taka a nie inna? Dlaczego miedź topi się w temperaturze około 1360 K. I tak dalej ...

Z tego punktu widzenia fizyka kwantowa jest fizyką *postklasyczną*. Dotyczy mikroświata i najbardziej podstawowych praw natury. Idee klasyczne, nasz sposób myślenia i analizowania makroskopowych zjawisk i obiektów fizycznych jest pełen uprzedzeń i przyzwyczajęń. Bardzo niechętnie rezygnujemy

⁵Byłoby nam znacznie łatwiej żyć, gdybyśmy mieli dostęp do bankomatu kwantowego. Dlaczego?

z klasycznych idei, które sobie przyswoiliśmy. Nasze myślenie jest *obciążone klasycznie*. Sprawia to ogromne kłopoty przy studiowaniu fizyki kwantowej.

Czy jest jakaś zasada, jakaś prosta i oczywista idea, z której wynikają reguły teorii kwantowej? Takie właśnie pytanie zadał amerykański fizyk John Wheeler [...]

John Wheeler udzielił sobie samemu odpowiedzi:

[...] wszystkie rzeczy, którymi zajmuje się fizyka, są w zasadzie teoretyczną informacją.

Gerard Milburn⁶

1.1. Przegląd wielkości fizycznych mikroświata

Przytoczymy i przedstawimy wybrane prawa oraz pojęcia, które mają podstawowe znaczenie w fizyce kwantowej. Omówimy kilka wielkości fizycznych charakterystycznych dla mikroświata. Podamy ich wartości w jednostkach SI.

1. Stan kwantowy (wektor stanu) — to podstawowe pojęcie dla fizyki kwantowej. Atom lub cząstka elementarna (np. elektron) nie ma cech obiektów makroskopowych. Piłkę golfową lub futbolową opisujemy podając jej masę, wektory położenia, pęd, momentu pędu, ewentualnie skład chemiczny, kolor itd. Kwantowe obiekty opisujemy za pomocą stanu kwantowego zwanego **funkcją falową** lub **wektorem stanu**. Wektor stanu jest jednoznacznie określony za pomocą odpowiedniego zestawu liczb kwantowych. Wektorem stanu jest funkcja falowa Ψ obiektu kwantowego. Jest to funkcja o wartościach w dziedzinie liczb zespolonych!

Rodzi się naturalne pytanie: Na ile zbiór liczb zespolonych jest realny w sensie, w jakim traktujemy liczby rzeczywiste? W tym kontekście Roger Penrose, zwolennik matematycznego platonizmu⁷, pisze:

Zbiór liczb zespolonych ma głęboką i pozaczasową realność, wykraczającą poza umysłowe konstrukcje jakiegokolwiek konkretnego matematyka

oraz

[...] liczby urojone są równie realne jak liczby rzeczywiste, do których przywykliśmy. [...] związek między liczbami „rzeczywistymi” a fizyczną rzeczywistością wcale nie jest taki prosty i oczywisty, jak się wydaje na pierwszy rzut oka. Korzystając z liczb rzeczywistych, przyjmujemy matematyczną idealizację nieskończenie dokładnego opisu, dla której a priori nie ma żadnego uzasadnienia doświadczalnego. [...] liczby zespolone mają absolutnie podstawowe znaczenie dla struktury mechaniki kwantowej. [...] Jaki jest zatem obraz fizycznej rzeczywistości na poziomie kwantowym [...] ? Wielu fizyków wątpiło, czy kiedykolwiek uda się znaleźć właściwy obraz. Twierdzą oni [...], iż teoria kwantowa dostarcza tylko procedury obliczania prawdopodobieństw i nie daje obiektywnego obrazu rzeczywistości fizycznej. Niektórzy twierdzą nawet, iż nie można podać obiektywnego obrazu rzeczywistości, zgodnego z faktami doświadczalnymi. Uważam, że ten pesymizm jest nieuzasadniony.

A oto kilka przykładów wektorów stanu.

⁶Cytat z książki pt. *Inżynieria kwantowa*, wydanej w serii *Na ścieżkach nauki* przez wydawnictwo Prószyński i S-ka, Warszawa 1999.

⁷Wedle R. Penrosa [...] „dane przez Boga” pojęcia matematyczne istnieją poza czasem, niezależnie od naszej ziemskiej egzystencji. Oznacza to, że matematycy nie tworzą nowych pojęć i obiektów. Oni jedynie odkrywają prawdy już istniejące, których istnienie nie zależy od działalności matematyków.

Stan kwantowy swobodnie poruszającej się cząstki kwantowej o ściśle określonej energii E i pędzie \mathbf{p} zadaje funkcja falowa postaci

$$\Psi_{E,\mathbf{p}}(\mathbf{r}, t) = A \exp \left[-\frac{i}{\hbar} (Et - \mathbf{p}\mathbf{r}) \right] = A \exp [-i(\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r})] \quad (1)$$

gdzie A — stała, $E = \hbar\omega = h\nu$, $\mathbf{p} = \hbar\mathbf{k}$, \hbar — stała Diraca, $\omega = 2\pi\nu$.

Zadanie. Ile wynosi wartość iloczynu $\Psi_{E,\mathbf{p}}(\mathbf{r}, t) \cdot \Psi_{E,\mathbf{p}}^*(\mathbf{r}, t)$, gdzie $\Psi_{E,\mathbf{p}}^*(\mathbf{r}, t)$ oznacza zespoloną liczbę sprzężoną.

Zadanie. Stan kwantowy elektronu o najniższej energii (zwany stanem podstawowym) opisany jest zbiorem trzech⁸ liczb kwantowych ($n = 1$, $l = 0$, $m = 0$), którego funkcja falowa

$$\Psi_{1,0,0}(\mathbf{r}, t) = \left(\frac{1}{\pi^{1/3} a_B} \right)^{3/2} \exp \left[-\frac{i}{\hbar} (E_{1,0,0} \cdot t) \right] \exp \left(-\frac{r}{a_B} \right), \quad (2)$$

gdzie n — główna liczba kwantowa, l — orbitalna (poboczna) liczba kwantowa, m — magnetyczna liczba kwantowa,

$$E_{1,0,0} = -R_1 = -\frac{m_e k^2 e^4}{2\hbar^2} = -\frac{m_e c^2}{2} \cdot \left(\frac{e^2 k^2}{\hbar \cdot c} \right)^2 = -\frac{m_e c^2}{2} \cdot \alpha^2 = -13,6 \text{ eV} \quad (3)$$

jest energią stanu podstawowego elektronu, $R_1 = \frac{m_e e^4 k^2}{2\hbar^2}$ — stała Rydberga⁹, $\alpha = \left(\frac{e^2 k^2}{\hbar c} \right)$ — stała struktury subtelnej, m_e — masa elektronu, c — prędkość światła, $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$, $\epsilon_0 \simeq 8,9 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N}\cdot\text{m}^2$, $a_B = r_B = \frac{\hbar^2 k^2}{m_e e^2}$ — promień atomu Bohra.

Zadanie. Ile wynosi wartość iloczynu $\rho_{1,0,0}(\mathbf{r}, t) = \Psi_{1,0,0}(\mathbf{r}, t) \cdot \Psi_{1,0,0}^*(\mathbf{r}, t)$. Sporządzić wykres funkcji $\rho_{1,0,0}(\mathbf{r}, t)$.

Zadanie. Wyznaczyć wartość stałej α struktury subtelnej.

Zadanie. Wyznaczyć wartość energii $E_{1,0,0}$.

Dostępna nam informacja o obiekcie kwantowym (jego właściwościach) jest zakodowana w jego funkcji falowej Ψ .

Zauważmy, że w miejsce trzech współrzędnych przestrzennych wektora \mathbf{r} i trzech składowych wektora pędu \mathbf{p} , do opisu stanu układu kwantowego (np. elektronu) używamy funkcji falowej, która ma nieskończoną liczbę stopni swobody. Tymi stopniami swobody są wartości funkcji falowej tworzące nieskończony zbiór wartości. Oprócz tego stan kwantowy określamy za pomocą liczb kwantowych. Roger Penrose tak pisze o stanie kwantowym: *Obraz rzeczywistości kwantowej zawiera się w pojęciu **stanu kwantowego**. Spróbujmy wyobrazić sobie pojedynczą cząstkę kwantową. W fizyce kwantowej cząstka jest określona swoim położeniem w przestrzeni, a jeśli chcemy*

⁸Taka ilość liczb kwantowych jest konsekwencją tego, że elektron ma trzy stopnie swobody przestrzennej opisane współrzędnymi wektora wodzącego.

⁹Używana jest także inna stała Rydberga $R = R_1/(h \cdot c)$.

wiedzieć, w jaki sposób będzie się zachowywać, to musimy również znać jej prędkość (lub pęd). W mechanice kwantowej **każde** dopuszczalne położenie cząstki jest dla niej pewną **możliwością**. [...] wszystkie **możliwości** trzeba w pewien sposób połączyć, przypisując im zespolone wagi. Zbiór zespolonych wag opisuje kwantowy stan cząstki; traktuje się go jako zespoloną funkcję położenia zwaną **funkcją falową cząstki**. W mechanice kwantowej przyjęto oznaczać ją grecką literą Ψ . W każdym punkcie \mathbf{r} funkcja falowa przyjmuje konkretną wartość $\Psi(\mathbf{r})$; jest to amplituda prawdopodobieństwa, że cząstka znajduje się w \mathbf{r} . Stan kwantowy jako całość możemy oznaczać literą Ψ . Przyjmuję tutaj stanowisko, zgodnie z którym elementem **rzeczywistości fizycznej** odpowiadającym położeniu cząstki jest stan kwantowy Ψ .

Pytanie. Czy jest sensownym z fizycznego punktu widzenia mówienie i rozpatrywanie funkcji falowej Wszechświata?

2. Charakterystyczne odległości (długości) — promień pierwszej orbity elektronowej w atomie wodoru wynosi około $0,5 \text{ \AA} = 0,5 \cdot 10^{-10} \text{ m}$. Rozmiar liniowy atomów jest rzędu $1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}$. Natomiast rozmiar liniowy jądra jest rzędu $10^{-5} \text{ \AA} = 10^{-15} \text{ m}$.

3. Charakterystyczne masy obiektów — masa elektronu $m_e \simeq 9 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, masa protonu $m_p \simeq 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$; jednostka atomowa masy $1 \text{ j.m.a.} = 1 u \simeq 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$. Spełniony jest związek

$$1 \text{ j.a.m.} = \frac{0,012 \text{ kg}}{N_A} \simeq 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}.$$

4. Kwant ładunku elektrycznego — ładunek elektronu $e \simeq 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

5. Maksymalna prędkość przekazu energii (informacji) — prędkość światła $c \simeq 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$.

6. Liczba cząsteczek w jednym molu substancji – jednostka ilości substancji — liczba Avogadra $N_A \simeq 6 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$.

7. Jednostka energii — jeden elektronowolt $1 \text{ eV} \simeq 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$.

8. Charakterystyczna wartość działania — stała Plancka $h \simeq 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$; używana jest także stała Diraca $\hbar = h/(2\pi) \simeq 1 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$. Ten sam wymiar co działanie ma moment pędu oraz własny moment pędu elektronu, zwany spinem.

9. Uniwersalna stała gazowa przypadająca na jedną cząstkę — stała Boltzmanna $k_B = R/N_A \simeq 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$; uniwersalna stała gazowa $R \simeq 8,3 \text{ J/(mol}\cdot\text{K)}$.

10. Stała grawitacji — $G = \gamma \simeq 6,7 \cdot 10^{-11} \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2$.

11. Przenikalność magnetyczna próżni — $\mu_0 \simeq 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Wb/N}\cdot\text{m}$.

12. Przenikalność elektryczna próżni — $\varepsilon_0 = 1/(\mu_0 c^2) \simeq 8,9 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N}\cdot\text{m}^2$; ponadto $1/(4\pi\varepsilon_0) \simeq 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$.

Zadanie. Sprawdzić, że $c^2 \cdot \varepsilon_0 \cdot \mu_0 \simeq 1$.

Jednostki Plancka — są niezależne od jakichkolwiek wzorców pomiarowych. Oto one:

13. Jednostka długości, tzw. długość Plancka — $l_{\text{Pl}} = \sqrt{\frac{G\hbar}{c^3}} \simeq 4 \cdot 10^{-35} \text{ m}$. Długość Plancka określa najmniejszą — dopuszczalną przez naszą obecną wiedzę o przyrodzie — odległość, powyżej których sensownym i uzasadnionym jest rozpatrywanie i tworzenie teorii naukowych. Rozmiary liniowe obiektów rozpatrywanych w teorii strun są rzędu długości Plancka. Nauka — jak na razie — nie mówi nic sensownego o obiektach i zjawiskach zachodzących na odległościach mniejszych od długości Plancka; jest to obszar spekulacji i literatury *science fiction*.
14. Jednostka czasu Plancka, tzw. czas Plancka — $t_{\text{Pl}} = \sqrt{\frac{G\hbar}{c^5}} \simeq 2 \cdot 10^{-43} \text{ s}$. Sens fizyczny, a zatem i naukowy mają interwały czasowe nie mniejsze od czasu Plancka. Tym samym nic sensownego nie można — na razie — powiedzieć o odcinku czasu t_{Pl} , jaki upłynął od momentu Wielkiego Wybuchu do czasu Plancka. Ten okres czasu nosi nazwę ery przedplankowskiej. Wtedy Wszechświat miał rozmiary liniowe mniejsze od długości Plancka, jego temperatura przewyższała temperaturę Plancka i był prawdopodobnie wypełniony strunami, tj. elementarnymi cząstkami o rozmiarach rzędu długości Plancka. Ten okres czasu jest także polem spekulacji, działalności metafizyków i mistyków; jest także przedmiotem zainteresowania kwantowej grawitacji, teorii wszystkiego (theory of everything=TOE), teorii supersymetrii etc. Osoby zainteresowane TOE można określić mianem toologów (nie mylić z teologami), a samą teorię toologią (nie mylić z teologią).
15. Jednostka masy Plancka, tzw. masa Plancka — $m_{\text{Pl}} = \sqrt{\frac{\hbar c}{G}} \simeq 2 \cdot 10^{-8} \text{ kg}$. Jest to jednostka bardzo duża, jeśli porównać ją z masą elektronu lub protonu, ponieważ jest w przybliżeniu równa masie $2 \cdot 10^{22}$ elektronów lub 10^{19} protonów. Odpowiada ona masie drobiny pyłu lub kolonii bakterii.
16. Jednostka energii Plancka, zwana energią Plancka — $E_{\text{Pl}} = m_{\text{Pl}}c^2 = \sqrt{\frac{\hbar c^5}{G}} \simeq 6 \cdot 10^9 \text{ J}$. Jest to ogromna ilość energii w porównaniu z jednym elektronowoltem w przybliżeniu porównywalna z energią, przy której spodziewamy się unifikacji fundamentalnych oddziaływań za wyjątkiem grawitacji.
17. Jednostka częstości Plancka, zwana częstością Plancka — $\omega_{\text{Pl}} = \frac{1}{t_{\text{Pl}}} = \sqrt{\frac{c^5}{\hbar G}} \simeq 6 \cdot 10^{42} \text{ s}^{-1}$.
18. Jednostka temperatury Plancka, tzw. temperatura Plancka — $T_{\text{Pl}} = \frac{1}{k} \sqrt{\frac{\hbar c^5}{G}} \simeq 4 \cdot 10^{31} \text{ K}$. Taka temperatura panowała prawdopodobnie we Wszechświecie podczas tzw. *ery Plancka*; Wszechświat miał wtedy rozmiary liniowe rzędu długości Plancka, a jego wiek określał także czas Plancka. W erze tej, jak przypuszczamy, zaszło przejście fazowe, którego wynikiem było oddzielenie się oddziaływania grawitacyjnego od pozostałych co pozwoliło Wszechświatowi wejść w okres dość

gwałtownej ekspansji¹⁰.

Zadanie. Wyprowadzić, za pomocą analizy wymiarowej, jednostki Plancka; przypomnijmy, że \hbar — stała Plancka ma wymiar [J·s], G — uniwersalna stała grawitacji o wymiarze $\text{N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$, k — stała Boltzmanna o wymiarze J/K, c — prędkość światła.

Zadanie. Korzystając z analizy wymiarowej wyprowadzić wzór $\rho_{\text{Plancka}} = c^5/(G^2\hbar)$ na gęstość masy w tzw. erze Plancka Wielkiego Wybuchu. Pokazać bezpośrednim rachunkiem, że ρ_{Plancka} jest rzędu 10^{96} kg/m^3 .

Jednostek Plancka używamy w analizie układów i zjawisk, w których istotną rolę odgrywają efekty kwantowe i grawitacyjne. Takim układem są czarne dziury.

19. Foton — kwant energii monochromatycznej fali elektromagnetycznej; energia kwantu wynosi $h\nu = \hbar\omega$, gdzie ν — częstotliwość fali, $\omega = 2\pi\nu$ — jej częstość. Jakie wartości może przyjmować wartość kwantu energii fali elektromagnetycznej — przekonamy się dokonując przeglądu widma fal elektromagnetycznych (patrz także rysunek w rozdziale 2.3).

Zadanie. Wyznaczyć energie fotonu fali elektromagnetycznej o długościach: 10^{-13} m (twarde promieniowanie kosmiczne), 10^{-11} m (promienienie X), 550 nm (światło zielone), 1 m (fale telewizyjne), $5 \cdot 10^6 \text{ m}$ (prąd zmienny).

Zadanie. Wyznaczyć długość fali elektromagnetycznej o częstotliwości: 10^{22} Hz (twarde promieniowanie kosmiczne), 10^{20} Hz (promienienie X), 10^{15} Hz (światło widzialne), $5 \cdot 10^8 \text{ Hz}$ (fala telewizyjna), 50 Hz (prąd zmienny).

20. Energia ruchu cieplnego cząsteczek — zgodnie z zasadą ekwipartycji energii cieplnej na jeden stopień swobody cieplnego ruchu postępowym cząsteczek gazu idealnego o temperaturze bezwzględnej T przypada energia równa $kT/2$; jest to ilościowy wyraz zasady *ekwipartycji energii cieplnej*.

Zadanie. Wyznaczyć energię cieplną cząsteczek gazu wodoru, helu, azotu i tlenu w temperaturze pokojowej. Ile wynosi średnia wartość prędkości ruchu cieplnego tych cząsteczek?

21. Równoważność masy i energii — najsłynniejszy wzór XX wieku $E = mc^2$ pozwala przeliczać masę na energię i *vice versa*.

Zadanie. Oszacować o ile zmniejsza się masa Słońca w ciągu jednej sekundy, a o ile w ciągu jednego roku.

Za pomocą wyżej wprowadzonych stałych przyrody możemy wyznaczyć kilka wielkości wymiarowych i bezwymiarowych.

¹⁰Znacznie bardziej gwałtowna ekspansja zwana **inflacją** Wszechświata miała miejsce prawdopodobnie na nieco późniejszych etapach jego rozwoju i trwała między 10^{-36} s a 10^{-34} s . Wtedy to rozmiar Wszechświata wzrósł, jak się szacuje, 10^{43} razy od rozmiarów porównywalnych z długością Plancka do rozmiarów liniowych rzędu 10^8 m . Energia napędzająca inflację pochodziła z kolejnego przejścia fazowego, w którym oddziaływania jądrowe oddzieliły się od elektroslabych.

I tak, $\hbar^2 k^2 / (m_e e^2) = r_B \simeq 0,5 \text{ \AA}$ jest promieniem pierwszej orbity elektronu w atomie wodoru; $\hbar / (m_e c) = \lambda_e \simeq 4 \cdot 10^{-15} \text{ m}$ jest tzw. komptonowską długością elektronu, $r_e = e^2 k^2 / (m_e c^2) \simeq 3 \cdot 10^{-15} \text{ m}$ jest promieniem elektronu. Przypomnijmy, że za pomocą uniwersalnych stałych przyrody wyznaczyliśmy stałą Plancka.

Wielkość $E_e = m_e c^2 \simeq 0,5 \cdot 10^6 \text{ eV} = 0,5 \text{ MeV}$ nazywana jest energią spoczynkową elektronu.

Bezwymiarowa wielkość $\alpha = [e^2 k^2 / (\hbar / m_e c)] / (m_e c^2) = e^2 k^2 / (\hbar c) \simeq 1/137$ jest stałą struktury subtelnej. Jest to jedna z najbardziej fundamentalnych stałych przyrody. Jej wartość odpowiada energii oddziaływania dwóch elektronów umieszczonych w odległości λ_e odniesionej do energii spoczynkowej elektronu $m_e c^2$. Łatwo pokazuje się, że $r_B = \alpha \cdot \lambda_e$. Energia jonizacji atomu wodoru $m_e (\alpha \cdot c)^2 / 2 \simeq 13,6 \text{ eV}$.

Za pomocą uniwersalnych stałych przyrody można także skonstruować jednostkę kwantowego oporu elektrycznego $h/e^2 \simeq 25813$ omów. Jest to więc kwant oporu elektrycznego. Wykrył go w latach osiemdziesiątych ubiegłego wieku Klaus von Klitzing. Zatem powinniśmy go nazwać klitzem.

Zgodnie z fizyką klasyczną i zdrowym rozsądkiem istnieje obiektywny świat zewnętrzny. Świat ten ewoluje w czasie w sposób deterministyczny, w pełni określony ściśle sformułowanymi równaniami matematycznymi. Jest tak zarówno w teoriach Maxwella i Einsteina, jak i we wcześniejszej dynamice Newtona. Rzeczywistość fizyczna istnieje niezależnie od nas, konkretna zaś postać istnienia nie zależy od tego, w jaki sposób ją obserwujemy. Nasze ciała i mózgi również należą do tego świata, a wobec tego ich zachowaniem powinny rządzić ściśle, deterministyczne równania fizyki klasycznej. Wszystkie nasze działania wynikają zatem z tych równań, choć może nam się zdawać, że naszym zachowaniem rządzą świadome akty woli. [...] Niektórych może martwić, że w tym obrazie brakuje miejsca dla teorii kwantów — fundamentalnej, lecz bardzo niepokojącej teorii mikroświata. Teoria kwantów powstała w pierwszym ćwierćwieczu XX wieku dzięki usiłowaniom fizyków, którzy próbowali wyjaśnić subtelne różnice między przewidywaniami klasycznej fizyki a rzeczywistym światem. [...] Jeśli mamy zagłębić się w rozważaniach na temat niektórych fundamentalnych pytań filozoficznych dotyczących działania rzeczywistego świata oraz istoty naszych umysłów i nas samych, to wprawdzie musimy zapoznać się z teorią kwantów — najdokładniejszą i najbardziej tajemniczą ze wszystkich teorii fizycznych.

Roger Penrose¹¹

1.2. Kryterium kwantowości

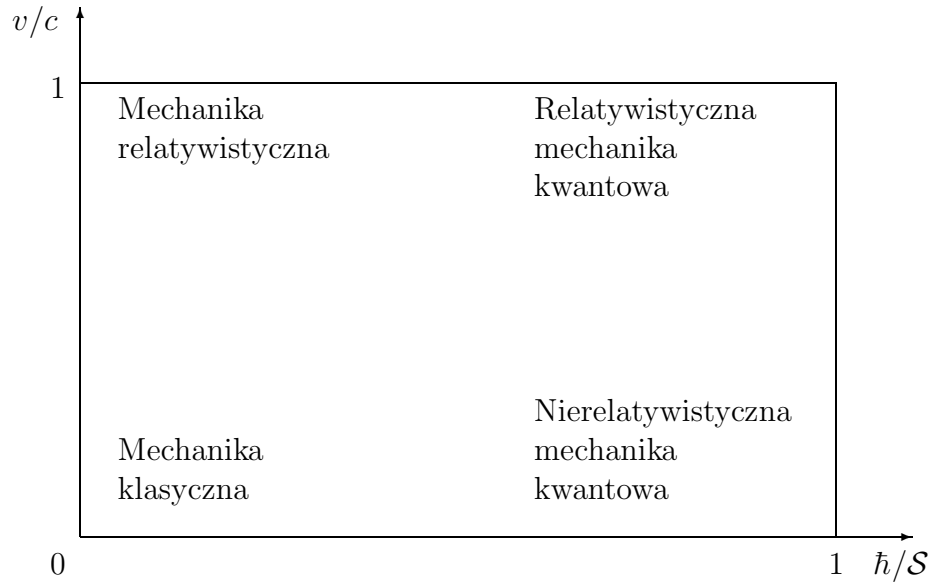
Czy istnieje jakiekolwiek kryterium pozwalające określić stopień kwantowości układu fizycznego? Odpowiedź jest twierdząca. W tym celu należy dla danego układu wyznaczyć wartość działania \mathcal{S} . Przykładowo, jeśli obiekt o stałym pędzie p przebędzie odległość d , to działanie \mathcal{S} tego obiektu jest wprost proporcjonalne do iloczynu $p \cdot d$. Działanie ma wymiar taki sam jak stała Plancka lub Diraca (wymiar działania ma także moment pędu).

Przybliżone kryterium, o którym wspomniano na wstępie jest następujące:

¹¹Cytat z książki pt. Nowy umysł cesarza, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1995.

Jeżeli w rozpatrywanym układzie fizycznym dowolna wielkość fizyczna o wymiarze działania przyjmuje wartości mniejsze lub porównywalne ze stałą Plancka, to układ taki jest układem kwantowym. W przeciwnym razie układ zachowuje się w zgodzie z prawami fizyki klasycznej.

Kryterium to pozwala skonstruować mapę fizycznego świata — patrz załączony rysunek 1. Z rysunku



Rys. 1: Mapa fizycznego świata. Autor rysunku: prof. dr hab. Tadeusz Paszkiewicz, Uniwersytet Rzeszowski.

widać, że na tak wprowadzonej mapie można wyróżnić 4 kontynenty:

- Mechanika nierelatywistyczna (mechanika klasyczna) — obszar (kontynent) położony w lewym dolnym rogu, w którym prędkości $v \ll c$ i $\hbar/S \ll 1$.
- Mechanika relatywistyczna — obszar położony w lewym górnym rogu, w którym prędkości $v < c$, $v \simeq c$ i $\hbar/S \ll 1$.
- Niereletawistyczna mechanika kwantowa — obszar położony w prawym dolnym rogu, gdzie prędkości $v < c$ a $\hbar/S \geq 1$.
- Reletawistyczna mechanika kwantowa — obszar położony w prawym górnym rogu, w którym prędkości $v < c$, $v \simeq c$ i $\hbar/S \ll 1$.

*I can hope that this long sad story, this progression of priests
and ministers and rabbis and ulams and imams
and bonzes of bodhisattvas, will come to an end.
I hope this is something to which science can contribute ...
it may be the most important contribution that we can make.*
Steven Weinberg¹²

1.3. Dziwny jest ten świat kwantów

W świecie klasycznym, idąc za podszeptem zmysłów, intuicji i praktyki życia codziennego, zakładamy, że każda wielkość fizyczna może być zmierzona z dowolną dokładnością. Jesteśmy przekonani o słuszności stwierdzenia, że w zasadzie nie ma żadnego (i być nie może) ograniczenia dokładności pomiaru¹³. Jednak jest to bardzo daleko idące założenie, które nie uwzględnia kwantowej natury przyrody. Nawet bez tego jest założeniem poczynionym na wyrost. Można posunąć się dalej i stwierdzić, że takie założenie jest fałszywe z uwagi na specyfikę pomiarów i towarzyszące im nieuniknione niepewności pomiarowe.

W tym kontekście szczególną rolę odgrywają te wielkości, które określają dynamikę układu lub obiektu fizycznego. Są one nazywane zmiennymi dynamicznymi, ponieważ zmieniają swoje wartości w trakcie ewolucji czasowej układu lub obiektu. Do takich należą w danej chwili czasu m.in. składowe wektorów położenia, pędu, momentu pędu ciała, cząstki lub atomu, energia ciała, molekuł lub układu, składowe wektorów natężenia pola elektrycznego lub magnetycznego etc.

Bardzo skrupulatna analiza rzeczywistego zachowania się układów kwantowych oraz sposobów pomiaru prowadzi do wniosku, że istnieje zasadnicze ograniczenie możliwości jednoczesnego zmierzania z nieskończoną dokładnością określonych wielkości dynamicznych. Istnienie takiego ograniczenia po raz pierwszy zauważył w 1927 roku Werner Heisenberg i dzisiaj są znane pod nazwą *zasady nieoznaczoności*. Konkretna postać zasady nieoznaczoności wyrażona za pomocą ilościowych związków dla wielkości dynamicznych nazywana jest *związkiem nieoznaczoności*.

Najbardziej znanym związkiem nieoznaczoności jest relacja dotycząca zmiennych dynamicznych, którymi są położenie x oraz pęd p_x :

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq h/4\pi = \hbar/2, \quad (4)$$

gdzie Δx oznacza niepewność średnią kwadratową pomiaru x -owej składowej wektora położenia $\mathbf{r} = (x, y, z)$ cząstki, a Δp_x — niepewność średnią kwadratową pomiaru x — owej składowej p_x wektora pędu $\mathbf{p} = (p_x, p_y, p_z)$ cząsteczki (patrz następny rozdział).

Związek (4) orzeka, że zmienne x oraz p_x nie mogą być znane z większą dokładnością od tej, dla której iloczyn ich niepewności pomiarowych jest większy lub równy $\hbar/2$. Ze wzoru (4) wynika także, że równe zero równocześnie nie mogą być niepewności pomiaru położenia i pędu. Innymi słowy żaden obiekt kwantowy nie może mieć jednocześnie ściśle określonego pędu (tj. prędkości) i ściśle określonego położenia. Nie wynika to z niedoskonałości użytej aparatury pomiarowej! Obiekt kwantowy nie ma jednocześnie określonego położenia i prędkości. Możemy w tym kontekście powtórzyć, za Johnem Gribbinem [4]: *W żadnym momencie czasu obiekt kwantowy (np. elektron) nie może jednocześnie wiedzieć, gdzie jest i dokąd zmierza.*

Zasada nieoznaczoności, z uwagi na małą wartość stałej Plancka, ma znaczenie tylko w mikroświecie. W świecie makroskopowym (klasycznym) nie ma ona praktycznego znaczenia.

¹²Cytat pochodzi ze strony http://www.ffrf.org/ftoday/april2000/weinberg_quotes.html. WWW of freethinkers (strona www wolnomyślicieli): <http://www.ffrf.org/>

¹³Mierzac n.p. rozmiary liniowe — długość, szerokość i grubość — kalkulatora możemy zwiększać dokładność pomiarów odwołując się najpierw do metody mierzenia *na oko*, a potem sięgając kolejno po centymetr, linijkę, suwmiarkę, śrubę mikrometryczną, laser, zaawansowane metody interferencyjne przy użyciu światła monochromatycznego. Kontynuacja tego postępowania prowadzi jednak donikąd ponieważ bardzo szybko przekonamy się, że mierzony przez nas obiekt nie ma nieskończenie dokładnie określonych rozmiarów liniowych. Dlaczego? Ws-ka. Oglądane pod mikroskopem ostrze żyłki w żadnym przypadku nie jest linią prostą.

Pytanie: Czy zasada nieoznaczoności obowiązuje (jest spełniona) dla układów lub ciał makroskopowych?

Pytanie: Czy z zasady nieoznaczoności można wysnuć wniosek, że niemożliwy jest pomiar położenia z nieskończoną dokładnością, tj. pomiar położenia z niepewnością średnia kwadratową równą zeru?

Pytanie: Czy korzystając z zasady nieoznaczoności można uzasadnić twierdzenie, że niemożliwy jest pomiar pędu cząstki z nieskończoną dokładnością, tj. pomiar pędu z niepewnością średnia kwadratową równą zeru?

Zasadę nieoznaczoności często uzasadnia się w następujący sposób. Rzeczywiste pomiary wykonywane na układach mikroskopowych zawsze zaburzają (zakłócają) mierzony układ (cząsteczkę), ponieważ istnieje niedające się uniknąć oddziaływanie układu z przyrządem pomiarowym. Gdy podejmujemy próbę bardzo dokładnego pomiaru położenia cząstki ($\Delta x \simeq 0$), to zakłócamy jej stan w taki sposób, że całkowicie nieokreślonym staje się jej pęd $\Delta p_x \simeq \hbar/(2\Delta x) \gg p_x$. Jeśli spróbujemy bardzo dokładnie wyznaczyć pęd cząstki ($\Delta p_x \simeq 0$), to także zaburzamy jej stan w taki sposób, że zupełnie nieokreślonym staje się jej położenie $\Delta x \simeq \hbar/(2\Delta p_x) \gg x$. Gdy spróbujemy jednocześnie wyznaczyć i położenie, i pęd cząstki, to oba pomiary tak na siebie wzajemnie wpływają, że niepewności położenia i pędu spełniają nierówność określoną zasadą nieoznaczoności.

Takie rozumienie zasady nieoznaczoności jest próbą klasycznego jej uzasadnienia. Tym niemniej ma ona znacznie głębszy sens polegający na tym, że wyznacza ona nieprzekraczalne granice stosowności opisu układów fizycznych za pomocą pojęć klasycznych. Najlepiej widać to na przykładzie pojęcia toru cząstek i ciał mikroskopowych. Jest ono całkiem zrozumiałe i pożyteczne na gruncie mechaniki klasycznej. Jednakże jest kompletnie nieprzydatne przy opisie kwantowych właściwości np. elektronów, ponieważ w tym przypadku tor elektronu nie istnieje, co jest prostą konsekwencją zasady nieoznaczoności. Jeśli bowiem wyznaczymy dla elektronu o prędkości v jego położenie z dużą dokładnością Δx , to wówczas jego prędkość może przyjmować jedną z wartości z przedziału $\langle v - \hbar/(2m_e\Delta x), v + \hbar/(2m_e\Delta x) \rangle$, gdzie rozmycie prędkości, tj. $\hbar/(2m_e\Delta x) \geq v$. W przestrzeni zmiennych (x, v_x) zamiast toru — linii krzywoliniowej — mamy do czynienia z czymś w rodzaju chmury trajektorii tworzących bardzo *rozmyty* i *gruby* tor.

Zadanie. Wyznaczyć niepewność położenia elektronu, jeśli niepewność z jaką znamy jego prędkość wynosi 1 m/s. Czy wartość tej niepewności jest mała w porównaniu z liniowymi rozmiarami elektronu szacowanymi na 10^{-15} m?

Zadanie. Oszacować niepewność pędu elektronu o prędkości 10 m/s, jeśli jego położenie znane jest z dokładnością 0,001 m. Czy jest to wartość mała w porównaniu z pędem tego elektronu?

Warto jednak zdawać sobie sprawę z fundamentalnego i uniwersalnego charakteru zasady nieoznaczoności. Nie ma ona nic wspólnego z niedoskonałością metod lub przyrządów pomiarowych użytych do pomiaru położenia i pędu.

Werner Heisenberg w 1927 r. napisał o naturze nieoznaczoności kwantowej w następujący sposób: *Nie możemy, ze względów zasadniczych, znać łańcuchowości ze wszystkimi szczegółami.*

Warto również zauważyć, że w podręcznikach akademickich dotyczących fizyki klasycznej twierdzi się, że jest ona teorią deterministyczną, co oznacza, że na jej podstawie można przewidywać przyszłość. Ma się w ten sposób na myśli to, że znając warunki początkowe w zasadzie możemy — posługując się prawami fizyki klasycznej — określić przyszłość danego układu fizycznego. Jest to twierdzenie tylko częściowo prawdziwe. Obowiązuje w przypadkach, gdy równania zadające ewolucję czasową są liniowe. Może być nieprawdziwe, gdy równania te są nieliniowe. Wówczas to *Pan Bóg może grać w kości* i nie potrafimy przewidywać przyszłości, pomimo że znane są nam równania dynamiki! Nieliniowy charakter równań określających dynamikę układów fizycznych jest od lat 80-ych ubiegłego wieku i obecnie przedmiotem intensywnych studiów. Ta dziedzina działalności nosi nazwę dynamiki nieliniowej. Obejmuje swoim zakresem zjawiska klasycznego i kwantowego chaosu, jak również tzw. deterministycznego chaosu. W tym sensie można uważać, że fizyka klasyczna jest także indeterministyczna.

1.4. Zasada nieoznaczoności dla energii i czasu

W fizyce kwantowej obowiązuje jeszcze inna — oprócz opisanej w poprzednim rozdziale — zasada nieoznaczoności (niesłusznie nazywana zasadą nieoznaczoności Heisenberga), zgodnie z którą nie jest możliwe dokładne zmierzenie energii układu w ściśle określonej chwili czasu.

Jeśli zmniejszamy niepewność ΔE mierzonej energii E stanu układu, to rośnie niepewność Δt mierzonego czasu t , w którym układ miał daną energię. Innymi słowy, im dokładniej mierzymy energię E układu (maleje ΔE), tym mniej wiemy o konkretnej chwili czasu t , w której układ miał mierzoną energię, ponieważ rośnie Δt . I odwrotnie. Jeśli zmniejszamy niepewność Δt pomiaru chwili czasu t , w której układ miał energię E , to wzrasta niepewność ΔE mierzonej energii E układu. Oznacza to, że im dokładniej mierzymy moment czasu t wyznaczania energii E , tym mniej dokładnie mierzymy jej wartość. Ilościowo ujmując to nierówność

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar/2 \quad (5)$$

zwana zasadą nieoznaczoności energii–czasu.

Ze wzoru (5) wynika, że równe zero równocześnie nie mogą być niepewności pomiaru energii ΔE stanu kwantowego i czasu Δt , w którym zmierzono energię.

Wnioski. Na podstawie (5) można twierdzić, że pusty fragment czasoprzestrzeni nie ma dokładnie określonej energii ¹⁴ o wartości np. zerowej. Gdybyśmy wyznaczyli doświadczalnie z nieskończoną dokładnością energię próżni i otrzymali zero, to znaczyłoby, że określiliśmy energię z niepewnością równą zero w skończonym czasie! Ale to przeczy zasadzie (5).

W rzeczywistości nierówność (5) dopuszcza pojawianie się w pustej przestrzeni energii (mówimy, że energia powstaje z niczego) w dowolnej ilości jednak pod warunkiem, że znika w czasie określonym wzorem (5). Można mówić więc o chwilowym naruszeniu zasady zachowania energii. Z tym, że im większe jest naruszenie tej zasady (tj. im większa jest wartość ΔE) tym krócej ona trwa.

Materia może występować pod postacią energii (cząstki o masie spoczynkowej równej zero, np. fotony) oraz masy (cząstki o masie spoczynkowej różnej od zera). Związek energii z masą określa relacja Einsteina $E = mc^2$. Wynika z tego, że z niczego mogą być kreowane cząstki o masie spoczynkowej różnej od zera (podobnie jak poprzednio, im większa masa spoczynkowa kreowanej cząstki, tym krócej ona żyje). Kreowane w ten sposób cząstki noszą nazwę wirtualnych. Wedle naszych współczesnych poglądów w tzw. próżni kwantowej kreowane są nieprzerwanie ogromne ilości cząstek wirtualnych (patrz następny rozdział). Gdy jedna znika, to rodzą się następne. Proces ten trwa non stop. Potrafimy już w warunkach ziemskich kreować pary cząstka-antycząstka (nie są to cząstki wirtualne, ponieważ nie naruszają podstawowych zasad fizyki, tj. zasady zachowania energii, pędu i ładunku) w przypadku najbliższych cząstek elementarnych, jakimi są elektrony i pozytony (patrz rozdział 2.4).

Będziemy w dalszej części wykładu mówili dużo o stanach kwantowych zwanych *stacjonarnymi*. Charakteryzują się tym, że nieokreśloność ich energii $\Delta E = 0$. Czas życia takiego stanu jest nieokreślony i zgodnie z zasadą (5) równy nieskończoności.

Zadanie. Przypuśćmy, że antena stacji telewizyjnej wysyła impulsy fali elektromagnetycznej trwające $\Delta t = 10^{-6}$ s. Wyznaczyć szerokość pasma transmisji, tj. $\Delta \nu$, tej stacji telewizyjnej. Wskaż: skorzystać z (5), kładąc $\Delta E = \hbar \Delta \nu$. Ile takich stacji telewizyjnych, tj. kanałów telewizyjnych, może emitować sygnały bez zakłóceń w pasmie o szerokości 100 MHz, a ile w pasmie szerokości 10 GHz. Jak zmieniają się wyniki, gdy impulsy stacji będą trwały 10^{-8} s?

Zadanie. Średni czas życia stanu wzbudzonego elektronu w atomie jest rzędu 10^{-8} s. W tym czasie elektron jest wzbudzany i wraca, tj. przeskakuje, do stanu podstawowego. Ile wynosi niepewność ΔE_{wzb}

¹⁴Nic może mieć tylko nic, co jest zgodne z powiedzeniem: Z pustego nie nalejesz.

stanu wzbudzonego? Ile wynosi niepewność $\Delta\nu$ (nazywana jest naturalną szerokością linii widmowych) częstotliwości emitowanej fali elektromagnetycznej? W atomie sodu elektron przeskakując ze stanu wzbudzonego do podstawowego emituje fale o długości 5890 Å. Obliczyć różnicę energii $E_{1,0}$ stanu podstawowego i wzbudzonego. Ws-ka: wykorzystać wzory $\Delta t \cdot \Delta\nu \geq 1/(4\pi)$ oraz $\Delta\nu/\nu = \Delta E_{1,0}/E_{1,0}$.

1.5. Próżnia kwantowa

Pod pojęciem próżni klasycznie rozumiemy fragment objętości (wydzieloną część przestrzeni), z której usunięto wszystkie cząsteczki gazu lub powietrza. O czymś takim zwykliśmy mówić, że niczego nie zawiera (zawiera nic) — jest pustką. Wydawać by się mogło, że bardzo dobrym przykładem próżni klasycznej jest obszar przestrzeni międzygwiazdnej. Rzeczywiście w obszarach międzygalaktycznych atomy pierwiastków lub molekuly związków chemicznych spotyka się bardzo, ale to bardzo rzadko. Jest to obszar ekstremalnie wysokiej próżni, w której znajduje się znikoma liczba cząsteczek lub cząstek elementarnych o masie spoczynkowej różnej od zera. Tym niemniej nie jest to dobry przykład próżni klasycznej, ponieważ Wszechświat wypełnia promieniowanie reliktowe i kosmiczne¹⁵.

W sensie klasycznym idealną próżnię można byłoby spróbować otrzymać zamykając część przestrzeni międzygalaktycznej w nieprzezroczystym i nieprzenikalnym dla czegokolwiek materiale. Ale nawet wówczas nie będziemy mieli do czynienia z idealną próżnią. Wewnątrz naszej wnęki zgromadzi się dość szybko gaz fotonów. Skąd on się wziął? Jest to przejaw promieniowania cieplnego, które emituje każde ciało o temperaturze różnej od zera bezwzględego. Czynią to również nieprzezroczyste i nieprzenikalne ścianki wnęki. Czy istnieje wyjście z tej sytuacji? Możemy spróbować schłodzić ścianki wnęki do najniższej z możliwych temperatur. Załóżmy, że udało się nam oziębic wnękę do temperatury zera bezwzględego¹⁶. Wtedy można byłoby uważać, że udało się nam wytworzyć próżnię klasyczną, a więc pustą objętość, w której naprawdę nie ma niczego¹⁷. W rzeczywistości, to co otrzymaliśmy stanowi *próżnię kwantową*, która nie jest pusta. Jest obiektem nie z tej ziemi. W jej objętości dzieje się ogromna liczba przeróżnych procesów kwantowych. Próżnia wykonuje spontanicznie kwantową *muzykę hip-hopową*, która *rozbłyśka* niewidocznymi dla naszych oczu kwantami energii, która szumi, kipi i wrze na sposób kwantowy. Pod tymi słowami ukryte są procesy spontanicznego kreowania i anihilowania (znanych i nieznanymi nam) cząstek elementarnych, zwanych cząstkami wirtualnymi. Procesy te trwają non stop. Gdy jedna cząstka znika, rodzą się nowe. Cząstki wirtualne pojawiają się nagle na krótko *znikąd* (to jest właśnie ten kwantowy *hip*), by następnie zniknąć (i to jest kwantowy *hop*). Pustą przestrzeń, tj. kwantową próżnię należy uważać za kipiącą wirtualnymi cząstkami, którymi są pary cząstka–antycząstka. Mówimy, że próżnia fluktuuje. Niecodzienność tego zjawiska polega także na tym, że procesy kreacji cząstek z *niczego* naruszają zasadę zachowania energii¹⁸. Prawa fizyki kwantowej dopuszczają, aby energia pojawiała się *znikąd* lub z *niczego*, o ile zniknie równie szybko¹⁹! Czas istnienia cząstek wirtualnych (zwany czasem życia) jest na tyle krótki²⁰, że nie można ich zarejestrować za pomocą obecnie dostępnych przyrządów pomiarowych. Natura nie obdarzyła nas — na szczęście — w narządy zmysłów rejestrujące *szumy* próżni kwantowej towarzyszące kreacji i anihilacji cząstek elementarnych. Mimo to istnieją zjawiska świadczące na rzecz tego o czym mówimy. Jednym z nich

¹⁵Ostatnio mówi się o tym, że Wszechświat jest wypełniony *ciemną masą i energią*, których natura fizyczna jest niewyjaśniona.

¹⁶Z doświadczalnego punktu widzenia jest to zadanie niemożliwe.

¹⁷Ale jak to pogodzić ze stwierdzeniem, że *natura nie lubi próżni — natura horret vacuū*?

¹⁸Cząstki wirtualne łamią zasadę zachowania energii, ale robią to tak szybko, że nie można ich na tym przyłapać.

¹⁹Naruszenie zasady zachowania energii — podstawowego *dogmatu* fizyki — zachodzi w czasie ekstremalnie krótkim, znacznie krótszym od technicznych i technologicznych możliwości mierzenia najmniejszych odcinków czasu. W związku z tym można byłoby twierdzić, że cząstki wirtualne nie istnieją, ponieważ, nie da się ich wykryć. Z tego samego powodu nie istnieją procesy naruszające zasadę zachowania energii. I nie ma czym sobie zawracać głowy! Tym niemniej takie podejście jest fałszywe w świetle zaobserwowania sił Casimira.

²⁰Czasy te mogą być rzędu czasu Plancka lub jego wielokrotności i są znacznie mniejsze od mierzalnych obecnie interwałów czasu będących rzędu 10^{-20} s.

jest *efekt Casimira*. Obserwuje się go pod postacią przyciągającej siły Casimira F_{Casimir} , która występuje między dwoma obojętnymi elektrycznie i równoległymi powierzchniami przewodnika ustawionymi w nano- lub mikrometrowej odległości.

Pokazuje się, że wartość tej siły przypadającej na powierzchnię A metali umieszczonych w próżni i odległych od siebie o r jest równa

$$F_{\text{Casimir}}/A = \frac{\pi^2}{240} \frac{\hbar \cdot c}{r^4}. \quad (6)$$

Jeśli r jest dana w mikrometrach, to siła Casimira przypadająca na jeden centymetr kwadratowy metalowych powierzchni wynosi (oznacza to, że A dana jest w centymetrach kwadratowych)

$$F_{\text{Casimir}}/A = \frac{1,3 \cdot 10^{-7} \text{ N} \cdot (\mu\text{m})^4}{r^4 \text{ cm}^2}. \quad (7)$$

Uzasadnienie występowania efektu Casimira odwołuje się do właściwości kwantowej próżni [4]. Najłatwiej kreowanymi cząstkami wirtualnymi są fotony. W latach 40. XX wieku duński fizyk Hendrik Casimir zasugerował doświadczenie prowadzące do zmierzenia wpływu cząstek wirtualnych. Jeśli umieścić dostatecznie blisko siebie równoległe płytki metalowe, wirtualne fotony próżni kwantowej między nimi będą się odbijały od wysoce odbijających powierzchni metalicznych, tworząc fale stojące w obszarze między płytkami. Nie wszystkie jednak fotony będą miały szansę zlokalizować się w przestrzeni między metalami. Wiele z nich zostanie wygaszonych²¹. Oznacza to, że gęstość gazu fotonowego w luce między powierzchniami jest znacznie mniejsza od gęstości w próżni kwantowej na zewnątrz płyt. W efekcie obserwujemy zwiększone zewnętrzne ciśnienie gazu fotonów wirtualnych, które odbieramy jako przyciąganie się metalowych płytek siłą Casimira.

Zadanie. Sprawdzić, że wymiary gęstości energii i ciśnienia są takie same.

Zadanie. Wyznaczyć postać wzoru (7), jeśli r jest dane w jednostkach SI.

Zadanie. Obliczyć siłę Casimira między równoległymi metalowymi płytami umieszczonymi w próżni w odległości $r = 25 \cdot 10^{-7} \text{ m}$ od siebie.

Kosmonauta wyraził w mowie prostackiej rzecz, którą inni zarówno ateści, jak i czasem wierzący w Boga inaczej wyrażają, powiadając, że empirycznych świadectw na rzecz realności Boga nie ma i być nie może. W rozważaniu tej obiektywności wiele zależy od tego, oczywiście, co się za empiryczne świadectwo uważa, jako że zachodzą ponad wszelką wątpliwość doświadczenia mistyczne czy quasi-mistyczne, które doświadczających upewniają, że są to zetknięcia z boskością.

Leszek Kołakowski²²

1.6. Elementy rachunku niepewności pomiarowych w pomiarach prostych

Przedstawimy krótko metody szacowania niepewności pomiarowych dla przypadku pomiarów bezpośrednich (zwanymi także pomiarami prostymi), kiedy to wartości mierzone są odczytywane bezpośrednio ze skali miernika. Jest to istotny problem z uwagi na przedstawioną wcześniej zasadę nieoznaczoności.

Wynik nawet najstaranniej wykonanego pomiaru obarczony jest niepewnością odzwierciedlającą niedokładność wartości wielkości mierzonej. W 1995 r. uzgodniono międzynarodowe normy [8]–[10]

²¹Nie wygaszone zostają tylko te fotony, których długość fali λ spełnia warunek interferencji konstruktywnej $r = n\lambda/2$, gdzie $n = 1, 2, 3, \dots$

²²Cytaty pochodzą z artykułu pt. *Moje wróżby w sprawie przyszłości religii i filozofii* (patrz notka 1).

dotyczące terminologii i zasad wyznaczania niepewności pomiarowych, których statut prawny jest taki sam jak uregulowań dotyczących SI.

Nowym i podstawowym pojęciem jest *niepewność pomiaru*, pod którym rozumiemy miarę niedokładności, z jaką zmierzono daną wielkość fizyczną. Niepewność pomiaru oznacza ilościową miarę naszej niepewności lub wątpliwości co do wartości wyniku pomiaru wielkości fizycznej.

Dokonując pomiaru wielkości fizycznej X przypisujemy jej liczbę mianowaną postaci

$$x = (r_X \pm \Delta_x) J_X, \quad (8)$$

gdzie J_X – jednostka wielkości X , r_X – liczba jednostek, Δ_x – niepewność pomiaru. Jak widzimy, podanie wartości wielkości fizycznej w postaci tylko liczby nie ma sensu (o ile nie jest to wielkość bezwymiarowa).

Wartość niepewności Δ_x oceniamy zazwyczaj za pomocą metody zwanej *statystyczną analizą serii wyników pomiarowych*.

We współczesnym rachunku niepewności pomiarowych nie posługujemy się pojęciem błędu pomiarowego $\delta_{b.p.}(x)$ wielkości X zdefiniowanego jako różnicy między wynikiem pomiaru x , a wartością rzeczywistą μ_X wielkości mierzonej

$$\delta_{b.p.}(x) = x - \mu_X. \quad (9)$$

Tak wprowadzone pojęcie jest bezużyteczne w analizie niepewności pomiarowych, ponieważ nie jest znana dokładna (tj. rzeczywista) wartość μ_X . Tym samym nie jest znana wartość $\delta_{b.p.}(x)$.

Innym pojęciem, którego użyteczność jest ograniczona był błąd przypadkowy $\delta_p^{(\infty)}(x)$, który definowano jako różnicę między wynikiem pomiaru x wielkości X a średnią arytmetyczną $\overline{x^{(\infty)}}$ z nieskończonej liczby pomiarów

$$\delta_p^{(\infty)}(x) = x - \overline{x^{(\infty)}}. \quad (10)$$

To pojęcie także nie może być przedmiotem analizy ilościowej, ponieważ seria pomiarów jest zawsze skończona. Z tych powodów odstąpiono od posługiwania się błędami (pomiarów lub przypadkowymi) jak również nazwą rachunek błędów. Na ich miejsce wprowadzono nowe pojęcia, które prezentujemy dalej i które są przedmiotem rachunku (analizy) niepewności pomiarowych [8]–[10].

Podstawowym pojęciem w analizie niepewności pomiarowych jest niepewność przypadkowa Δ_x mierzonej wielkości fizycznej X , którą definiujemy następująco:

$$\Delta_x = x - \bar{x}, \quad (11)$$

gdzie \bar{x} jest średnią arytmetyczną skończonej serii n pomiarów (zwanej także próbą)

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i. \quad (12)$$

Oprócz niepewności przypadkowych posługujemy się także pojęciem błędu systematycznego $\Delta_{b.s.}$, który definiuje wyrażenie

$$\Delta_{b.s.} = \overline{x^{(\infty)}} - \mu_X. \quad (13)$$

Przedstawione poprzednio wielkości (9), (10) i (11) spełniają związek

$$\Delta_{b.p.}(x) = x - \mu_X = x - \mu_X + \overline{x^{(\infty)}} - \mu_X = \Delta_x - \Delta_{b.s.}, \quad (14)$$

z którego wynika, że możemy analizować dokładność pomiarów rozpatrując jedynie przypadkowe niepewności pomiarów (11) oraz błędy systematyczne (13). Dalej zakładamy, że błędy systematyczne są pomijalnie małe i przyjmujemy $\Delta_{b.s.} = 0$.

Celem analizy niepewności pomiarów jest określenie najlepszej w danych warunkach eksperymentalnych oceny wartości rzeczywistej μ_X mierzonej wielkości fizycznej X oraz wyznaczenie niepewności pomiarowych. Zadania te realizujemy zazwyczaj za pomocą statystycznej metody określania niepewności pomiarów, której podstawy przedstawiamy krótko poniżej.

Założmy, że n -krotnie powtórzono bezpośredni pomiar wielkości X (w jednakowych i stabilnych warunkach) i otrzymano serię (próbę) wyników, które oznaczamy symbolicznie jako $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$. Oceną niepewności pomiarowych prowadzimy przy dodatkowym założeniu, że mierzona wielkość X jest zmienną losową, a $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ jest n -elementową skończoną próbą z nieskończonej serii pomiarowej, którą tworzą wszystkie możliwe wyniki pomiarów. Do próby skończonej stosuje się metody rachunku prawdopodobieństwa i statystyki matematycznej.

W charakterze najlepszej oceny wartości rzeczywistej μ_X przyjmuje się średnią arytmetyczną (12). Natomiast za miarę niepewności *pojedynczego* pomiaru z próby $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ przyjmujemy liczbę

$$s_x = \sqrt{\frac{1}{n-1}[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2]} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \quad (15)$$

którą nazywamy odchyleniem standardowym *pojedynczego* pomiaru; wielkość $(s_x)^2$ nosi nazwę wariancji. Oznacza to, że oceną niepewności zmierzonej wartości x_i jest s_x , a wartość i -tego pomiaru z próby $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ wynosi $x_i \pm s_x$. Jak widzimy każdemu wynikowi pomiarowemu możemy w ten sposób przypisać określoną niepewność pomiarową.

Oszacowana wartość średnia \bar{x} (patrz (12)) obarczona jest niepewnością pomiarową $\Delta_{\bar{x}}$, zwaną *niepewnością standardową* lub *niepewnością średnią kwadratową*, której wartość wynosi

$$\Delta_{\bar{x}} = \frac{s_x}{n} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}. \quad (16)$$

Oznacza to, że najlepszym oszacowaniem wartości średniej \bar{x} mierzonej wielkości X jest $\bar{x} \pm \Delta_{\bar{x}}$, tj. miarą niepewności \bar{x} jest niepewność średnia kwadratowa (16).

Nawiążemy teraz do treści rozdziału dotyczącego zasady nieoznaczoności. Przypuśćmy, że wykonaliśmy serię n pomiarów, w których zmierzono *jednocześnie* położenie i pęd cząsteczki. Reprezentacją doświadczeń są dwa zbiory wyników: dla współrzędnej x mamy $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$, a dla p_x : $p_1, p_2, p_3, \dots, p_n$, gdzie dla przejrzystości zapisu pominięto wskaźnik x przy składowej pędu. W oparciu o te dane wyznaczamy kolejno wartości średnie

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \quad (17)$$

$$\bar{p}_x = \frac{p_1 + p_2 + \dots + p_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n p_i, \quad (18)$$

a następnie niepewności średnie kwadratowe

$$\Delta_{\bar{x}} = \Delta x = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \quad (19)$$

$$\Delta_{\bar{p}_x} = \Delta p_x = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (p_i - \bar{p}_x)^2}. \quad (20)$$

Występujące w zasadzie nieoznaczoności symbole Δx i Δp_x należy rozumieć jako niepewności średnie kwadratowe wyznaczone za pomocą formuł (19) i (20).

Na zakończenie tego rozdziału dodajmy, że znacznie obszerniejsze omówienie zasad rachunku niepewności pomiarowych znajduje się w podręcznikach [8]–[10].

Zadanie. Przypuśćmy, że pełnisz rolę kwantowego eksperta i masz za zadanie stwierdzić, która z dwóch serii pomiarowych dostarczona ci przez Alicję i Boba, jest wiarygodna, a która jest na pewno fałszywa tj. wzięta z sufitu. Oto owe serie pomiarów x -wych składowych wektorów położenia i pędu elektronu.

Pomiary Alicji		Pomiary Boba	
x [Å]	p [kg · m/s]	x [nm]	p [kg · m/s]
0,10	10^{-30}	0,30	$3 \cdot 10^{-23}$
0,15	10^{-31}	0,35	$4 \cdot 10^{-23}$
0,08	10^{-30}	0,38	$2 \cdot 10^{-23}$
0,13	10^{-31}	0,33	$5 \cdot 10^{-23}$

Jak postąpisz będąc ekspertem? Czy potrafisz rozstrzygnąć postawiony problem?

Pytanie: Czy można przeprowadzić podobną do powyższej analizę serii danych, dotyczących tylko jednokrotnego jednoczesnego pomiaru położenia i pędu cząsteczki?

1.7. O czym będzie mowa w trakcie kursu

Po tym dość obszernym wstępie i uwagach przejdziemy dalej i przedstawimy wybrane przesłanki, zjawiska i fakty doświadczalne, które doprowadziły do powstania fizyki kwantowej. Będziemy starali się odpowiedzieć na pytania w rodzaju: Jak i dlaczego doszło do odkrycia fizyki kwantowej? Czy można eksperymentalnie wyznaczyć wartość stałej Plancka?

Nasze rozważania dotyczyć będą najpierw aspektów korpuskularnych fal elektromagnetycznych, które przedstawimy szczegółowo omawiając dość obszernie m.in. zjawisko fotoelektryczne, efekt Comptona, widma liniowe pierwiastków, właściwości promieniowania ciała doskonale czarnego.

Następnie przejdziemy do podstaw mechaniki kwantowej i spróbujemy przeanalizować kilka prostych zagadnień kwantowomechanicznych.

Należy przeto spodziewać się, że zawsze będzie dość racji dla wierzących i niewierzących albo, mówiąc jak Pascal, dość świata, by wybranych przez Boga oświecić i by potępionym odebrać ekstazę, ale też dość ciemności, by pierwszych upokorzyć i by drugich oślepić.

Leszek Kołakowski²³

2. Stara teoria kwantów

Zajmiemy się obecnie zjawiskami i prawami fizycznymi mikroświata, którym podlegają mikroobiekty atomy, molekuly i cząstki elementarne, tj. obiekty o rozmiarach rzędu angstromów ($1 \text{ Å} = 10^{-10} \text{ m} = 0,1 \text{ nm}$).

Przyjmujemy dodatkowe założenie, że wielkość fizyczna charakteryzująca dany mikroobiekt zwana **działaniem** (oznaczana dalej przez \mathcal{S}) o wymiarze (energia)·(czas) lub (pęd)·(przemieszczenie), jest rzędu stałej Plancka $h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$.

Będziemy mówili o zjawiskach, w których prędkości cząsteczek są o wiele mniejsze od prędkości światła (nierelatywistyczna fizyka kwantowa).

Prawa oraz zjawiska obserwowane w skali atomowej leżą prawie całkowicie poza granicami naszych zmysłów i dlatego są mało zrozumiałe, niezgodne z naszą intuicją ukształtowaną przez doświadczenie życiowe, w którym mamy do czynienia głównie ze zjawiskami klasycznymi.

²³Cytaty pochodzą z artykułu pt. *Moje wróżby w sprawie przyszłości religii i filozofii* (patrz notka 1).

Fizyka kwantowa leży u podstaw rozumienia zjawisk i procesów zachodzących w atomach, jądrach atomowych, ciałach stałych lub przyrządach elektronicznych (ferromagnetyzm, nadprzewodnictwo, lasery, diody i tranzystory), drutach i kropkach kwantowych (sztuczne atomy), układach o obniżonej wymiarowości i innych.

Przedstawimy najpierw podstawowe przesłanki fizyczne będące przedmiotem *starej teorii kwantów*, które doprowadziły do sformułowania *mechaniki kwantowej*, podstawowej teorii fizycznej dotyczącej zjawisk i praw fizycznych mikroświata. Historycznie, rozwój mechaniki kwantowej można podzielić na trzy etapy: (1) Okres 1900–1924, to rozwój *starej teorii kwantów*, do której w największym stopniu przyczyniły się prace Maxa Plancka, Alberta Einsteina i Nielsa Bohra; (2) Okres 1925–1928, to gwałtowny rozwój mechaniki kwantowej dzięki pracom takich fizyków jak: Louis Victor de Broglie, Werner Heisenberg, Erwin Schrödinger, Max Born, Paul A.M. Dirac, Lew D. Landau; (3) Okres po 1928 roku do dzisiaj – zastosowanie mechaniki kwantowej w chemii kwantowej, fizyce ciała stałego, kwantowej teorii pola, elektrodynamice kwantowej, statystykach kwantowych (kwantowa termodynamika statystyczna).

2.1. Zjawisko fotoelektryczne

Wyróżniamy trzy rodzaje zjawiska fotoelektrycznego, zwanego również fotoefektem:

1. Fotoefekt zewnętrzny – emisja elektronów z oświetlanego ciała.
2. Fotoefekt wewnętrzny – generowanie w półprzewodnikach elektronów pod wpływem oświetlania.
3. Fotoefekt w gazach – jonizacja atomów i cząstek gazów pod wpływem promieniowania elektromagnetycznego.

Zjawiska te dotyczą oddziaływania promieniowania z materią i są związane z absorpcją promieniowania. W tych zjawiskach promieniowanie przejawia właściwości korpuskularne!

Zajmiemy się bliżej fotoefektem zewnętrznym (patrz rozdział 2 książki [5]). Po raz pierwszy było ono zaobserwowane przez Heinricha Hertza w latach 1886-7. Badamy go zazwyczaj w układzie Lenarda pokazanym na poniższych rysunkach zaczerpniętych z [3].

Eksperymenty są prowadzone w wysokiej próżni. Źródło światła emituje promieniowanie, o różnej częstotliwości i natężeniu, które pada na metalową katodę wybijając z niej elektrony, które są zbierane przez anodę i mierzone czułym galwanometrem. Kolejne rysunki przedstawiają wyniki doświadczeń. Zazwyczaj mierzy się zależność płynącego w obwodzie natężenia prądu fotoelektrycznego I_f w funkcji przyłożonego napięcia U (przyspieszającego — $U > 0$ lub hamującego (opóźniającego) — $U < 0$) oraz natężenia J promieniowania.

Zależność $I_f(U)$ wykazuje charakterystyczne wysycenie dla rosnących U , którego wartość zależy od J . Dla ustalonego materiału katody obserwujemy, niezależnie od wartości J , zanik prądu fotoelektrycznego dla tych samych wartości napięcia hamującego U . Pozwala to wyznaczyć maksymalną energię kinetyczną $E_{\text{kin}}^{\text{max}}$ emitowanych elektronów z relacji

$$E_{\text{kin}}^{\text{max}} = eU_0, \quad (21)$$

gdzie U_0 oznacza napięcie całkowicie hamujące elektrony.

Także doświadczalnie stwierdza się, że $E_{\text{kin}}^{\text{max}}$ nie zależy od natężenia światła J , choć zależy od częstotliwości padającego promieniowania. Okazuje się, że (patrz odpowiednie rysunki), że $E_{\text{kin}}^{\text{max}}$ rośnie wraz ze wzrostem częstotliwości promieniowania. W taki sam sposób zachowuje się napięcie hamujące.

Eksperymentalne wyniki pokazują, że dla różnych metali użytych jako katody wykresy zależności $E_{\text{kin}}^{\text{max}}$ od częstotliwości ν są prostymi równoległymi (patrz odpowiedni rysunek). Wykresy te zaczynają się od pewnej wartości progowej częstotliwości promieniowania zależnej od typu materiału katody.

Podsumowując przedstawione fakty można stwierdzić, że:

1. Maksymalna energia kinetyczna fotoelektronów (elektronów emitowanych z powierzchni metalu pod wpływem padającego promieniowania) nie zależy od natężenia J promieniowania. Jest to sprzeczne z klasyczną koncepcją fali, ponieważ wzrost natężenia fali powinien powodować wzrost energii kinetycznej fotoelektronów (wzrost natężenia fali odpowiada wzrostowi jej amplitudy co

oznacza wzrost składowej pola elektrycznego fali elektromagnetycznej; można by więc oczekiwać wzrostu siły oddziaływania fali na ładunek elektronu). Eksperymentalnie obserwuje się również wzrost energii kinetycznej elektronów wraz ze wzrostem częstotliwości fali elektromagnetycznej. Stoi to w sprzeczności z teorią klasyczną. Wyobraźmy sobie bowiem, że elektron w metalu jest swobodny. Wówczas pod wpływem pola elektrycznego fali elektromagnetycznej elektron powinien wykonywać ruch zgodnie z równaniem

$$m_e \frac{dv}{dt} = eE_{\text{fali}} \cos(\omega t), \quad (22)$$

ω — częstość fali, E_{fali} — wektor natężenia pola elektrycznego fali; efekty pola magnetycznego zaniedbujemy, ponieważ indukcja pola $B_{\text{fali}} = E_{\text{fali}}/c$. Po wycałkowaniu powyższego równania otrzymujemy

$$m_e v = \frac{eE_{\text{fali}}}{\omega} \sin(\omega t), \quad (23)$$

co pozwala napisać wyrażenie na energię kinetyczną fotoelektronów

$$\frac{m_e v^2}{2} = \frac{1}{2m_e} (m_e v)^2 = \frac{1}{2m_e} \left(\frac{eE_{\text{fali}}}{\omega} \right)^2 \sin^2(\omega t), \quad (24)$$

z którego wynika, że energia kinetyczna fotoelektronów powinna maleć wraz ze wzrostem częstości ω fali elektromagnetycznej oraz rosnać wraz ze wzrostem J , które jest proporcjonalne do E_{fali} . Przeczy to wynikom doświadczalnym. Dodajmy jeszcze, że w czasie jednego pełnego okresu fali elektromagnetycznej średnia energia fotoelektronu wzrasta o wartość

$$\frac{1}{4m_e} \left(\frac{eE_{\text{fali}}}{\omega} \right)^2,$$

ponieważ wartość średnia $\sin^2(\omega t)$ po pełnym okresie wynosi $1/2$.

Zadanie. Pokazać, że

$$\frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} \cos^2(\omega t) dt = \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} \sin^2(\omega t) dt = 1/2.$$

Gdybyśmy odstępili od założenia o swobodnym elektronie w metalu i przyjęli, że jest on związany w metalu z jego atomami siłami oddziaływań międzycząsteczkowych, to wówczas doszlibyśmy do wniosku, że energia kinetyczna E_{kin} fotoelektronów powinna zależeć od częstości fali elektromagnetycznej w sposób rezonansowy, tj. zależność $E_{\text{kin}}(\omega)$ powinna mieć wykres typu krzywej Gaussa (przypominającej kształtem wąski kapelusz Napoleona). Oznacza to, że wykres $E_{\text{kin}}(\omega)$ ma jedno wąskie maksimum dla częstości rezonansowej ω_{rez} i zmierza do zera dla małych lub dużych (w porównaniu z ω_{rez}) częstości fali elektromagnetycznej. Również w tym przypadku wyniki doświadczeń są niezgodne z klasycznymi wywodami, w których światło traktujemy jako falę.

2. Fotoefekt zewnętrzny jest obserwowany dla dostatecznie dużych częstotliwości $\nu \geq \nu_0$ fali padającej. Nie jest obserwowany prąd fotoelektryczny dla $\nu < \nu_0$. Wartość ν_0 nosi nazwę częstotliwości progowej. Jej wartość zależy od rodzaju metalu katody. Zgodnie z klasyczną interpretacją ruchu falowego można byłoby oczekiwać, że fotoefekt wystąpi przy każdej częstotliwości promieniowania, pod warunkiem, że natężenie światła będzie dostatecznie duże lub będziemy dostatecznie długo oświetlać. Dodajmy, że liczba fotoelektronów zależy od intensywności padającego promieniowania. Jest to jedyna cecha fotoefektu zgodna z przewidywaniami klasycznej fizyki.
3. Nie zauważono żadnego mierzalnego opóźnienia czasowego między padaniem światła a emisją elektronów z katody (to samo zaobserwowano dla fotoefektu w gazach). W zgodzie z fizyką klasyczną

każda ilość energii może być wymieniona między promieniowaniem i materią. Dlatego można by oczekiwać, że dla dostatecznie słabych natężeń promieniowania o częstotliwości $\nu > \nu_0$ powinien upłynąć skończony okres czasu potrzebny na zaabsorbowanie dostatecznej do wybicia elektronów energii. Oto proste rozumowanie klasyczne. Załóżmy, że powierzchnia atomu metalu absorbującego fotony to koło o promieniu 10^{-10} m. Niech atom ten znajduje się w odległości 1 metra od źródła światła o mocy 1 wata. Wtedy z całkowitej energii emitowanej w ciągu jednej sekundy przez źródło, nasz atom może zaabsorbować energię

$$\frac{\pi(10^{-10})^2 \text{ m}^2}{4\pi \text{ m}^2} \text{ J/s} = 2,5 \cdot 10^{-21} \text{ J/s}. \quad (25)$$

Jeśli założymy, że energia potrzebna do wybicia elektronu z metalu wynosi 3 eV, to aby elektron pobrał od fali taką ilość energii, musi upłynąć co najmniej

$$t = 3 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J} / 2,5 \cdot 10^{-21} \text{ J/s} = 192 \text{ s}, \quad (26)$$

a więc ponad trzy minuty! Tymczasem doświadczalnie nie obserwuje się żadnego mierzanego opóźnienia. Fotelektrony obserwowane są natychmiast!

4. Przy ustalonej częstotliwości liczba fotelektronów wzrasta z natężeniem światła i jest niezależna od jego częstotliwości.

Wyżej przytoczonych faktów (za wyjątkiem ostatniego) nie można było wyjaśnić na gruncie klasycznej fizyki promieniowania elektromagnetycznego. Poprawną, tj. z godną z doświadczeniem interpretację foteefektu podał A. Einstein w marcu 1905 roku. Założył on, że światło jest strumieniem korpuskuł, kwantów — elementarnych porcji energii, zwanych **fotonami**. Zapostulował dyskretny charakter energii przenoszonej przez światło przypisując fotonowi o częstotliwości ν energię równą $h\nu$. Nazwę *foton*, na określenie kwantu (porcji) energii, zaproponował w 1926 roku G.N. Lewis.

Hipoteza Einsteina kwantowania światła:

Energia światła emitowanego przez źródło monochromatyczne o częstotliwości $\nu = c/\lambda$ jest skwantowana. Kwant energii, zwany fotonem, wynosi $E = h \cdot \nu = hc/\lambda$. Foton jest energią zlokalizowaną w przestrzeni i energia ta pozostaje zlokalizowana, gdy porusza się z prędkością c . W zjawisku fotelektrycznym jeden foton jest całkowicie absorbowany przez jeden elektron fotokatody.

A. Einstein otrzymał nagrodę Nobla w 1921 roku właśnie za teorię zjawiska fotelektrycznego!

Zadanie. Metalowa sfera ma promień $r = 1$ m. W jej środku umieszczono źródło monochromatycznego światła o długości $\lambda = 589 \text{ nm}$ (światło żółte) i mocy 1 wata. Ile fotonów uderza w jednostkę powierzchni sfery w czasie jednej sekundy?

Rozwiązanie: Wyznamy najpierw energię padającą na jednostkę powierzchni sfery w czasie jednej sekundy

$$E_c = \frac{1 \text{ J/s}}{4\pi(1 \text{ m})^2} = 0,008 \frac{\text{J}}{\text{m}^2 \text{ s}} = 5,0 \cdot 10^{17} \frac{\text{eV}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}}.$$

Energia pojedynczego fotonu

$$E_0 = h\nu = hc/\lambda = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{5,89 \cdot 10^{-17} \text{ m}} = 3,4 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 2,1 \text{ eV},$$

zatem szukana liczba fotonów

$$N_{\text{fotonów}} = 5 \cdot 10^{17} \frac{\text{eV}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}} \cdot \frac{1 \text{ foton}}{2,1 \text{ eV}} \simeq 2,4 \cdot 10^{17} \frac{\text{fotonów}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}}.$$

Jest to więc liczba astronomicznie duża!

W procesie fotoemisji elektronu pojedynczy foton oddaje część energii elektronowi. Powoduje to natychmiastowe wybiecie elektronu z katody. Wzrost intensywności promieniowania będzie powodował wzrost liczby fotoelektronów. Natomiast maksymalna energia kinetyczna $E_{\text{kin}}^{\text{max}}$ elektronu spełnia zasadę zachowania energii

$$h\nu = E_{\text{kin}}^{\text{max}} + W = \frac{1}{2}mv_{\text{max}}^2 + W, \quad (27)$$

gdzie W jest **energiją (pracą)** wyjścia; energia wyjścia charakteryzuje dany materiał katody i określa minimalną wartość energii jaką należy dostarczyć elektronowi aby opuścił katodę.

Równanie (27) nosi nazwę **równania fotoefektu**. Wynika z niego istnienie częstotliwości progowej promieniowania ν_0

$$h\nu_0 = W. \quad (28)$$

Jeśli oznaczmy przez U_0 napięcie hamujące spełniające równanie

$$E_{\text{kin}}^{\text{max}} = \frac{1}{2}mv_{\text{max}}^2 = eU_0, \quad (29)$$

to uwzględnienie (27) pozwala nadać równaniu fotoefektu następującą postać:

$$eU_0 = h(\nu - \nu_0) = \frac{hc}{e\lambda} - \frac{W}{e}, \quad (30)$$

które nazywane jest **równaniem Einsteina fotoefektu**.

Z ostatniego równania wynika możliwość doświadczalnego wyznaczenia stałej Plancka, ponieważ znając ładunek elementarny e i mierząc zależność U_0 od ν z nachylenia prostej $U_0(\nu)$ możemy szacować wartość h . W ten sposób postąpił Millikan (nagroda Nobla w 1923 r.), który w latach 1905–1916 przeprowadził systematyczne pomiary (miały na celu obalenie teorii Einsteina fotoefektu) i wyznaczył h z dokładnością względną 0,5%.

Idee Einsteina były niejednokrotnie poddawane w wątpliwość przez współczesnych (obecnych także) fizyków. Między innymi R.A. Milikan (zmierzył ładunek elementarny elektronu) podjął w 1906 roku serię pomiarów, które miały obalić teorię Einsteina fotoefektu. Jego wyniki, które kolekcjonował przez 10 lat, potwierdziły przewidywania Einsteina, wbrew temu czego oczekiwał!

Zadanie. Szacowanie h . Padające światło ultrafioletowe o długościach $\lambda_1 = 280 \text{ nm}$ i $\lambda_2 = 490 \text{ nm}$ na powierzchnię ołowiu wybija fotoelektrony o maksymalnych energiach kinetycznych 8,57 eV i 6,77 eV. Oszacować wartości h oraz pracy wyjścia dla ołowiu.

Warto w tym miejscu zaznaczyć, że A. Einstein w 1905 r. postulował, dla energii kwantu promieniowania postać $E = \text{const} \cdot \nu$. Niezależnymi od rozumowania Plancka metodami doszedł w 1906 roku do wniosku, że $\text{const} = h$. W tym sensie wyniki Einsteina nie były uzasadnieniem lub rozwinięciem idei Plancka dotyczących promieniowania ciała doskonale czarnego, o którym będzie mowa w następnym rozdziale. Chodzi o to, że Planck zakładał ograniczoną hipotezę kwantowania odnoszącą się do elektronów emitujących promieniowanie i znajdujących się w ściankach ciała doskonale czarnego. Planck sądził, że po wyemitowaniu przez elektron światło rozchodzi się jak klasyczna fala. A. Einstein poszedł dalej i założył, że energia fali jest skwantowana i światło w konsekwencji rozchodzi się porcjami pod postacią fotonów.

Poniższa tabela zaczerpnięta z książki [3] podaje typowe wartości prac wyjścia i częstotliwości progowych.

2.2. Efekt Comptona

Nowe idee, także w fizyce, mają swoich zagorzałych przeciwników. Nie jest im łatwo przebijać się przez oportunizm i konserwatyzm fizyków. Tak było również z nowatorską ideą dotyczącą kwantowego charakteru fali elektromagnetycznej A. Einsteina. M. Planck bardzo długo nie był przekonany o tym fakcie mimo znajomości teorii fotoefektu. Uważał, że kwantowanie poziomów oscylatora (były nim elektrony atomów wnętrza ciał doskonale czarnego) w pełni wyjaśnia zjawisko promieniowania termicznego i to nie oznacza wcale konieczności akceptowania korpuskularnego charakteru fal elektromagnetycznych.

O tym, że Planck się mylił, a Einstein miał kolejny raz rację świadczą wyniki eksperymentów Artura H. Comptona przeprowadzone w 1923 i potwierdzające korpuskularną naturę promieniowania. Compton mierzył rozpraszanie promieniowania X na graficie (patrz rysunki).

Z punktu widzenia fizyki klasycznej padające promieniowanie X powinno wprawiać elektrony w ruch drgający (patrz poprzedni rozdział) o częstotliwości fali padającej. Oznacza to, że elektrony powinny reemitować fale o tej samej częstotliwości jak padająca. Mierząc promieniowanie rozproszone Compton znalazł, oprócz promieniowania o długości λ fali padającej także fale o długości λ' większej od λ . Był to zaskakujący wynik z punktu widzenia fizyki klasycznej. Jego interpretacja jest możliwa i stosunkowo prosta przy założeniu o korpuskularnym charakterze promieni X.

Compton zinterpretował wyniki doświadczalne jako zderzenia sprężyste (patrz rozdział 2 książki [5]). Foton o energii E , pędzie \mathbf{p} i wartości pędu $p = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$ zderza się z nieruchomym swobodnym elektronem o energii spoczynkowej $E_0 = m_e c^2$ i zerowym pędzie. Elektron uzyskuje energię E_e , pęd \mathbf{P}_e , a foton energię $E' = h\nu_1$, pęd \mathbf{p}' o wartości $p' = \frac{h\nu_1}{c} = \frac{h}{\lambda_1}$.

Z zasady zachowania pędu

$$\mathbf{p} = \mathbf{P}_e + \mathbf{p}',$$

wyznaczamy pęd elektronu

$$\mathbf{P}_e = \mathbf{p} - \mathbf{p}'.$$

Obliczamy kwadraty obu stron ostatniej równości

$$P_e^2 = p^2 + (p')^2 - 2pp' \cos \Theta,$$

gdzie Θ — kąt odchylenia fotonu od pierwotnego kierunku (patrz rysunek). Ponieważ $p = h\nu/c$, $p' = h\nu_1/c$, więc

$$P_e^2 = \left(\frac{h}{c}\right)^2 [\nu + \nu_1^2 - 2\nu\nu_1 \cos \Theta]. \quad (31)$$

Zadanie. Wyprowadzić ostatnią równość.

Z relatywistycznego związku

$$E_e = \sqrt{P_e^2 c^2 + m_e^2 c^4},$$

po wstawieniu do niego (31) otrzymujemy

$$E_e = h\sqrt{\nu + \nu_1^2 - 2\nu\nu_1 \cos \Theta + \frac{m_e^2 c^4}{h^2}}, \quad (32)$$

Zasada zachowania energii dla zderzenia sprężystego elektronu i fotonu ma postać

$$E_0 + E = E_e + E', \rightarrow m_e c^2 + h\nu = E_e + h\nu_1 = h\nu_1 + h\sqrt{\nu + \nu_1^2 - 2\nu\nu_1 \cos \Theta + \frac{m_e^2 c^4}{h^2}} \quad (33)$$

z której wynika, że

$$\nu - \nu_1 + \frac{m_e c^2}{h} = \sqrt{\nu + \nu_1^2 - 2\nu\nu_1 \cos \Theta + \frac{m_e^2 c^4}{h^2}}. \quad (34)$$

Teraz podnosimy obie strony (34) do kwadratu, redukujemy odpowiednie wyrazy i dzielimy obie strony przez iloczyn $\nu \cdot \nu_1$. W rezultacie dostajemy

$$\frac{1}{\nu_1} - \frac{1}{\nu} = \frac{h}{m_e c^2} (1 - \cos \Theta)$$

co jest równoważne formule

$$\Delta\lambda = \lambda_1 - \lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \Theta) = \Lambda_C (1 - \cos \Theta). \quad (35)$$

Wielkość

$$\Lambda_C = \frac{h}{m_e c} = 2,4 \cdot 10^{-12} \text{ m}$$

nosi nazwę komptonowskiej długości fali elektronu.

Zadanie. Wyprowadzić wzór (35).

Czym jest spowodowane występowanie w widmie fali rozproszonej także fali padającej? Wytlumaczenie jest stosunkowo proste. Część promieniowania X przechodzi w głąb grafitu, gdzie natrafia na atomy węgla, których masa jest kilka tysięcy razy większa od masy swobodnego elektronu. Podczas zderzeń sprężystych fotonu promieniowania X z atomami słuszne są wszystkie przytoczone wyżej wzory, a w szczególności (35), w których w miejsce masy spoczynkowej m_e elektronu należy wstawić masę atomu węgla. Ponieważ masa ta jest znacznie większa (o około $12 \cdot 1835 = 2,2 \cdot 10^4$ razy; dlaczego?) więc nie obserwujemy doświadczalnie efektu Comptona dla zderzeń fotonów promieniowania X z atomami węgla. Należy podkreślić, że ten efekt Comptona zapewne ma miejsce ale jest bardzo trudno obserwowalny.

Zadanie. Promieniowanie X o długości fali $\lambda_X = 10^{-10} \text{ m}$ i γ o długości fali $\lambda_\gamma = 2 \cdot 10^{-12} \text{ m}$ są rozpraszane na swobodnych elektronach. Jeśli promieniowanie rozproszone obserwujemy pod kątem

prostym względem wiązki padającej, to: (a) Ile wynosi komptonowska zmiana długości $\Delta\lambda$ w każdym z tych przypadków? (b) Ile wynosi energia kinetyczna E_2 przekazywana elektronowi w każdym z tych przypadków? Ws-ka. Skorzystać ze wzoru na energię kinetyczną $E_2 = c(p - p')$.

Kwantowa teoria mówi nam, że Wszechświat jest przypadkowy w zasadniczy i nieredukowalny sposób. Jest to na pewno ograniczona i zagadkowa forma przypadkowości, ale niewątpliwa. Wiele czasu zajęło ludziom zrozumienie tego, jaki jest właściwie sens kwantowej przypadkowości. Okazuje się, że teoria kwantowa, nasza najlepsza teoria rzeczywistości fizycznej, jest nie tyle teorią fizycznych przedmiotów, ile fizycznej informacji (nawet dziś nie wszyscy fizycy przyjęliby ten punkt widzenia). Niemniej fizycy powoli wstępują na drogę zasugerowaną przez Johna Wheelera (1989): Jutro nauczymy się rozumieć i wyrażać całą fizykę w języku informacji.

Gerard Milburn²⁴

2.3. Promieniowanie rentgenowskie

Promieniowanie X to część widma fal elektromagnetycznych o długościach mniejszej od 10^{-11} m. Było odkryte przez Röntgena. Wykazuje typowe zjawiska falowe polaryzacji, interferencji i dyfrakcji. Jest wytwarzane w lampach rentgenowskich (patrz rysunki wzięte z [5]).

²⁴Cytat pochodzi z książki pt. Inżynieria kwantowa, wydanej w serii *Na ścieżkach nauki* przez wydawnictwo Prószyński i S-ka, Warszawa 1999.

Kolejny rysunek pokazuje rozkład widmowy promieniowania rentgenowskiego. Najbardziej charakterystyczną cechą widma jest istnienie, przy danej energii elektronów, dobrze określonej minimalnej długości λ_{\min} promieniowania rentgenowskiego. Tego faktu nie można wyjaśnić za pomocą klasycznej fizyki. Jeśli jednak potraktujemy fotony jako cząstki, to wyjaśnienie jest dość naturalne i oczywiste. Podczas zderzenia i oddziaływania z jądrami atomów materiału anody maleje jego energia kinetyczna. Ubytek energii kinetycznej pojawia się m.in. pod postacią emitowanych fotonów promieniowania rentgenowskiego.

Widmo elektromagnetyczne

W tym kontekście warto zwrócić uwagę na to, że generowanie promieniowania X jest procesem odwrotnym do fotoefektu. Zasada zachowania energii dla zderzenia elektronu i jądra ma postać

$$E_e^p - E_e^k = h\nu_X,$$

gdzie E_e^p — energia elektronu przed zderzeniem, E_e^k — energia elektronu po zderzeniu, ν_X — częstotliwość emitowanego promieniowania X. Pozwala to wyznaczyć długość λ promieniowania X

$$E_e^p - E_e^k = hc/\lambda.$$

Widmo rentgenowskie jest ciągłe, ponieważ elektrony mogą tracić tylko część swojej energii jaka uzyskują w przyspieszającym je polu elektrycznym między katodą i anodą. Jeśli przez U oznaczmy różnicę potencjałów między katodą i anodą, to minimalna długość λ_{\min} emitowanego promieniowania rentgenowskiego przez lampę będzie równa

$$eU = hc/\lambda_{\min} \rightarrow \lambda_{\min} = \frac{hc}{eU}.$$

Jak widzimy, krótkofalowa granica promieniowania X odpowiada zamianie całej energii kinetycznej termoelektronów na promieniowanie. Wartość λ_{\min} zależy od napięcia przyłożonego do lampy.

Promieniowanie X bywa nazywane promieniowaniem hamowania. Obserwowane jest również podczas każdego zderzenia szybkich elektronów z materią, np. w lampach kineskopowych i monitorach.

Zadanie. Oszacować stałą Plancka wiedząc, że $\lambda_{\min} = 3,11 \cdot 10^{-11}$ m, a napięcie $U = 40$ keV.

Zadanie. Wykorzystując dane z poprzedniego zadania oszacować wartość stosunku h/e .

2.4. Kreacja i anihilacja par

Innym interesującym zjawiskiem czysto kwantowym związanym z oddziaływaniem promieniowania z materią jest kreacja par cząstka-antycząstka. Jest to zjawisko przemiany energii promienistej w energię spoczynkową (powstaje cząstka o masie spoczynkowej różnej od zera) lub w energię kinetyczną — patrz rysunek. Zachodzi w atmosferze ziemskiej pod wpływem promieniowania kosmicznego lub w akceleratorach cząstek elementarnych.

W opisywanym procesie foton o wysokiej energii zderza się z jądrem, traci energię $h\nu$, czego efektem jest kreacja pary elektron-pozyton²⁵. Zasada zachowania energii dla opisywanego zjawiska (przed zderzeniem i po zderzeniu, nie wnikamy w sam mechanizm oddziaływania)

$$h\nu = E_e + E_p = (m_e c^2 + E_e^{\text{kin}}) + (m_p c^2 + E_p^{\text{kin}}) = 2m_e c^2 + E_e^{\text{kin}} + E_p^{\text{kin}},$$

²⁵Po raz pierwszy pozyton (antyelektron) został zaobserwowany przez Andersona w 1932 roku podczas badania promieniowania kosmicznego. Kilka lat wcześniej istnienie antycząstek postulował Paul Dirac; patrz również rozdział 2 książki [5].

gdzie E_e^{kin} i E_p^{kin} to relatywistyczne energie kinetyczne elektronu i pozytonu. Przypomnijmy, że

$$E_e^{\text{kin}} = \frac{m_e c^2}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} - m_e c^2$$

i

$$E_p^{\text{kin}} = \frac{m_p c^2}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} - m_p c^2,$$

a $m_e = m_p$.

Podczas zderzenia spełnione są zasady zachowania: energii, pędu i ładunku elektrycznego. Dlatego w pustej przestrzeni foton nie może samoistnie zniknąć bez śladu. Natomiast obecność ciężkiego jądra umożliwia wypełnić dwie pierwsze zasady.

Problem: Dlaczego pojedynczy foton nie może przekształcić się w elektron? Ws-ka. Patrz rozdział 2 książki [5].

Zadanie: Ile wynosi minimalna wartość energii fotonu, przy której jest możliwa kreacja pary elektron-pozyton. Ile wynosi ta energia potrzebna do kreacji pary proton-antypoton? Ws-ka. Patrz rozdział 2 książki [5].

Nie wszystkie fotony mogą wywoływać kreację par. Są to fotony z obszaru promieniowania rentgenowskiego lub twardego promieniowania kosmicznego o długościach mniejszych od 10^{-12} m i energiach większych od 1,02 MeV.

Zadanie. W komorze pęcherzykowej zaobserwowano parę elektron-pozyton. Cząstki poruszają się po okręgach o promieniach $r = 3$ cm. Indukcja pola magnetycznego wynosi $B = 1$ T i jest prostopadła do płaszczyzn toru ruchu obu cząstek. Obliczyć energię i długość fali fotonu, który wytworzył parę cząstek. Ws-ka. Równanie ruchu cząstki ma postać: $mv^2/r = eBv$. Ws-ka. Patrz rozdział 2 książki [5].

Oprócz zjawiska kreacji par w przyrodzie obserwowane są zjawiska zwane anihilacją par cząstka-antycząstka. Polega ono na połączeniu się np. elektronu i pozytonu oraz zniknięciu obu cząstek, czemu towarzyszy emisja kwantów promieniowania.

Pytanie: Dlaczego przy anihilacji spoczywającej pary elektron-pozyton liczba emitowanych fotonów jest większa niż jeden? Ws-ka. Patrz rozdział 2 książki [5].

Zadanie. Wyznaczyć energie i długości fali dwóch fotonów emitowanych przy anihilacji spoczywającej pary elektron-pozyton. Ws-ka. Patrz rozdział 2 książki [5].

Zadanie. Wyznaczyć energie i długości fali dwóch fotonów emitowanych przy anihilacji spoczywającej pary proton-antypoton.

Jeśli zbiorowe życie religijne redukuje się do organizowania socjalnych, politycznych, narodowych, albo nawet moralnych potrzeb i emocji, może przetwać czas jakiś, ale w końcu rujnuje się albo ustąpi pola innym formom religijności.

Leszek Kołakowski²⁶

2.5. Widma liniowe atomów. Model atomu Bohra

Widmo promieniowania termicznego ciała stałego jest ciągłe. Widma emisyjne rozrzedzonych i ogrzanych do wysokiej temperatury gazów lub rozrzedzonych gazów, w których płynie prąd elektryczny są złożone z wąskich linii spektralnych. Każdy pierwiastek ma w stanie gazowym ściśle określone widmo liniowe. W tym sensie mówimy, że widma te są liniowymi. Widmo liniowe jest na tyle charakterystyczne, że może służyć do identyfikacji danego pierwiastka (w ten sposób w wieku XIX odkryto Rb, Cs, He, Th, In).

Fizyka klasyczna nie jest w stanie wyjaśnić tego typu widm.

Widzialne widmo wodoru zawiera cztery linie odkryte przez J.J. Balmera w 1884 roku zwane serią Balmera. Składają się na nią cztery linie o długościach 410,12 nm, 434,01 nm, 486,07 nm i 626,21 nm. Balmer odgadł postać formuły, za pomocą której można wyznaczyć podane długości fal

$$\lambda_n = 364,56 \frac{m^2}{m^2 - 4}, \quad m = 3, 4, 5, 6. \quad (36)$$

W 1880 roku J.R. Rydberg znalazł podobną formułę dla alkalicznych pierwiastków: Li, Na, K i Cs. Miała ona następującą postać:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{m^2} \right), \quad (37)$$

gdzie $R = 1,09737 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$ jest stałą Rydberga.

Wyjaśnieniem tych osobliwości zajęło się na przełomie XIX i XX wieku i w początkowych latach XX wieku wielu fizyków, w tym Ernest Rutherford. Wynikiem jego eksperymentalnych badań było odkrycie struktury atomu zbudowanego z małego jądra o rozmiarach rzędu $10^{-15} - 10^{-14} \text{ m}$, wokół którego poruszają się elektrony uwięzione dzięki oddziaływaniom elektrostatycznym.

Z punktu widzenia fizyki klasycznej taki układ nie może być stabilnym, ponieważ elektrony poruszające się wokół jądra doznają przyspieszenia czemu, zgodnie z kanonami fizyki klasycznej, powinna towarzyszyć emisja promieniowania elektromagnetycznego. W wyniku emisji energia elektronu powinna zmniejszać się i po upływie czasu rzędu 10^{-8} s elektron winien spaść na jądro. Takie przewidywania pozostają w sprzeczności z obserwacjami (atomy są stabilne, elektrony nie spadają na jądra i całe szczęście, że tak jest).

Nad teoretycznym modelem budowy pracował Niels Bohr od 1911 roku pod kierunkiem Rutherforda. Bohr zauważył, że wielkość $\frac{h^2}{m \cdot k \cdot e^2}$, gdzie k jest stałą w prawie Coulomba, ma wymiar długości, a jej wartość zgadza się co do rzędu z rozmiarami atomów. Jego postępy znacznie przyspieszył zapoznanie się z wzorami Balmera–Rydberga. W roku 1913 zaprezentował swój model atomu wodoru zawierający jeden elektron. Jest on oparty na kilku postulatach.

- P1. Elektron porusza się wokół protonu po pewnej orbicie kołowej, zwanej **stanem stacjonarnym**. Ruch elektronu można opisać klasycznie.

Postulat ten nie wyjaśnia dlaczego atom wodoru jest stabilny. Stwierdza on jedynie, że tak jest. W ruchu po okręgu rolę siły dośrodkowej odgrywa siła oddziaływania elektrostatycznego, pomiędzy

²⁶Cytaty pochodzą z artykułu pt. *Moje wróżby w sprawie przyszłości religii i filozofii* (patrz notka 1).

protonem i elektronem. Zatem

$$\frac{mv^2}{r} = k \frac{e^2}{r^2}. \quad (38)$$

Całkowita energia elektronu wynosi

$$E = E_{kin} + U = \frac{mv^2}{2} - \frac{ke^2}{r}. \quad (39)$$

Z równania (38) otrzymujemy

$$E_{kin} = \frac{ke^2}{2r}, \quad (40)$$

więc energia całkowita elektronu jest równa

$$E = -\frac{ke^2}{2r}. \quad (41)$$

Bohr wiedział, że praw dotyczących promieniowania CDC oraz fotoefektu nie można wyprowadzić w ramach równań Maxwella. Dlatego wprowadził drugi postulat.

- P2. Atom wodoru promieniuje tylko wówczas, gdy elektron przechodzi z dozwolonej orbity na inną także dozwoloną orbitę o niższej energii. Częstotliwość ν emitowanej fali elektromagnetycznej jest równa

$$h\nu = E_m - E_n, \quad (42)$$

gdzie E_m i E_n są energiami dwóch dozwolonych stanów.

To były dwa oryginalnie wprowadzone przez Bohra postulaty. My dodamy do nich jeszcze jeden. Zrobimy tak z uwagi na to, że dwa pierwsze postulaty nie *uzasadniają* stabilności atomu wodoru. Trzeci postulat stał się jasny dopiero w roku 1915.

- P3. Moment pędu elektronu mvr jest całkowitą wielokrotnością stałej $\hbar = \frac{h}{2\pi}$:

$$mvr = n\hbar, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (43)$$

Ponieważ $v = \frac{n\hbar}{mr}$, to z (38) wynika $v = \sqrt{\frac{ke^2}{mr}}$, więc wartość promienia r_n n -tej orbity elektronu wynosi

$$r_n = \frac{n^2\hbar^2}{mke^2}. \quad (44)$$

Z równania (41) możemy wyznaczyć energię elektronu na n -tej orbicie

$$E_n = -\frac{mk^2e^4}{2\hbar^2} \left(\frac{1}{n^2} \right). \quad (45)$$

Z uwagi na relację (42) otrzymujemy

$$\nu = R \cdot c \cdot \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right), \quad (46)$$

gdzie stała Rydberga jest równa

$$R = \frac{mk^2e^4}{4\pi c\hbar^3}. \quad (47)$$

Otrzymane wyżej formuły można zastosować także do atomów wodoropodobnych o ładunku jądra Ze . Wtedy

$$E_n = -\frac{13,6Z^2}{n^2}eV, \quad (48)$$

gdzie $1eV=1,60219 \cdot 10^{-19}J$ jest jednostką energii w skali atomowej. Dodajmy, że $E_1 = -13,6eV$ jest energią stanu podstawowego atomu wodoru. Jest to również energia jonizacji atomu wodoru.

Obserwowana eksperymentalnie seria Lymana odpowiada przejściom elektronu z wyższych poziomów na orbitę $n = 1$.

Seria Balmera odpowiada przejściom elektronu z wyższych poziomów na orbitę $n = 2$.

Seria Paschena odpowiada przejściom elektronu z wyższych poziomów na orbitę $n = 3$.

Teoria Bohra wyjaśnia obserwowane linie widmowe. Nie pozwala jednak wyznaczać intensywności emitowanego promieniowania. W ramach tego podejścia nie jest możliwa teoretyczna interpretacja właściwości wieloelektronowych atomów. Można tego dokonać na gruncie **mechaniki kwantowej**. Z tego punktu widzenia z trzech postulatów Bohra dwa ostatnie są poprawne. Natomiast pierwszy jest niepoprawnym.

Kwantowa teoria mówi nam, że Wszechświat jest przypadkowy w zasadniczy i nieredukowalny sposób. Jest to na pewno ograniczona i zagadkowa forma przypadkowości, ale niewątpliwa. Wiele czasu zajęło ludziom zrozumienie tego, jaki jest właściwie sens kwantowej przypadkowości. Okazuje się, że teoria kwantowa, nasza najlepsza teoria rzeczywistości fizycznej, jest nie tyle teorią fizycznych przedmiotów, ile fizycznej informacji (nawet dziś nie wszyscy fizycy przyjęliby ten punkt widzenia). Niemniej fizycy powoli wstępują na drogę zasugerowaną przez Johna Wheelera (1989): Jutro nauczymy się rozumieć i wyrażać całą fizykę w języku informacji.

Gerard Milburn²⁷

2.6. Promieniowanie ciała doskonale czarnego

Powszechnie znanym faktem jest promieniowanie ciał co odczuwamy jako ciepło. Jeśli wzrasta temperatura danego ciała, to najpierw jest ono ciemne, potem czerwienieje, różowieje staje się żółtawe, następnie niebieskawieje by w końcu świecić jako źródło światła białego (przy dalszym wzroście temperatury zaczyna się topić). Z punktu widzenia klasycznego dzieje się tak ponieważ podczas ogrzewania rosną prędkości i przyspieszenia z jakimi poruszają się ładunki elektryczne znajdujące się w atomach i cząsteczkach podgrzewanego ciała. Tak więc promieniowanie termiczne (cieplne) powstaje kosztem ruchu cieplnego ładunków elektrycznych.

Promieniowaniem termicznym nazywamy promieniowanie wysyłane przez ciało ogrzane do pewnej temperatury (powyżej 0K).

Promieniowanie cieplne ilościowo opisujemy za pomocą wielkości zwanej **zdolnością emisyjną ciała**²⁸ i oznaczaną przez $e(\nu, T) = \frac{dW_{prom}}{d\nu}$, która określa ilość energii cieplnej emitowanej przez ciało w czasie 1 sekundy z jednostki powierzchni o temperaturze T o częstościach zawartych w przedziale $< \nu, \nu + d\nu >$. Wielkość dW_{prom} jest energią promieniowania elektromagnetycznego wysyłanego w ciągu jednej sekundy z jednostki powierzchni ciała. Jednostką wielkości dW jest $J/(s \cdot m^2)$. Zatem jednostką $e(\nu, T) = \frac{dW_{prom}}{d\nu}$ jest J/m^2 ; jednostką $e(\nu, T)d\nu$ jest więc $J/(s \cdot m^2)$. Wielkość $e(\nu, T)d\nu$ można definiować zastępując częstość fali ν jej długością λ .

Zdolność absorpcyjną ciała²⁹ $a(\nu, T)$ określamy za pomocą wyrażenie

$$a(\nu, T) = \frac{dW_{abs}}{W}, \quad (49)$$

gdzie dW_{abs} jest częścią energii W fali elektromagnetycznej o częstościach zawartych w przedziale $< \nu, \nu + d\nu >$ padającej na jednostkę powierzchni danego ciała i zaabsorbowanej przez ciało w ciągu jednej sekundy. Jak widzimy $a(\nu, T)$ jest wielkością bezwymiarową. Wielkość $a(\nu, T)$ można definiować zastępując częstość fali ν jej długością λ .

Ponieważ z absorpcją mamy do czynienia podczas *oświetlania* (*napromieniowania*) ciała promieniowaniem elektromagnetycznym, to należy jeszcze wprowadzić pojęcie zdolności do odbijania ciała

²⁷Cytat pochodzi z książki pt. Inżynieria kwantowa, wydanej w serii *Na ścieżkach nauki* przez wydawnictwo Prószyński i S-ka, Warszawa 1999.

²⁸Stosuje się również nazwę **spektralna zdolność emisyjna ciała**.

²⁹Często używa się w tym kontekście terminu **spektralna zdolność absorpcyjna ciała** lub **współczynnik absorpcji spektralnej**.

oznaczanej przez $r(\nu, T)$, która zdefiniowana jest relacją

$$r(\nu, T) = \frac{dW_{odb}}{W}, \quad (50)$$

gdzie dW_{odb} jest częścią energii W fali elektromagnetycznej o częstościach zawartych w przedziale $< \nu, \nu + d\nu >$ padającej na jednostkę powierzchni danego ciała i odbitej przez ciało w ciągu jednej sekundy. Jak widzimy $r(\nu, T)$ jest wielkością bezwymiarową. Wielkość $r(\nu, T)$ można definiować zastępując częstość fali ν jej długością λ .

Łatwo widzimy, że

$$a(\nu, T) + r(\nu, T) = 1 \quad (51)$$

Doświadczalnie ustalono podstawowe prawo dotyczące promieniowania termicznego zwane prawem Kirchhoffa.

Prawo Kirchhoffa

Stosunek zdolności emisyjnej do zdolności absorpcyjnej jest dla wszystkich ciał taki sam

$$\frac{e(\nu, T)}{a(\nu, T)} = \varepsilon(\nu, T), \quad (52)$$

gdzie $\varepsilon(\nu, T)$ jest zdolnością emisyjną ciała doskonale czarnego.

Będziemy mówili o promieniowaniu szczególnego ciała jakim jest **ciało doskonale czarne** (CDC), dla którego $a(\nu, T) = 1$.

Dla CDC doświadczalnie wyznaczono **prawo Wiena** (zwane także prawem przesunięć Wiena):

$$\lambda_{max} \cdot T = 2,898 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}, \quad (53)$$

gdzie λ_{max} jest długością fali, przy której zdolność emisyjna $e(\lambda, T)$ ciała o danej temperaturze T jest maksymalna.

W 1884 roku Boltzmann pokazał, że całkowita zdolność emisyjna E_c CDC spełnia relację

$$E_c = \sigma \cdot T^4, \quad (54)$$

która jest znana pod nazwą prawa Stefana-Boltzmann, przy czym stała Stefana-Boltzmann σ jest równa

$$\sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3}. \quad (55)$$

Zauważmy, że z ostatniej równości wymiar σ jest $J/(s \cdot m^2 \cdot K^4)$. Zatem wymiar E_c jest $J/(s \cdot m^2)$, co oznacza, że E_c określa ilość energii emitowanej z jednostki powierzchni CDC w czasie jednej sekundy.

Pole promieniowania cieplnego wnęki z małym otworem w ścianie (będącej dobrym modelem CDC) charakteryzujemy za pomocą **spektralnej gęstości energii** $u(\nu, T)$ zdefiniowanej w ten sposób, że $u(\nu, T)d\nu$ jest ilością energii promieniowania cieplnego przypadającego na przedział częstotliwości fal $< \nu, \nu + d\nu >$ w jednostce objętości wnęki. Zatem jednostką $u(\nu, T)$ jest $\frac{J \cdot s}{m^3}$. W ten sposób $u(\nu, T)d\nu$ jest gęstością energii promieniowania we wnęce; jednostką $u(\nu, T)d\nu$ jest J/m^3 .

Związek pomiędzy $u(\nu, T)$ oraz $\varepsilon(\nu, T)$ jest następujący:

$$\varepsilon(\nu, T) = \frac{c \cdot u(\nu, T)}{4}. \quad (56)$$

W 1896 roku Wien zaproponował następujące wyrażenia dla funkcji $u(\lambda, T)$:

$$u(\lambda, T) = A\lambda^{-5} \exp(-B/(\lambda \cdot T)), \quad (57)$$

gdzie stałe A i B są wyznaczane doświadczalnie. Formuła (57) jest zgodna z wynikami doświadczalnymi w obszarze długości λ od $0,7\mu\text{m}$ do $6\mu\text{m}$.

W czerwcu 1900 roku Lord Rayleigh zauważył, że wzór (57) prowadzi do wniosku, że funkcja $u(\lambda, T)$ dla $\lambda \rightarrow \infty$ **nie rośnie** przy zwiększaniu temperatury ciała co pozostawało w niezgodności z danymi eksperymentalnymi. Wspólnie z Jeans'em zaproponowali nową postać wzoru (57), zwanego obecnie prawem Reyleigha–Jeansa (podajemy go w zmiennych (λ, T)):

$$u(\lambda, T) = C \cdot T \cdot \lambda^{-4}, \quad (58)$$

(to samo ale w zmiennych (ν, T) patrz dalej podane wzory (63), (64), (65))

$$u(\nu, T) = C \cdot T \cdot (c/\nu)^{-4} \cdot c/\nu^2 = C \cdot T \cdot \nu^2/c^3, \quad (59)$$

gdzie $C = 8\pi \cdot k$ (k -stała Boltzmanna), który został potwierdzony we wrześniu 1900 roku pomiarami przeprowadzonymi dla długości fal od $12\mu\text{m}$ do $18\mu\text{m}$. Ale – uwaga – wzór (58) tak doskonały dla $\lambda \rightarrow \infty$, kompletnie zawodził dla $\lambda \rightarrow 0$, ponieważ dla $\lambda \rightarrow 0$ na podstawie (58) mamy $u(\lambda, T) \rightarrow \infty$ co również prowadziło do ewidentnej sprzeczności z doświadczeniem³⁰.

Wyjście z tej sytuacji znalazł Max Planck, który wiedział, że promieniowanie emitowane przez wnęki zrobione z różnych materiałów ma takie same charakterystyki spektralne. 19 października 1900 roku zaproponował następujące wyrażenie dla $u(\lambda, T)$ (które odgadnął, nie wyprowadził; Planck wymyślił formułę będącą wzorem interpolacyjnym pomiędzy wzorem Reyleigha–Jeansa (patrz (58) oraz (59)) a formułą Wiena (57)) zwane **prawem promieniowania Plancka CDC**:

$$u(\lambda, T) = \frac{A\lambda^{-5}}{\exp\left(\frac{B}{k \cdot T}\right) - 1}, \quad (60)$$

gdzie $A = 8\pi \cdot h \cdot c$ i $B = h \cdot \nu = hc/\lambda$.

To samo prawo w zmiennych (ν, T) ma postać (patrz (65))

$$u(\nu, T) = \frac{A'\nu^3}{\exp\left(\frac{B}{k \cdot T}\right) - 1}, \quad (61)$$

gdzie A' –stała.

W celu otrzymania wzoru (60) Planck założył, że **całkowita** energia wszystkich oscylatorów zawartych w ściankach wnęki jest złożona z elementarnych porcji energii ε o wartościach³¹ $\varepsilon = h \cdot \nu$, gdzie h jest pewną stałą zwaną stałą Plancka $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$ J·s. Planckowi zawdzięczamy sugestię o dyskretnym, mówimy także, skwantowanym (o porcjonowanym, sporcjonowanym) charakterze energii.

Założenie o kwantowaniu energii oscylatorów (atomów lub cząsteczek) umieszczonych w ściankach wnęki uzasadnił fizycznie Albert Einstein w 1906 roku. Z punktu widzenia fizyki klasycznej energia oscylatora harmonicznego może przyjmować dowolne wartości. W fizyce klasycznej mówimy, że widmo (zbiór dopuszczalnych wartości) energii oscylatora harmonicznego jest ciągłe.

Albert Einstein pokazał, że wzór (60) można wyprowadzić, jeśli założy się, że **energia każdego indywidualnego oscylatora materiału wnęki** (a nie całkowita ich energia) **jest skwantowana** (sporcjonowana) **w ten sposób, że odległość pomiędzy dwoma sąsiednimi poziomami energetycznymi pojedynczego oscylatora wynosi $h \cdot \nu$** . Stanowi to treść **kwantowej hipotezy Einsteina**³².

³⁰Gdyby wzór (58) był słuszny, to mielibyśmy do czynienia z *katastrofą nadfioletową*, polegającą na tym, że $u(\lambda \rightarrow \infty, T) = u(c/(\nu \rightarrow 0), T) \rightarrow \infty$. Mówiąc językiem potocznym, gdyby wyrażenie (58) było poprawne, to wówczas dowolny piecyk spowodowałby spalenie jakiegokolwiek ogrzewanego obiektu. Dlaczego?

³¹W ten sposób Planck rozdzielił całkowitą energię oscylatorów na porcje o wartościach $\varepsilon = h \cdot \nu$. Chociaż założenie to jest nieprawdziwe, to prowadzi do poprawnego wzoru (60). W fizyce to nie pierwszy, ale zapewne nie ostatni poprawny wynik otrzymany na podstawie błędnych przesłanek!

³²M. Planck zaakceptował ideę Einsteina dopiero w roku 1910! Dziesięć lat pracował nad innymi uzasadnieniami swojego wyprowadzenia wzoru (60)

Innymi słowy Einstein zaproponował (jak najbardziej słusznie), że kwantowe oscylatory (atomy materiału wneki) mają dyskretne poziomy energii

$$E_n = n \cdot h \cdot \nu, \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots, \quad (62)$$

odległe od siebie o stałą wartość równą $h \cdot \nu$. Fizycznie oznacza to, że oscylator może emitować lub absorbować energię porcjami o wartości $h \cdot \nu$. Jest to bardzo istotne i daleko idące założenie, które jest obce i niezrozumiałe na gruncie fizyki klasycznej. Wynika z niego, że poziomy energetyczne oscylatorów, imitujących atomy ścianek wneki, są dyskretne. Zatem **energia wewnętrzna atomów nie może się zmieniać w sposób ciągły lecz skokowy, tj. atom może przyjmować wartości z pewnego dyskretnego zbioru wartości. Tę właściwość przyjęto określać mianem kwantowania energii atomów. Jeśli charakteryzujemy stany atomów za pomocą jego energii, to można powiedzieć, że stany atomów są dyskretne.**

Przejściom atomów pomiędzy różnymi stanami różniącymi się w skali energetycznej o ΔE towarzyszy pochłanianie lub emisja promieniowania o częstotliwości $\nu = \Delta E/h$. Atom przechodząc ze stanu o wyższej do stanu o niższej energii emituje promieniowanie o częstotliwości $\nu = \Delta E/h$. Takie przejścia mogą być spontaniczne lub wymuszone (jest to skutek zewnętrznego oddziaływania na atom). Jeśli jest pobudzany do przejścia na stan o wyższej energii, to pochłania promieniowanie o częstotliwości $\nu = \Delta E/h$. Tego typu zjawiska leżą u fizycznych podstaw działania maserów i laserów.

Jak przeliczać charakterystyki spektralne ze zmiennych (λ, T) na zmienne (ν, T) i na odwrót? Przepiszmy wzór (60) w pełnej postaci

$$u(\lambda, T) = \frac{8\pi \cdot h \cdot c \cdot \lambda^{-5}}{\exp\left(\frac{h \cdot c}{\lambda \cdot k \cdot T}\right) - 1}. \quad (63)$$

Z równości

$$|u(\lambda, T)d\lambda| = |u(\nu, T)d\nu| \quad (64)$$

i relacji $\left|\frac{d\lambda}{d\nu}\right| = \left|\frac{c}{\nu^2}\right|$, będącego wynikiem różniczkowania związku $\lambda = \frac{c}{\nu}$, otrzymujemy

$$u(\nu, T) = u(\lambda = c/\nu, T) \left|\frac{d\lambda}{d\nu}\right| = \frac{8\pi \cdot h \cdot c \cdot (c/\nu)^{-5}}{\exp\left(\frac{h \cdot \nu}{k \cdot T}\right) - 1} \cdot \frac{c}{\nu^2} = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{\nu^3}{\exp\left(\frac{h \cdot \nu}{k \cdot T}\right) - 1}. \quad (65)$$

Natomiast zdolność emisyjna $\varepsilon(\nu, T)$ CDC jest równa

$$\varepsilon(\nu, T) = c \cdot u(\nu, T)/4 = \frac{2\pi h}{c^2} \frac{\nu^3}{\exp\left(\frac{h \cdot \nu}{k \cdot T}\right) - 1}. \quad (66)$$

Ostatnie wyrażenie nosi nazwę **wzoru Plancka** określającego spektralną zdolność emisyjną CDC.

Całkowita zdolność emisyjna E_c CDC jest równa

$$E_c = \int_0^\infty \varepsilon(\nu, T)d\nu = \frac{2\pi h}{c^2} \int_0^\infty \frac{\nu^3 d\nu}{\exp\left(\frac{h \cdot \nu}{k \cdot T}\right) - 1}. \quad (67)$$

Po wprowadzeniu nowej zmiennej $x = \frac{h\nu}{kT}$ otrzymujemy, że

$$E_c = \frac{2\pi k^4}{c^2 h^3} T^4 \int_0^\infty \frac{x^3 dx}{\exp(x) - 1}. \quad (68)$$

Występująca w ostatnim wyrażeniu całka jest równa $\pi^4/15$ więc

$$E_c = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3} T^4 = \sigma \cdot T^4, \quad (69)$$

co jest wzorem Stefana-Boltzmanna, przy czym stała Stefana-Boltzmanna

$$\sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3}. \quad (70)$$

Możemy na tej podstawie określić wartość stałej Plancka, jeśli z pomiarów promieniowania ciała doskonale czarnego wyznaczymy stałą σ .

Dla małych T , mianownik wyrażenia (66) można zastąpić przez

$$\exp(h\nu/(kT)) - 1 \simeq 1 + h\nu/(kT) - 1 = \frac{h\nu}{kT},$$

więc

$$\varepsilon(\nu, T) = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} kT. \quad (71)$$

Pozwala to nam uzasadnić wzór Raleigha-Jeansa (otrzymany z rozważań klasycznych patrz (58), (59)), ponieważ dla małych T mamy (uwzględniamy relacje (56))

$$u(\nu, T) = 4\varepsilon(\nu, T)/c = 4 \frac{2\pi\nu^2}{c^2} kT/c = 8\pi \cdot k \cdot T \cdot \nu^2/c^3 \quad (72)$$

co zgadza się z (59).

Czy można z rozkładu Plancka otrzymać prawo Wiena? W tym celu znajdziemy ekstremum funkcji (66). Wprowadzimy nową zmienną $x = \frac{h\nu}{kT}$, za pomocą której

$$\varepsilon(\nu, T) = \frac{2\pi h}{c^2} \left(\frac{kT}{h^3} \right)^3 \frac{x^3}{\exp(x) - 1}.$$

Z warunku ekstremum $\frac{d\varepsilon}{dx} = 0$ prowadzi do równania przestępnego

$$3 - x - 3\exp(-x) = 0,$$

którego rozwiązaniem jest pierwiastek $\simeq 2,82$. Zatem

$$\nu_{max} = \frac{x_{max} kT}{h} = 2,82 \frac{kT}{h}. \quad (73)$$

Podstawienie $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$, $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ dostajemy

$$\nu_{max} = 5,88 \cdot 10^{10} \text{ K}^{-1} \text{ s}^{-1} \cdot T. \quad (74)$$

W celu wyznaczenia długości fali, przy której spektralna zdolność emisyjna $e(\nu, T)$ osiąga maksimum, należy przeprowadzić taką samą jak poprzednio procedurę matematyczną dla funkcji (60) lub (65). Wtedy otrzymujemy również równanie przestępne, którego rozwiązaniem jest $x_{max} = 4,965$, gdzie $x = \frac{hc}{kT\lambda}$. Zatem, po odpowiednich podstawieniach

$$\lambda_{max} = \frac{2,898 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot K}{T}. \quad (75)$$

Zaufanie do nauki, która nam różnych bogactw dostarcza, powinno Boga unicestwić. Bóg bowiem może duchowej stawy ludziom dostarczać, ale ani pieniędzy nie daje, ani domów nie buduje. Tymczasem nie, Bóg nie umarł, a nawet są objawy, że sił nabiera. Racjonalistom – zabójcom nieudany – nie mąci to dobrego samopoczucia, mają bowiem zawsze nieodparte wytłumaczenie: ludzie są głupi.

Leszek Kołakowski³³

2.6.1. Wyprowadzenie rozkładu Plancka

Założmy, że wnęka CDC jest sześcianem o boku L . Niechaj temperatura ścianek będzie równa T . Pomiędzy obszarem wnęki a materiałem wnęki ustali się stan równowagi polegający na tym, że ścianki wnęki a danym odcinku czasu tyle samo emitują co absorbują. Fale elektromagnetyczne we wnęce mają naturę fal stojących (inne są wygaszane) i są postaci (na kierunek OX)

$$E_y(x, t) = E_{y0} \sin(kx) \sin(\omega t), \quad (76)$$

gdzie $k_x = \frac{2\pi}{\lambda_x}$, $\omega = 2\pi\nu$.

Dla fali stojącej mamy

$$k_x L = n_x \pi, \quad \frac{2\pi}{\lambda_x} L = n_x \pi, \quad n_x = 1, 2, \dots \quad (77)$$

Falę stojącą o określonej wartości n_x będziemy dalej nazywali **modem promieniowania** w kierunku OX.

Wyznamy obecnie liczbę dN różnych modów promieniowania, których wektory falowe należą do przedziału $(k_x, k_x + dk_x)$, $(k_y, k_y + dk_y)$, $(k_z, k_z + dk_z)$, gdzie k_y oraz k_z spełniają relacje typu (77) określające także liczby n_y oraz n_z . Wartość dN jest równa liczbie całkowitych liczb należących do przedziału $(n_x, n_x + dn_x)$, $(n_y, n_y + dn_y)$, $(n_z, n_z + dn_z)$, która wynosi $dN = dn_x dn_y dn_z$. Ponieważ $dn_x = \frac{L}{\pi} dk_x$, $dn_y = \frac{L}{\pi} dk_y$ oraz $dn_z = \frac{L}{\pi} dk_z$ więc

$$dN = dn_x dn_y dn_z = \left(\frac{L}{\pi}\right)^3 dk_x dk_y dk_z. \quad (78)$$

Występująca w ostatniej równości liczba $\left(\frac{L}{\pi}\right)^3$ jest gęstością modów promieniowania w przestrzeni wektorów falowych (k_x, k_y, k_z) . Obliczymy dN w sferycznym układzie współrzędnych przestrzeni (k_x, k_y, k_z) . Wtedy

$$dN = \left(\frac{L}{\pi}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{8}\right) \cdot 4\pi \cdot k^2 dk, \quad (79)$$

gdzie czynnik $1/8$ pochodzi stąd, że liczymy liczbę stanów dla dodatnich wartości (k_x, k_y, k_z) , natomiast czynnik $4\pi k^2 dk$ pochodzi z zamiany zmiennych kartezjańskich na sferyczne. Gęstość modów promieniowania jest równa

$$\frac{dN}{L^3} = \frac{1}{2} \frac{k^2 dk}{\pi^2} = \frac{4\pi\nu^2 d\nu}{c^3}. \quad (80)$$

Ostatnia formuła pozwala określić liczbę $d\mathcal{N}$ różnych modów w przedziale częstotliwości od ν do $\nu + d\nu$, która jest równa

$$d\mathcal{N} = 2 \cdot \frac{4\pi\nu^2 d\nu}{c^3} = \tilde{n}(\nu) d\nu = \frac{8\pi\nu^2 d\nu}{c^3} = \tilde{n}(\lambda) d\lambda = \frac{8\pi d\lambda}{\lambda^4} \quad (81)$$

³³Cytaty pochodzą z artykułu pt. *Moje wróżby w sprawie przyszłości religii i filozofii* (patrz notka 1).

gdzie czynnik 2 pochodzi od dwóch różnych typów polaryzacji, jakie może wykazywać każdy z modów promieniowania; $\tilde{n}(\lambda)$ oraz $\tilde{n}(\nu)$ są nazywane **gęstościami modów**, które jak łatwo widać z ostatnich wyrażeń są równe

$$\tilde{n}(\lambda) = \frac{8\pi}{\lambda^4} \quad (82)$$

oraz

$$\tilde{n}(\nu) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}. \quad (83)$$

Jeśli teraz założymy zgodnie z zasadą ekwipartycji energii cieplnej, że na jeden stopień swobody przypada energia $\frac{kT}{2}$, to traktując pole elektryczne i pole magnetyczne jako dwa niezależne stopnie swobody łatwo otrzymujemy energię promieniowania przypadającą na przedział częstotliwości $(\nu, \nu + d\nu)$

$$u(\nu, T)d\nu = d\mathcal{N}d\nu = \frac{8\pi\nu^2 kT}{c^3}d\nu. \quad (84)$$

Ponieważ $\varepsilon(\nu, T) = c \cdot u(\nu, T)/4$ to

$$\varepsilon_{kl} = \frac{2\pi\nu^2 kT}{c^3}, \quad (85)$$

co jest wzorem Rayleigha–Jeansa (patrz (58)). Jak widzimy (85) rośnie do nieskończoności dla $\nu \rightarrow \infty$ (*katastrofa nadfioletowa*).

W celu usunięcia rozbieżności pomiędzy teorią i doświadczeniem posłużymy się **kwantową hipotezą Einsteina**, zgodnie z którą atomy ścianek wnęki mogą emitować i absorbować kwanty energii o wartościach $h\nu$. Oznacza to, że energia dowolnej mody promieniowania może przyjmować wartości $0, h, 2h, 3h, \dots, nh$. Policzmy średnią energię $\langle E \rangle$ mody promieniowania we wnęcie. Zgodnie z regułami obliczania średniej z funkcją rozkładu Boltzmanna $f_B = \exp\left(\frac{-\mathcal{E}_n}{kT}\right)$, gdzie $\mathcal{E}_n = nh\nu$ otrzymujemy

$$\langle E \rangle = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} \mathcal{E}_n \exp\left(\frac{-\mathcal{E}_n}{kT}\right)}{\sum_{n=0}^{\infty} \exp\left(\frac{-\mathcal{E}_n}{kT}\right)} = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} nh\nu \exp\left(\frac{-nh\nu}{kT}\right)}{\sum_{n=0}^{\infty} \exp\left(\frac{-nh\nu}{kT}\right)} \quad (86)$$

Aby obliczyć odpowiednie wyrażenia w (86) wprowadzamy zmienną $x = \exp\left(\frac{-h\nu}{kT}\right)$. Wtedy

$$\langle E \rangle = \frac{h\nu \cdot x(1 + 2x + 3x + \dots)}{1 + x + x^2 + x^3 + \dots} \quad (87)$$

Ale

$$1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + \dots = \frac{1}{(1-x)^2} \quad (88)$$

i

$$1 + x + x^2 + x^3 + \dots = \frac{1}{1-x}, \quad (x < 1). \quad (89)$$

Zatem

$$\langle E \rangle = h\nu \frac{\frac{x}{(1-x)^2}}{(1-x)} = \frac{h\nu}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1}. \quad (90)$$

Wobec tego

$$u(\nu, T) = \tilde{n}(\nu) \langle E \rangle = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1} = \frac{8\pi \cdot h\nu^3}{c^3} \frac{1}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1}. \quad (91)$$

Uwzględniając związek $\varepsilon(\nu, T) = c \cdot u(\nu, T)/4$ otrzymujemy wzór Plancka określający zdolność emisyjną CDC (patrz (66))

$$\varepsilon(\nu, T) = \frac{2\pi \cdot h\nu^3}{c^2} \frac{1}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1}. \quad (92)$$

Inny sposób wyznaczenia $\langle E \rangle$ polega na zauważeniu, że (86) jest równe

$$\langle E \rangle = -\frac{\partial}{\partial \alpha} \ln\left(\sum_{n=0}^{\infty} \exp(-\alpha \cdot n \cdot h \cdot \nu)\right) = -\frac{\partial}{\partial \alpha} \ln\left(\frac{1}{1 - \exp(-\alpha \cdot h \cdot \nu)}\right) = \frac{h\nu}{\exp(\alpha \cdot h \cdot \nu) - 1}, \quad (93)$$

gdzie $\alpha = \frac{1}{kT}$. Otrzymanie wzoru (93) pozostawiam do samodzielnego wyprowadzenia. Wskazówka. Wyrażenie $(\sum_{n=0}^{\infty} \exp(-\alpha \cdot n \cdot h \cdot \nu))$ jest szeregiem geometrycznym o ilorazie $\exp(-\alpha \cdot h \cdot \nu)$.

Filozofowie usiłowali też często rozjaśniać na swój sposób różne sprawy nauki, to zaś w odniesieniu do fizyki i kosmologii jest coraz trudniejsze zarówno dlatego, że nie znają się na tym naprawdę, jak i dlatego, że dla nieuczonych fizyka i kosmologia stały się przeciwintuicyjne jak nigdy dotąd. Można powiedzieć, że cała nowoczesna fizyka i kosmologia piętrzyła coraz więcej trudności przed potoczną intuicją. Odkrycie Kopernika było było sprzeczne z codzienną obserwacją [...]. Fizyka Galileusza była pod tym względem trudniejsza, ale względność ruchu można było jakoś do umysłów prostych doprowadzić. Newton był jeszcze kłopotliwszy, jako że trudno było zwykłej intuicji przyjąć do wiadomości, że tylko przyspieszenie [...] wymaga siły. Wreszcie teoria względności i mechanika kwantowa jęły tę zwykłą intuicję w desperację wpędzać: zależność równoczesności od układu odniesienia jest wybitnie przeciwintuicyjna, a podobnie myśl, że prawdopodobieństwo nie jest koniecznie zależne od stopnia naszej wiedzy, lecz jest niejako w budowane w same fundamenty świata, że rzeczywistość sama jest probabilistycznie skonstruowana. Potem jeszcze gorsze przyszły terminy na nas, laików.

Leszek Kołakowski³⁴

2.7. Dualizm korpuskularno-falowy

Omówione wcześniej właściwości promieniowania CDC, fotoefektu oraz zjawiska Comptona świadczą o tym, że światło (fala elektromagnetyczna) zachowuje się jak zbiór cząstek.

Tym niemniej zjawiska interferencji oraz dyfrakcji światła świadczą o jego naturze falowej. Szczególnie interesujące w tym kontekście są doświadczenia typu Younga z dwoma szczelinami, na które pada strumień światła. Jeśli przysłonimy jedną ze szczelin, to obraz interferencyjny znika. Jeśli są otwarte

³⁴Cytaty pochodzą z artykułu pt. *Moje wróżby w sprawie przyszłości religii i filozofii* (patrz notka 1).

obie szczeliny, to nawet przy bardzo słabych natężeniach światła (wtedy w układzie Younga przelatują pomiędzy źródłem i ekranem **pojedyncze fotony**) obserwuje się charakterystyczny dla interferencji rozkład natężeń maksimów i minimów na ekranie. Wygląda to tak, jakby pojedynczy foton przechodził jednocześnie przez dwie szczeliny(!) co jest kompletnie niezrozumiałe z punktu widzenia korpuskularnej natury światła. W tym kontekście warto zacytować dwóch wybitnych fizyków. Laureat nagrody Nobla, Richard Feynman wypowiedział kiedyś następujące zdanie: *Jeżeli ktoś uważa, że rozumie mechanikę kwantową, to właśnie oznacza, że nie ma o niej pojęcia*. Natomiast inny noblista (twórca koncepcji kwarków) Murray Gell-Man stwierdził: *Mechanika kwantowa to tajemnicza dyscyplina, której nikt nie rozumie, którą jednak potrafimy się posługiwać*.

Równanie $E = h \cdot \nu$ oraz $p = \frac{h}{\lambda}$ słuszne dla fotonów zawierają w sobie charakterystyki odnoszące się jednocześnie do natury falowej i korpuskularnej światła. E jest energią kwantu promieniowania ale p jest wielkością, którą zwykle przypisujemy cząstce. Z kolei λ jest charakterystyką fali. W tym sensie można mówić o tym, że natura falowa światła jest związana z jego propagowaniem się w ośrodkach. Natomiast charakter korpuskularny jest związany (i manifestuje się) w oddziaływaniu światła z materią. Może się to wydawać dziwne i niezrozumiałe, ale na poziomie subatomowym zjawisk fizycznych nie potrafimy opisać adekwatnie za pomocą języka i pojęć, którymi posługujemy się w fizyce klasycznej.

Omówione wyżej fakty dotyczące światła przyjęto nazywać **dualizmem korpuskularno-falowym**. Ideę tę zawdzięczamy także A. Einsteinowi, którą sformułował wyprowadzając funkcję rozkładu Plancka CDC.

*[...] filozofia nie ginie i nie zginie, bo jakaś trwała
interesowność ludzkiego umysłu utrzymuje ją przy życiu:
umysł nasz chce rozumieć i wiedzieć, co to jest prawda i jak ją
rozpoznać; chce wiedzieć, co to jest zło czy dobro
albo sprawiedliwość, albo przyczyna, albo czy świadomość
jest zjawiskiem fizycznym, albo czy zachodzi pewność i na
czym ona polega, albo czy język nasz świat jakoś odzwierciedla
czy raczej go tworzy, albo dlaczego należy być porządnym
człowiekiem.*

Leszek Kołakowski³⁵

2.8. Zasada odpowiedniości Bohra

Zasadę odpowiedniości (zwaną również zasadą korespondencji) sformułował N. Bohr. Mówi ona mniej więcej tyle, że jeśli konstruujemy nową mikroskopową teorię fizyczną, to jej przewidywania powinny redukować się do wyników fizyki klasycznej przy odpowiednim przejściu granicznym.

Z tego typu sytuacją mieliśmy do czynienia przy omawianiu szczególnej teorii względności Einsteina, której przewidywania zgadzają się z wynikami klasycznej mechaniki Newtona jeśli prędkość V obiektu jest mała w porównaniu z prędkością światła c .

W przypadku promieniowania ciała doskonale czarnego pokazuje się, że rozkład Plancka (60), (61) redukuje się do rozkładu Reyleigha-Jeansa (58), (59), jeśli wykonać przejście graniczne $h \rightarrow 0$.

Podobnie Bohr wykazał, że pewne wyniki jego teorii, przy ściśle określonym przejściu granicznym, są zgodne z przewidywaniami teorii klasycznej.

Zauważmy, że E_{kin} elektronu na n -tej orbicie jest równa

$$E_{kin} = \frac{mv_n^2}{2} = \frac{1}{2} \frac{ke^2}{r_n}. \quad (94)$$

³⁵Cytaty pochodzą z artykułu pt. *Moje wróżby w sprawie przyszłości religii i filozofii* (patrz notka 1).

Stąd otrzymujemy, że

$$v_n = \sqrt{\frac{ke^2}{mr_n}}, \quad (95)$$

a klasyczna częstotliwość f_n obiegu elektronu na n -tej orbicie jest równa

$$f_n = \frac{v_n}{2\pi r_n} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{ke^2}{mr_n^3}}. \quad (96)$$

Ponieważ promień n -tej orbity

$$r_n = \frac{n^2 \hbar^2}{mke^2}, \quad (97)$$

więc

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \frac{k^2 me^4}{\hbar^3 n^3}. \quad (98)$$

Z modelu Bohra wynika, że częstotliwość emitowanego promieniowania wynosi

$$\nu = \frac{mk^2 e^4}{4\pi \hbar^3} \left(\frac{n^2 - l^2}{n^2 l^2} \right), \quad (99)$$

które dla $l = n - 1$ i $n \gg 1$ dąży do

$$\lim_{n \gg 1} \nu = \lim_{n \gg 1} \frac{mk^2 e^4}{4\pi \hbar^3} \left(\frac{n^2 - (n-1)^2}{n^2 (n-1)^2} \right) = f_n. \quad (100)$$

Ostatnia równość dowodzi, że teoria Bohra spełnia zasadę korespondencji.

Tak zwany postmodernizm unicestwia albo chce unicestwić prawdę jako osobną wartość życia, samodzielny i prawomocny cel: prawda w znaczeniu tradycyjnym jest przesądem, być jej nie może; wiedza nasza jest produktem zmieniających się kulturalnych okoliczności i podobnie zaufanie nasze do jej prawomocności; otaczają nas tylko własne nasze artefakty, a po drugiej stronie owych artefaktów nie ma żadnego bytu rzeczywistego, do którego mielibyśmy dostęp; nie ma też powodu, by się smucić lub za niedogodność, a tym mniej za nieszczęście, uważać tę niezdolność naszą; tylko zestarzałe przesady filozoficzne utrzymują przy życiu niemądrą wiarę w jakieś światy zmyślane, do których opanowanie umysłowe mamy rzekomo dążyć. Tak to czas i wysiłek na próżno tracimy, miast trudzić się zadaniami realnymi, mianowicie tym, jak życie weselszym uczynić.

Moja wróżba jest zaś taka, że postmodernizm w tym znaczeniu okaże się modą przejściową [...]

Leszek Kołakowski³⁶

Ballada o słońiu

*Żyło raz sześciu w Hindustanie
Ludzi ciekawych niesłychanie
I chociaż byli ślepi
Wybrali się kiedyś na błoni
Aby zapoznać się ze słońiem
I umysł swój pokrzepić.*

Pierwszy z nich przyspieszywszy kroku

³⁶Cytaty pochodzą z artykułu pt. *Moje wróżby w sprawie przyszłości religii i filozofii* (patrz notka 1).

*Nos rozbił na słoniowym boku
O twardą jego skórę
Więc do swoich towarzyszy pięciu
Krzyknął: Już wiem o tym zwierzęciu
Że jest najtwardszym murem.*

*Gdy się do słonia zbliżył Drugi
Na kiel się natknął ostry, długi,
Więc swych przyjaciół ostrzegł:
– Ach uważajcie, moi mili,
Żebyście się nie skaleczyli,
Bo słoń to stry oszczep!*

*Trzeci podchodząc do zwierzęcia
Nie więcej miał od tamtych szczęścia
Słoń trąbę swą rozpręzał
A on dotknąwszy trąby dłonią
Rzekł: – Ja już wszystko wiem o słoniu
Słoń jest gatunkiem węża!*

*Wtedy powiedział ślepiec Czwarty
Bardzo ciekawy i uparty:
– Chcę wiedzieć czego nie wiem!
I kiedy sam przy słoniu stanął
Rzekł obejmując mu kolano:
– Już wiem, że słoń jest drzewem!*

*Gdy się do słonia Piąty zbliżył
Słoń siadł na ziemi, łeb obniżył
I ruszać jął uszami
Więc Piąty, rzecz uogólniając,
Rzekł: – Już poznałem prawdę całą.
Słonie są wachlarzem!*

*Nie gorszy, choć ostatni Szósty,
Najpowolniejszy, bo był tłusty
I dał się innym namówić.
Rzekł, gdy za ogon słonia schwycił:
– Nie przypuszczałem nigdy w życiu,
Że słoń jest zwykłą linią!*

*I żaden z ślepców tych aż do dziś
Nie chce się z innym ślepcem zgodzić
Część prawdy tylko znając
Każdy przy sojej trwa opinii
Każdy ma rację swą, jak inni –
Lecz wspólnie jej nie mając.*

*Antoni Marianowicz, Andrzej Nowicki, Księga nonsensu, Wydawnictwa Artystyczne i Filmowe, Warszawa
1975 r.*

Literatura

- [1] Eyvind H. Wichman, *Fizyka kwantowa*, PWN, Warszawa 1973 r.
- [2] Roger Penrose *Nowy umysł cesarza*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1995.
- [3] Zygmunt Kleszczyński, *Fizyka kwantowa, atomowa i ciała stałego*, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 1997.
- [4] John Gribbin, *Encyklopedia fizyki współczesnej*, Wyd. Amber sp. z o.o., 1998.
- [5] Robert Eisberg, Robert Resnick, *Fizyka kwantowa atomów, cząsteczek, ciał stałych, jąder i cząstek elementarnych*, PWN, Warszawa 1983.
- [6] Richard P. Feynman, *Charakter praw fizycznych*, Prószyński i S-ka, Warszawa 2000.
- [7] Michio Kaku, *Wizje, czyli jak nauka zmieni świat w XXI wieku*, Prószyński i S-ka, Warszawa 1997.
- [8] Ryszard Poprawski, Włodzimierz Salejda, *Ćwiczenia laboratoryjne z fizyki. Część I. Zasady opracowania wyników pomiarów*, Wydanie V poprawione i uzupełnione, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2005.
Wersja elektroniczna podręcznika jest dostępna bezpłatnie w witrynie dydaktycznej Instytutu Fizyki PWr pod adresem:
<http://www.if.pwr.wroc.pl/dydaktyka/>
na stronie: <http://www.if.pwr.wroc.pl/dydaktyka/LPF/1spis.htm>.
Na stronie: <http://www.if.pwr.wroc.pl/dydaktyka/LPF/> opublikowane są wersje elektroniczne części II, III i IV podręcznika *Ćwiczenia laboratoryjne z fizyki*.
- [9] *Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement*, opracowanie International Organization for Standardization (ISO), Genewa 1995.
- [10] Henryk Szydłowski, *Międzynarodowe normy oceny niepewności pomiarów*, *Postępy Fizyki*, **51**, Zeszyt 2 (2000).

Włodzimierz Salejda