

Statystyka stosowana - raport 2

"Testowanie hipotez statystycznych"

Przedmiot i prowadzący:
Statystyka stosowana,
wtorki 17.05-18.35 (T00-16e),
Dr inż. Aleksandra Grzesiek

Aleksandra Hodera (268733)

Aleksandra Polak (268786)

Spis treści

1	Najważniejsze pojęcia, definicje i wzory	3
1.1	Hipoteza zerowa i alternatywna	3
1.2	Statystyka testowa	3
1.2.1	Testy dla wartości średniej - przypadek znanej wariancji	3
1.2.2	Testy dla wariancji	3
1.3	Poziom ufności/istotności	3
1.4	Obszary i punkty krytyczne	4
1.4.1	Testy dla wartości średniej - przypadek znanej wariancji	4
1.4.2	Testy dla wariancji	4
1.5	p-wartość	4
1.5.1	Testy dla wartości średniej - przypadek znanej wariancji	4
1.5.2	Testy dla wariancji	5
1.6	Błąd I rodzaju	5
1.7	Moc testu, błąd II rodzaju	5
2	Zadanie 1	6
2.1	Opis zadania	6
2.1.1	Wartość statystyki Z	6
2.2	Interpretacja graficzna obszarów i punktów krytycznych	6
2.2.1	$\alpha = 0.05$	6
2.2.2	$\alpha = 0.1$	7
2.2.3	$\alpha = 0.01$	8
2.3	p-wartości	9
2.4	Podsumowanie, wnioski	9
3	Zadanie 2	10
3.1	Opis zadania	10
3.1.1	Wartość statystyki χ^2	10
3.2	Interpretacja graficzna obszarów i punktów krytycznych	10
3.2.1	$\alpha = 0.05$	10
3.2.2	$\alpha = 0.1$	11
3.2.3	$\alpha = 0.01$	12
3.3	p-wartości	13
3.4	Podsumowanie, wnioski	13
4	Zadanie 3	14
4.1	Opis zadania	14
4.2	Błąd I rodzaju	14
4.2.1	Testy dla wartości średniej - przypadek znanej wariancji (hipotezy z zadania 1).	14
4.2.2	Testy dla wariancji (hipotezy z zadania 2).	16
4.3	Błąd II rodzaju	17
4.3.1	Testy dla wartości średniej - przypadek znanej wariancji (hipotezy z zadania 1).	17
4.3.2	Testy dla wariancji (hipotezy z zadania 2).	19
4.4	Moc testu	20
4.4.1	Testy dla wartości średniej - przypadek znanej wariancji (hipotezy z zadania 1).	20
4.4.2	Testy dla wariancji (hipotezy z zadania 2).	22
4.5	Podsumowanie, wnioski	23

1 Najważniejsze pojęcia, definicje i wzory

Poniżej zostały przedstawione wszystkie wzory i definicje użyte w raporcie. Mają one zastosowanie dla testowania hipotez statystycznych w rodzinie rozkładów normalnych.

1.1 Hipoteza zerowa i alternatywna

Hipotezę zerową, *ozn.* H_0 nazywamy tą hipotezę, której prawdziwość będziemy sprawdzać. Badamy czy istnieją podstawy, aby ją odrzucić, a w jej miejsce przyjąć **hipotezę alternatywną**, *ozn.* H_1 . Hipoteza zerowa to hipoteza prosta, ponieważ wyznacza ona jednoznacznie rozkład prawdopodobieństwa. Natomiast hipoteza alternatywna - złożona, czyli taka, której zbiór rozkładów zawiera więcej niż jeden rozkład prawdopodobieństwa.

1.2 Statystyka testowa

Jest to zmienna losowa, którą dobieramy zależnie od estymowanej charakterystyki. Jej wartość obliczamy na podstawie danych z próby.

1.2.1 Testy dla wartości średniej - przypadek znanej wariancji

W tym przypadku, zamiast statystyki $\bar{X} \sim N(\theta_0, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$ będziemy używać jej standaryzowanej wersji:

$$Z = \frac{\bar{X} - \theta_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \sim N(0, 1),$$

gdzie:

- \bar{X} - średnia z próby, $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$,
- n - wielkość próby,
- θ_0 - średnia pod warunkiem zachodzenia hipotezy zerowej,
- σ - znane odchylenie standardowe.

1.2.2 Testy dla wariancji

W przypadku testowania wariancji wykorzystujemy statystykę:

$$\chi^2 = \frac{(n-1) * S^2}{\sigma_0^2},$$

gdzie:

- $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ - wariancja w próbie, $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$,
- n - wielkość próby,
- σ_0 - odchylenie standardowe pod warunkiem zachodzenia hipotezy zerowej.

Przy prawdziwości hipotezy zerowej H_0 statystyka ta ma rozkład χ^2 z $n - 1$ stopniami swobody.

1.3 Poziom ufności/istotności

Jest to przyjęte ogólnie, dopuszczalne ryzyko odrzucenia prawdziwej hipotezy zerowej. Poziom ten oznaczamy jako α .

1.4 Obszary i punkty krytyczne

Obszarem krytycznym, ozn. C nazywamy zbiór wartości statystyki testowej prowadzący do odrzucenia hipotezy zerowej. Natomiast przez C' będziemy oznaczać zbiór przyjęć hipotezy zerowej. **Punkty krytyczne** to wartości brzegowe C , graniczące z C' .

1.4.1 Testy dla wartości średniej - przypadek znanej wariancji

W tym przypadku zbiory krytyczne testu na poziomie istotności α mają, w zależności od hipotezy alternatywnej, postać:

1. dla $H_1 : \theta \neq \theta_0$,

$$C = \{x : x \leq -z_{1-\frac{\alpha}{2}} \vee x \geq z_{1-\frac{\alpha}{2}}\}$$

2. dla $H_1 : \theta > \theta_0$,

$$C = \{x : x \geq z_{1-\alpha}\}$$

3. dla $H_1 : \theta < \theta_0$.

$$C = \{x : x \leq -z_{1-\alpha}\}$$

gdzie $z_{1-\frac{\alpha}{2}}$ i $z_{1-\alpha}$ są odpowiednio kwantylami rzędu $1 - \frac{\alpha}{2}$ i $1 - \alpha$ standardowego rozkładu normalnego.

1.4.2 Testy dla wariancji

Natomiast w przypadku testów dla wariancji zbiory krytyczne, w zależności od hipotezy alternatywnej, mają postać:

1. dla $H_1 : \sigma^2 \neq \sigma_0^2$,

$$C = \{x^2 : x^2 \leq \chi_{\frac{\alpha}{2}, n-1}^2 \vee x^2 \geq \chi_{1-\frac{\alpha}{2}, n-1}^2\}$$

2. dla $H_1 : \sigma^2 > \sigma_0^2$,

$$C = \{x^2 : x^2 \geq \chi_{1-\alpha, n-1}^2\}$$

3. dla $H_1 : \sigma^2 < \sigma_0^2$.

$$C = \{x^2 : x^2 \leq \chi_{\alpha, n-1}^2\}$$

gdzie $\chi_{\frac{\alpha}{2}, n-1}^2$, $\chi_{1-\frac{\alpha}{2}, n-1}^2$, $\chi_{\alpha, n-1}^2$ i $\chi_{1-\alpha, n-1}^2$ są odpowiednio kwantylami rzędu $\frac{\alpha}{2}$, $1 - \frac{\alpha}{2}$, α i $1 - \alpha$ rozkładu χ^2 z $n - 1$ stopniami swobody.

1.5 p-wartość

Jest to najmniejszy poziom istotności α , przy którym zaobserwowana wartość statystyki testowej prowadzi do odrzucenia hipotezy zerowej. Jej postać jest zależna od hipotezy alternatywnej.

1.5.1 Testy dla wartości średniej - przypadek znanej wariancji

1. dla $H_0 : \theta = \theta_0, H_1 : \theta \neq \theta_0$,

$$p - \text{wartość} = 2P_{H_0}(Z \geq |z|) = 2(1 - P_{H_0}(Z < |z|)) = 2(1 - \Phi(|z|))$$

2. dla $H_0 : \theta = \theta_0, H_1 : \theta > \theta_0$,

$$p - \text{wartość} = P_{H_0}(Z \geq z) = (1 - P_{H_0}(Z < z)) = 1 - \Phi(z)$$

3. dla $H_0 : \theta = \theta_0, H_1 : \theta < \theta_0$.

$$p - \text{wartość} = P_{H_0}(Z \leq z) = \Phi(z)$$

gdzie $\Phi(z)$ to dystrybuanta standardowego rozkładu normalnego.

1.5.2 Testy dla wariancji

1. dla $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2, H_1 : \sigma^2 \neq \sigma_0^2$,

$$p - \text{wartość} = 2P_{H_0}(\chi^2 \geq |x^2|) = 2(1 - P_{H_0}(\chi^2 < |x^2|)) = 2(1 - F_{\chi^2}(|x^2|))$$

2. dla $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2, H_1 : \sigma^2 > \sigma_0^2$,

$$p - \text{wartość} = P_{H_0}(\chi^2 \geq x^2) = (1 - P_{H_0}(\chi^2 < x^2)) = 1 - F_{\chi^2}(x^2)$$

3. dla $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2, H_1 : \sigma^2 < \sigma_0^2$.

$$p - \text{wartość} = P_{H_0}(\chi^2 \leq x^2) = F_{\chi^2}(x^2)$$

gdzie $F_{\chi^2}(x^2)$ to dystrybuanta rozkładu χ^2 z $n-1$ stopniami swobody.

1.6 Błąd I rodzaju

Błędem I rodzaju nazywamy błąd polegający na odrzuceniu hipotezy zerowej, gdy ta jest prawdziwa. Natomiast prawdopodobieństwo α popełnienia tego błędu, w przypadku, gdy hipoteza zerowa jest hipotezą prostą, to **poziom istotności testu** (1.3).

1.7 Moc testu, błąd II rodzaju

Moc testu to prawdopodobieństwo odrzucenia fałszywej hipotezy zerowej i przyjęcia prawdziwej hipotezy alternatywnej. **Błąd II rodzaju** określamy jako $1 - \text{moc testu}$.

2 Zadanie 1

2.1 Opis zadania

W poniższym zadaniu zostały wykorzystane dane dostępne na stronie: http://prac.im.pwr.edu.pl/~wyloman/ss_2022_2023/lista8_zad1.txt. Pochodzą one z próby pobranej z populacji generalnej o rozkładzie $N(\mu, 0.2)$.

Na poziomie istotności $\alpha \in \{0.05, 0.1, 0.01\}$ przetestowaliśmy hipotezę zerową $H_0 : \mu = 1.5$ przeciwko trzem hipotezom alternatywnym:

- $\mu \neq 1.5$,
- $\mu > 1.5$,
- $\mu < 1.5$.

Dla każdej z nich obliczyliśmy oraz narysowaliśmy obszary i punkty krytyczne, a także wyznaczyliśmy p-wartości.

2.1.1 Wartość statystyki Z

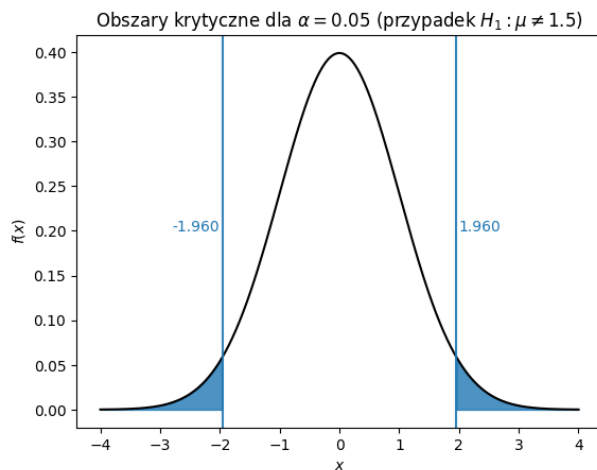
Zanim przeszliśmy do testowania hipotez obliczyliśmy numerycznie statystykę testową. W tym celu skorzystaliśmy ze wzoru 1.2.1:

$$Z = \frac{\bar{X} - \theta_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = -7.041$$

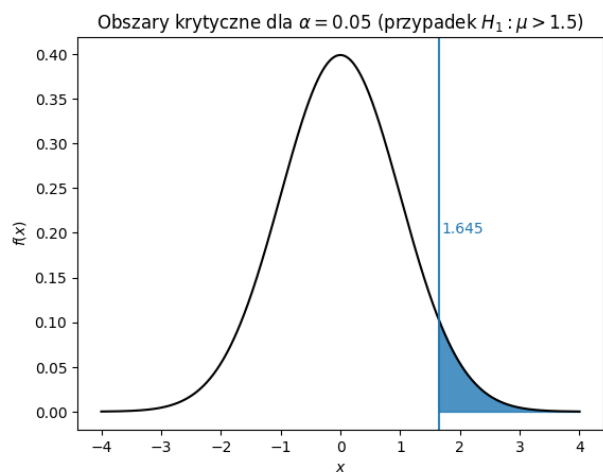
2.2 Interpretacja graficzna obszarów i punktów krytycznych

Na poniższych wykresach zostały zaznaczone obszary i punkty krytyczne obliczone ze wzorów 1.4.1

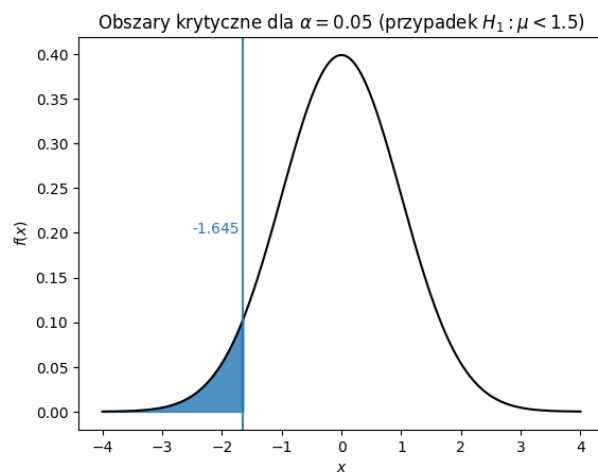
2.2.1 $\alpha = 0.05$



Rys. 1

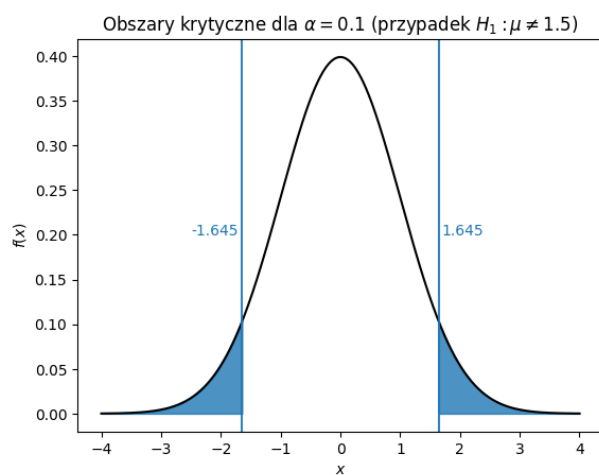


Rys. 2

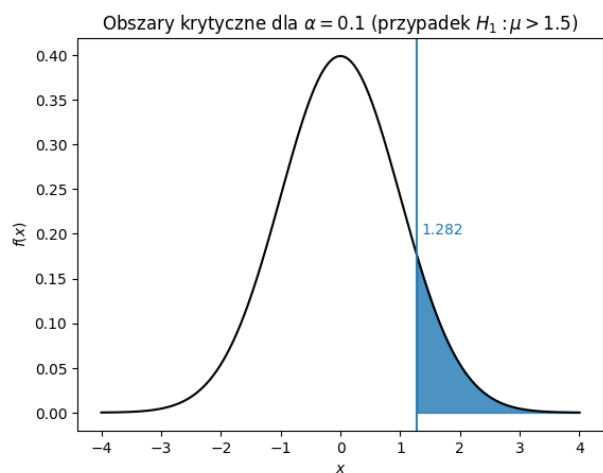


Rys. 3

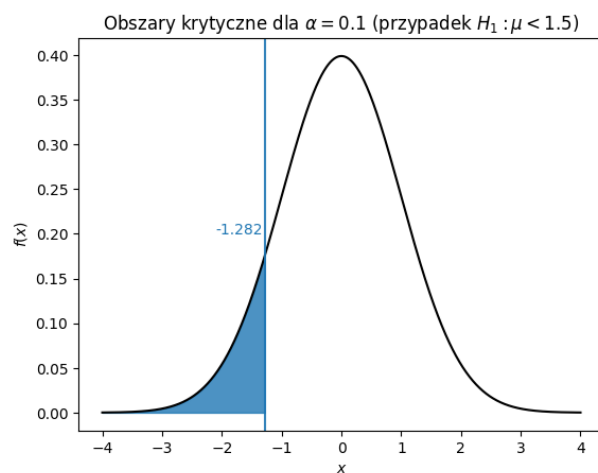
2.2.2 $\alpha = 0.1$



Rys. 4

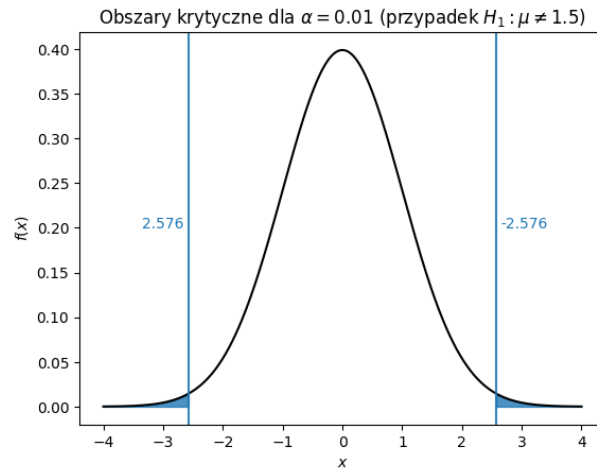


Rys. 5

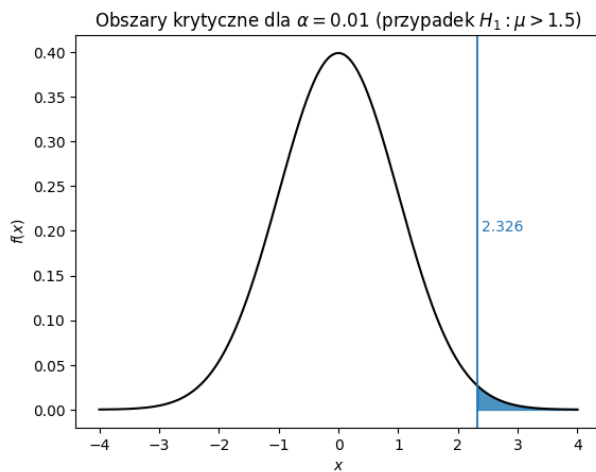


Rys. 6

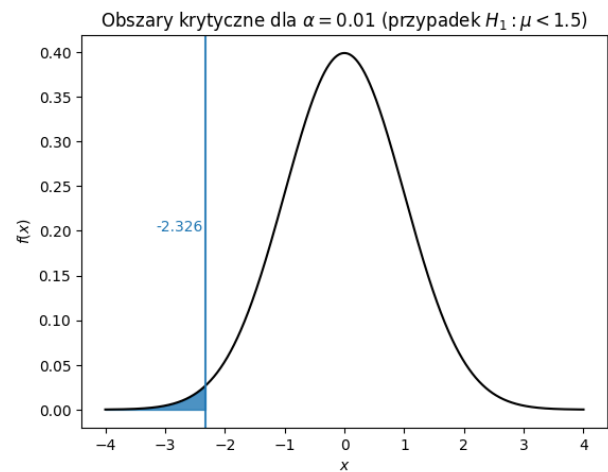
2.2.3 $\alpha = 0.01$



Rys. 7



Rys. 8



Rys. 9

Dodatkowo w poniższej tabeli zostały przedstawione punkty krytyczne w zależności od poziomu istotności α i hipotezy alternatywnej. Zostały one także zaznaczone niebieskimi liniami na powyższych wykresach.

Poziom istotności α	Hipoteza alternatywna H_1	Punkty krytyczne (\approx)
$\alpha = 0.05$	$\mu \neq 1.5$	± 1.960
$\alpha = 0.05$	$\mu > 1.5$	1.645
$\alpha = 0.05$	$\mu < 1.5$	-1.645
$\alpha = 0.1$	$\mu \neq 1.5$	± 1.645
$\alpha = 0.1$	$\mu > 1.5$	1.282
$\alpha = 0.1$	$\mu < 1.5$	-1.282
$\alpha = 0.01$	$\mu \neq 1.5$	± 2.576
$\alpha = 0.01$	$\mu > 1.5$	2.326
$\alpha = 0.01$	$\mu < 1.5$	-2.326

Tabela 1

2.3 p-wartości

Wszystkie p – wartości zostały obliczone na podstawie wzorów zaprezentowanych w podpunkcie 1.5.1

Hipoteza alternatywna H_1	Przybliżona p – wartość
$\mu \neq 1.5$	$1.902 * 10^{-12}$
$\mu > 1.5$	0.(9)
$\mu < 1.5$	$9.512 * 10^{-13}$

Tabela 2

2.4 Podsumowanie, wnioski

Jak możemy zauważyć na wykresach 1-9 oraz w tabeli 1, zwiększając poziom istotności α zwiększamy obszary krytyczne C , a punkty krytyczne przesuwają się bliżej 0. Ponadto wiemy, że gdy nasza statystyka testowa znajdzie się w obszarze krytycznym to mamy podstawę, żeby odrzucić hipotezę zerową. Oba te stwierdzenia prowadzą do wniosku, że czym większa α tym większe prawdopodobieństwo odrzucenia hipotezy zerowej i przyjęcia w jej miejsce hipotezy alternatywnej.

Fakt przyjęcia, bądź odrzucenia hipotezy zerowej zależy także od tego, jaką założymy hipotezę alternatywną. W naszym przypadku, dla każdej wartości α , dla $H_1: \mu > 1.5$ nie mamy podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej, ponieważ statystyka testowa znajduje się poza obszarem krytycznym. Natomiast dla $H_1: \mu \neq 1.5$ i $\mu < 1.5$ hipoteza zerowa zostanie odrzucona.

Analizując p – wartości, widoczne w tabeli 2, widzimy, że dla $H_1: \mu > 1.5$ jest ona bliska 1, natomiast dla $H_1: \mu \neq 1.5$ i $\mu < 1.5$ jest ona bardzo mała, bliska 0. Czyli widzimy, że dla $H_1: \mu > 1.5$ poprawnie zaakceptowaliśmy hipotezę zerową dla każdej wartości parametru α , natomiast dla $H_1: \mu \neq 1.5$ i $\mu < 1.5$, dla każdego α poprawnie odrzuciliśmy H_0 . Fakt ten prowadzi do analogicznych wniosków, co w przypadku analizy obszarów i punktów krytycznych.

3 Zadanie 2

3.1 Opis zadania

W poniższym zadaniu zostały wykorzystane dane umieszczone na stronie http://prac.im.pwr.edu.pl/~wyloman/ss_2022_2023/lista8_zad2.txt. Pochodzą one z próby pobranej z populacji generalnej o rozkładzie $N(0.2, \sigma^2)$.

Na poziomie istotności $\alpha \in \{0.05, 0.1, 0.01\}$, przetestowaliśmy hipotezę zerową $H_0 : \sigma^2 = 1.5$ przeciwko trzem hipotezom alternatywnym:

- $\sigma^2 \neq 1.5$,
- $\sigma^2 > 1.5$,
- $\sigma^2 < 1.5$.

Dla każdej z nich obliczyliśmy oraz narysowaliśmy obszary i punkty krytyczne, a także wyznaczyliśmy p-wartości.

3.1.1 Wartość statystyki χ^2

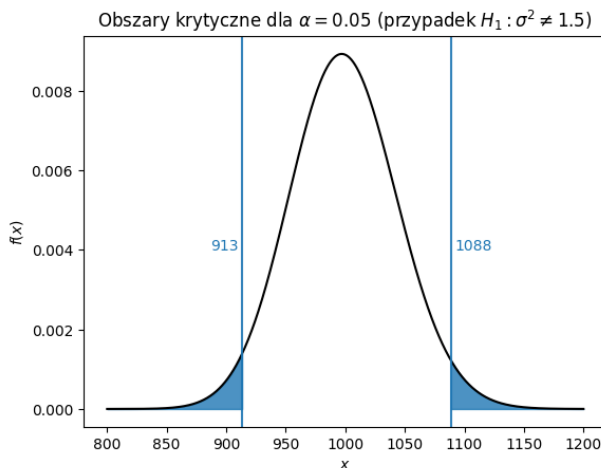
Zanim przeszliśmy do testowania hipotez obliczyliśmy numerycznie statystykę testową. W tym celu skorzystaliśmy ze wzoru 1.2.2:

$$\chi^2 = \frac{(n-1) * S^2}{\sigma_0^2} = 1111$$

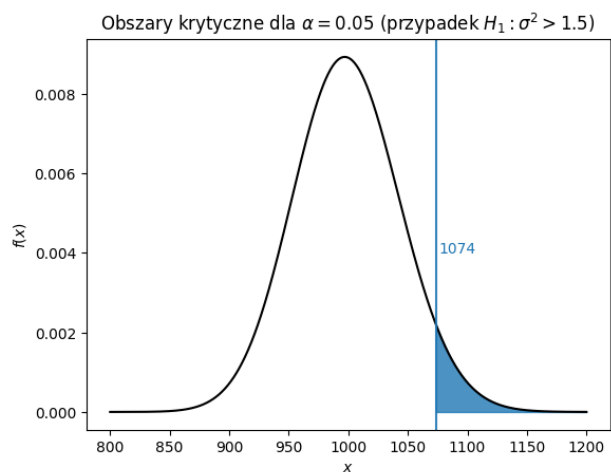
3.2 Interpretacja graficzna obszarów i punktów krytycznych

Na poniższych wykresach zostały zaznaczone obszary i punkty krytyczne obliczone ze wzorów 1.4.2

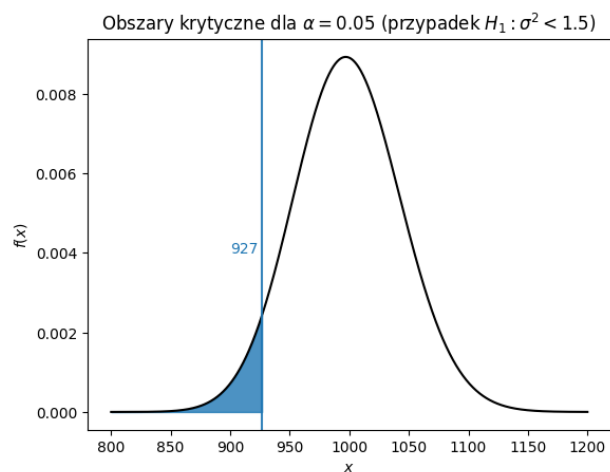
3.2.1 $\alpha = 0.05$



Rys. 10

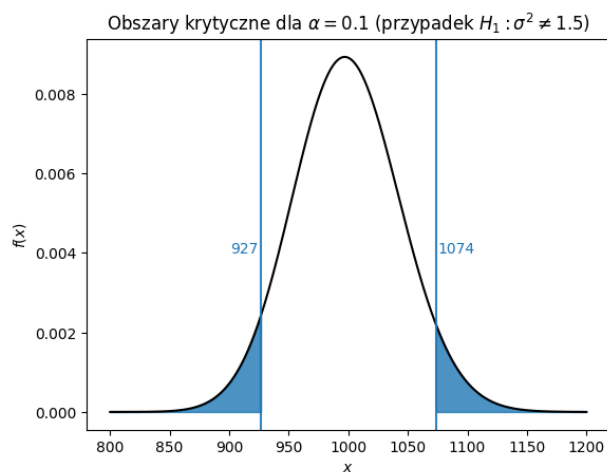


Rys. 11

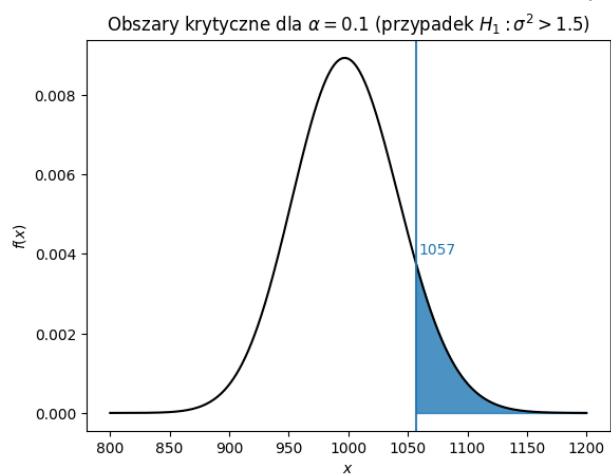


Rys. 12

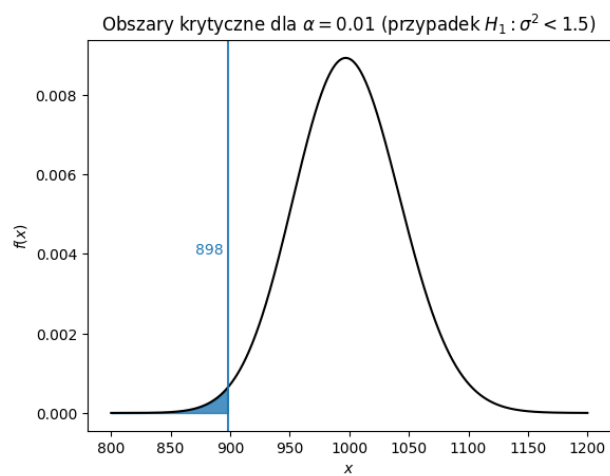
3.2.2 $\alpha = 0.1$



Rys. 13

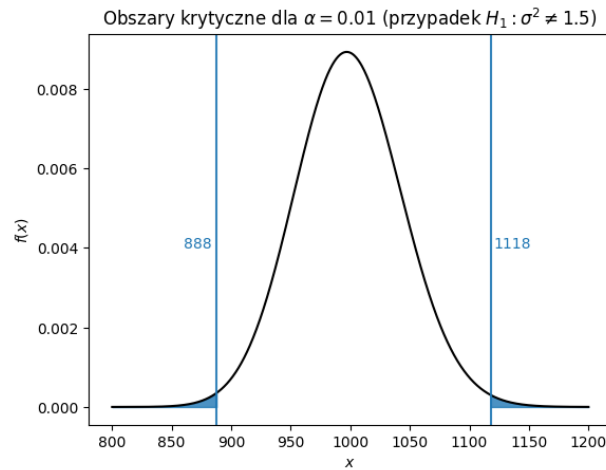


Rys. 14

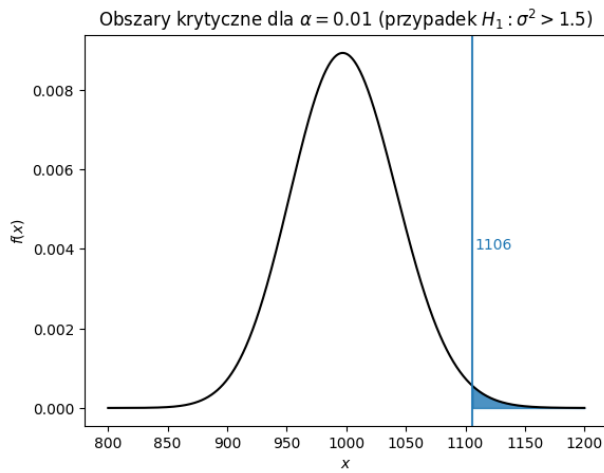


Rys. 15

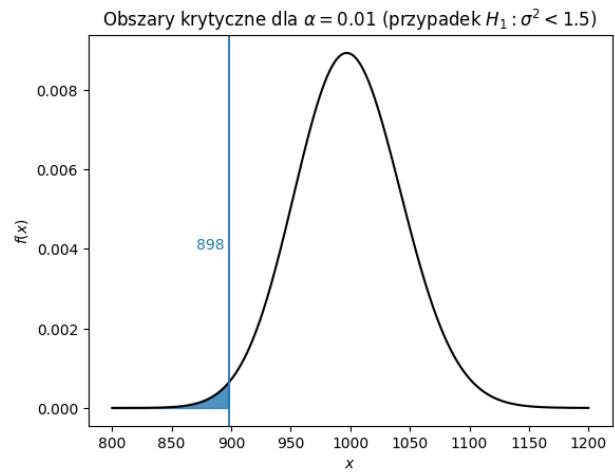
3.2.3 $\alpha = 0.01$



Rys. 16



Rys. 17



Rys. 18

Dodatkowo, w poniższej tabeli zostały przedstawione punkty krytyczne w zależności od poziomu istotności α i hipotezy alternatywnej. Zostały one także zaznaczone niebieskimi liniami na powyższych wykresach.

Poziom istotności α	Hipoteza alternatywna H_1	Punkty krytyczne (\approx)
$\alpha = 0.05$	$\sigma^2 \neq 1.5$	913, 1088
$\alpha = 0.05$	$\sigma^2 > 1.5$	1074
$\alpha = 0.05$	$\sigma^2 < 1.5$	927
$\alpha = 0.1$	$\sigma^2 \neq 1.5$	927, 1074
$\alpha = 0.1$	$\sigma^2 > 1.5$	1057
$\alpha = 0.1$	$\sigma^2 < 1.5$	942
$\alpha = 0.01$	$\sigma^2 \neq 1.5$	888, 1118
$\alpha = 0.01$	$\sigma^2 > 1.5$	1106
$\alpha = 0.01$	$\sigma^2 < 1.5$	898

Tabela 3

3.3 p-wartości

Wszystkie p – wartości zostały obliczone na podstawie wzorów zaprezentowanych w podpunkcie 1.5.2.

Hipoteza alternatywna H_1	Przybliżona p – wartość
$\sigma^2 \neq 1.5$	0.0150
$\sigma^2 > 1.5$	0.0075
$\sigma^2 < 1.5$	0.9925

Tabela 4

3.4 Podsumowanie, wnioski

Jak możemy zauważyć na wykresach 10-18 oraz w tabeli 3, zwiększając poziom istotności α zwiększamy obszary krytyczne C , a punkty krytyczne przesuwają się bliżej 0. Ponadto wiemy, że gdy nasza statystyka testowa znajdzie się w obszarze krytycznym to mamy podstawę, żeby odrzucić hipotezę zerową. Oba te stwierdzenia prowadzą do wniosku, że czym większa α tym większe prawdopodobieństwo odrzucenia hipotezy zerowej i przyjęcia w jej miejsce hipotezy alternatywnej (tak samo jak w zadaniu 1).

Fakt przyjęcia, bądź odrzucenia hipotezy zerowej zależy także od tego, jaką założymy hipotezę alternatywną. W naszym przypadku, dla każdej wartości α , dla $H_1 : \sigma^2 < 1.5$ nie mamy podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej, ponieważ statystyka testowa znajduje się poza obszarem krytycznym. Podobnie jest w przypadku $\alpha = 0.01$, dla $H_1 : \sigma^2 \neq 1.5$, tutaj jednak wartość statystyki χ^2 jest bardzo bliska punktowi krytycznemu. Natomiast dla $H_1 : \sigma^2 \neq 1.5$ (dla $\alpha \neq 0.01$) i $\sigma^2 < 1.5$ (dla każdego α) hipoteza zerowa zostanie odrzucona.

Analizując p – wartości, widoczne w tabeli 4, widzimy, że dla $H_1 : \sigma^2 < 1.5$ jest ona bliska 1, natomiast dla $H_1 : \sigma^2 \neq 1.5$ i $\sigma^2 > 1.5$ wartość ta jest znacznie mniejsza. Możemy także zauważyć, że dla $H_1 : \sigma^2 \neq 1.5$ wartość ta jest minimalnie większa od 0.01, co zgadza się z obserwacją, że dla $\alpha = 0.01$ hipoteza zerowa została zaakceptowana. W przypadku $H_1 : \sigma^2 > 1.5$, p – wartość jest bliska 0, co potwierdza, że poprawnie odrzuciliśmy hipotezę zerową. Fakt ten prowadzi do analogicznych wniosków, co w przypadku analizy obszarów i punktów krytycznych.

4 Zadanie 3

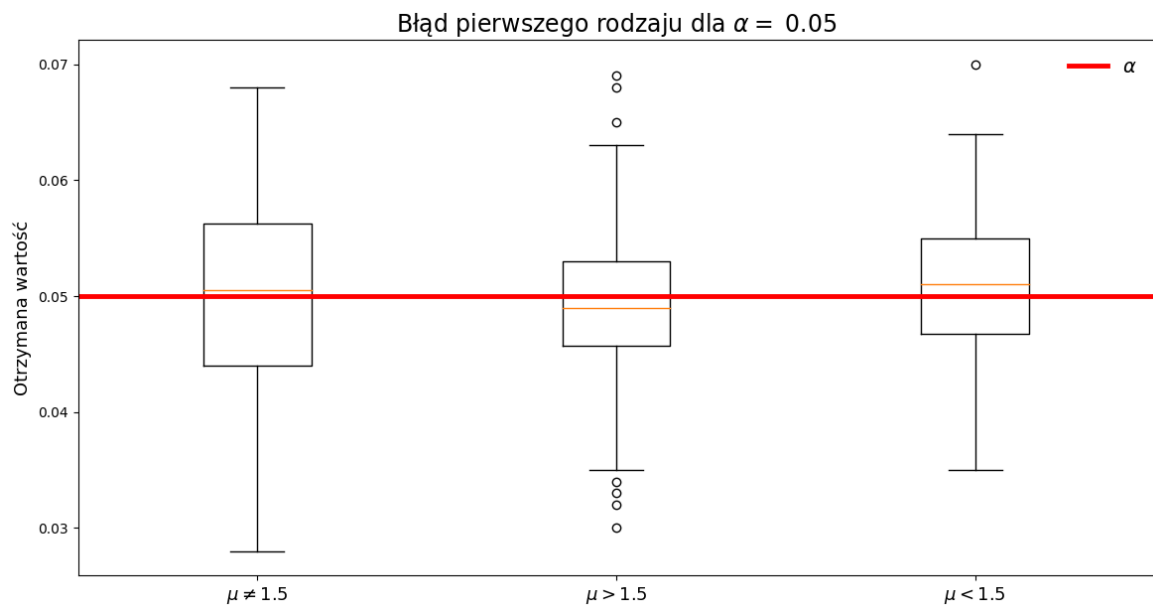
4.1 Opis zadania

W tym zadaniu obliczyliśmy oraz zaprezentowaliśmy na wykresach błędy I i II rodzaju oraz sprawdziliśmy moce testów dla hipotez przedstawionych w zadaniach 1, 2.

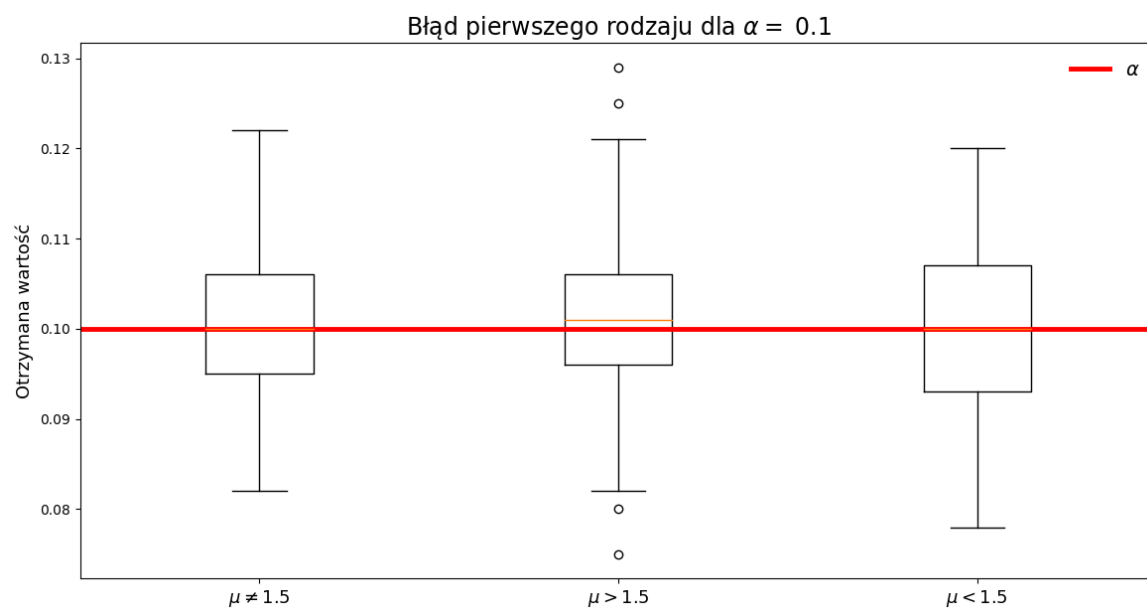
4.2 Błąd I rodzaju

Błędy te zostały przedstawione na box-plotach, na których dodatkowo zaznaczyliśmy wartość poziomu ufności α .

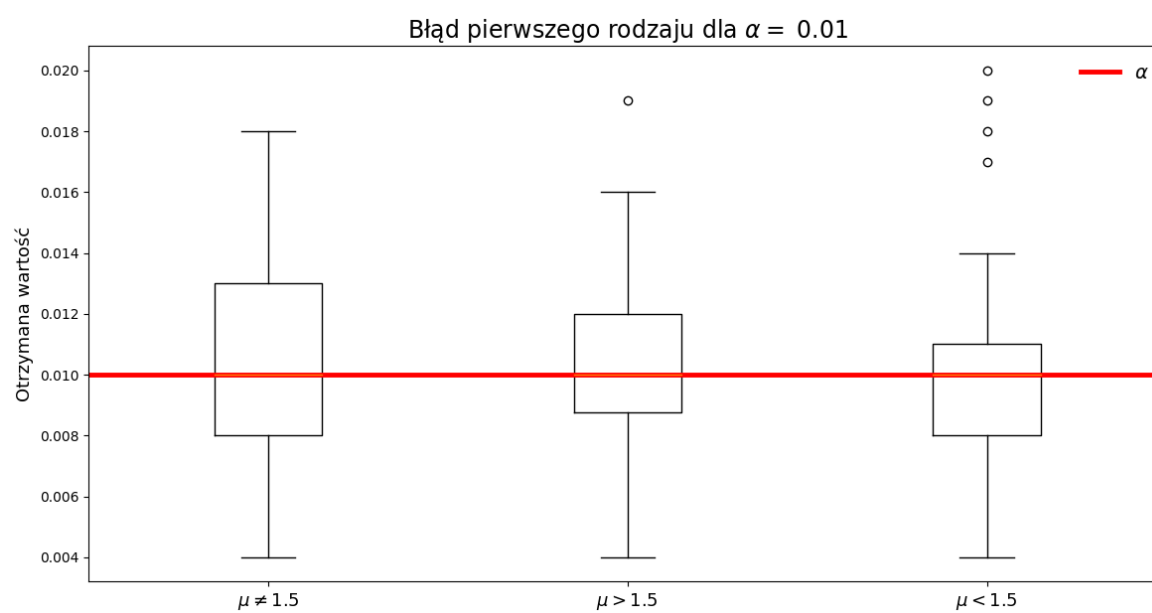
4.2.1 Testy dla wartości średniej - przypadek znanej wariancji (hipotezy z zadania 1).



Rys. 19

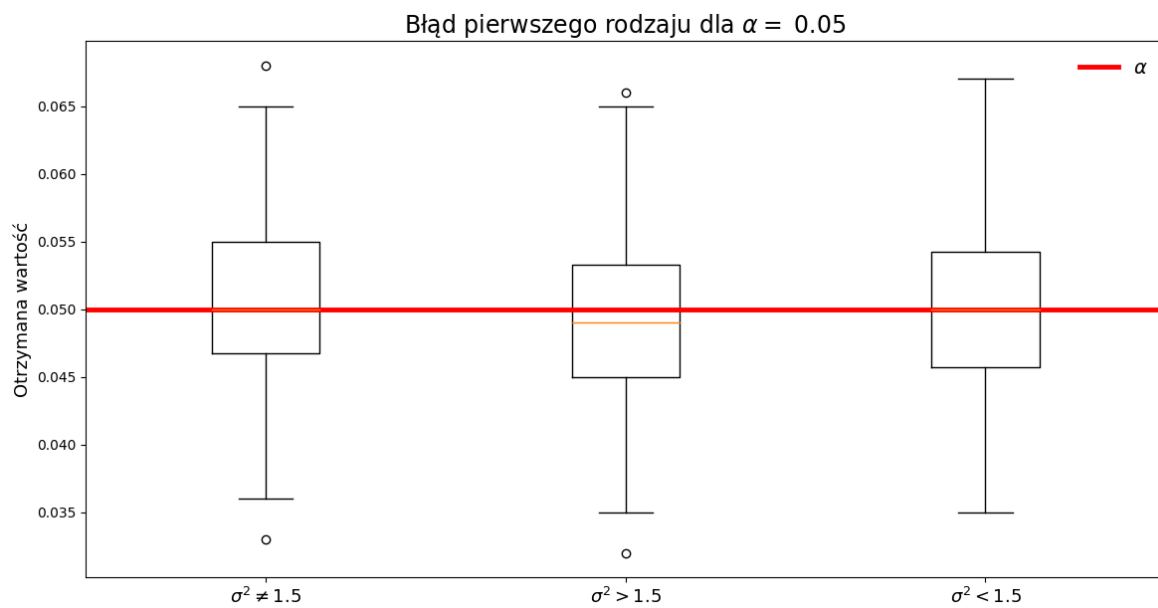


Rys. 20

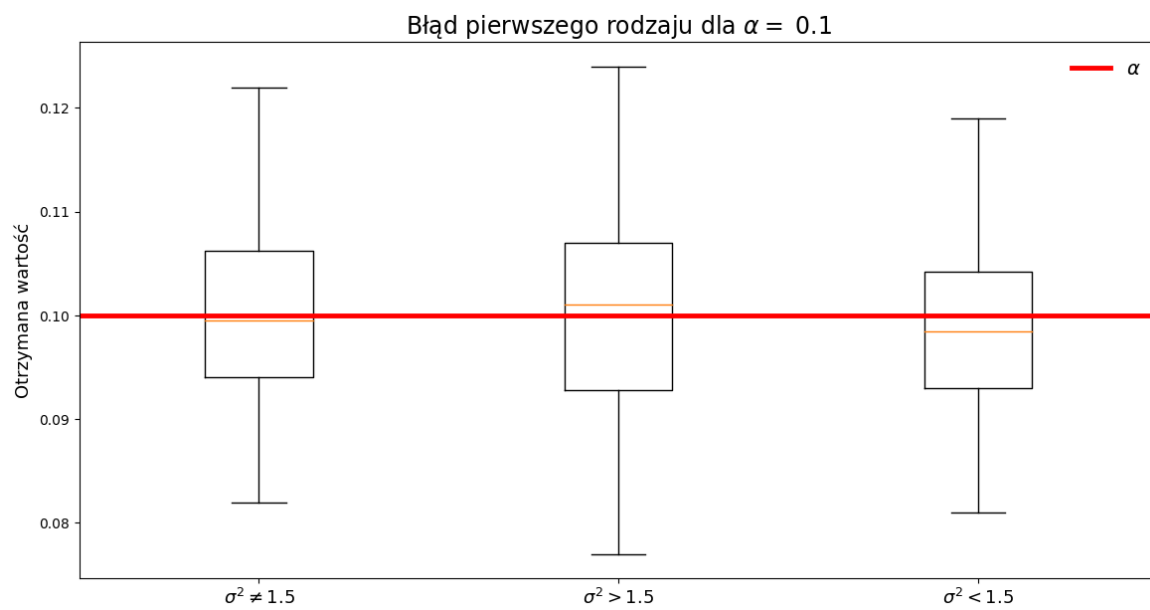


Rys. 21

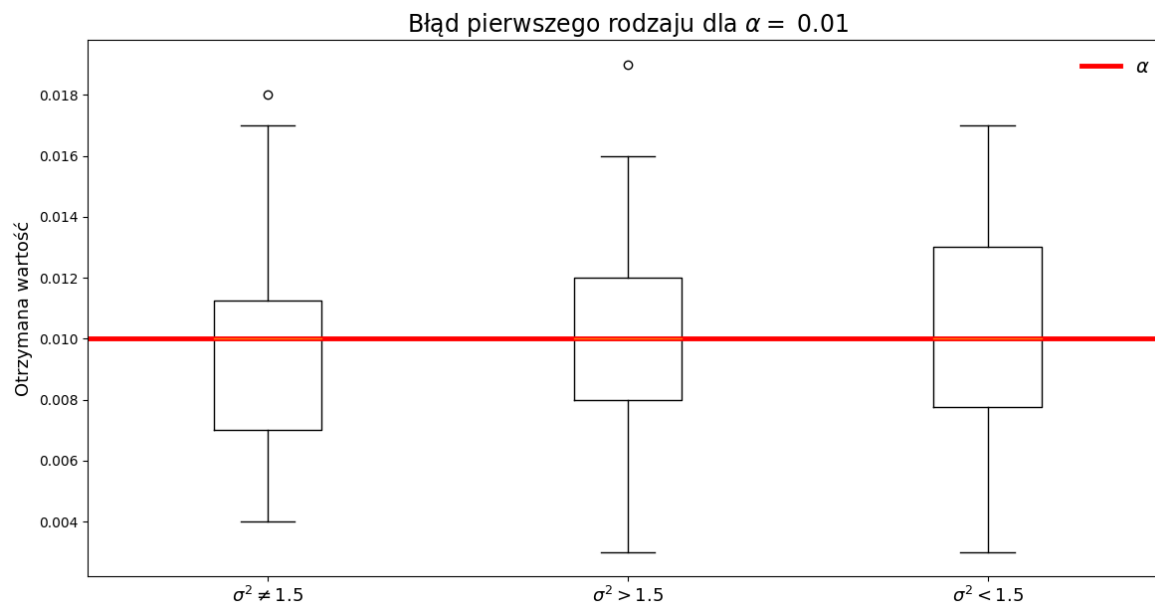
4.2.2 Testy dla wariancji (hipotezy z zadania 2).



Rys. 22



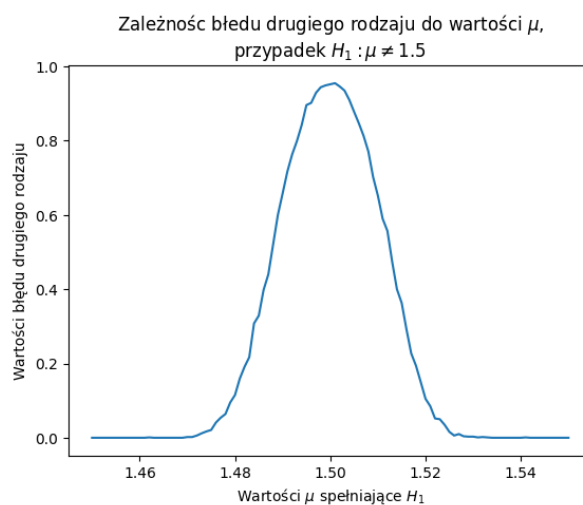
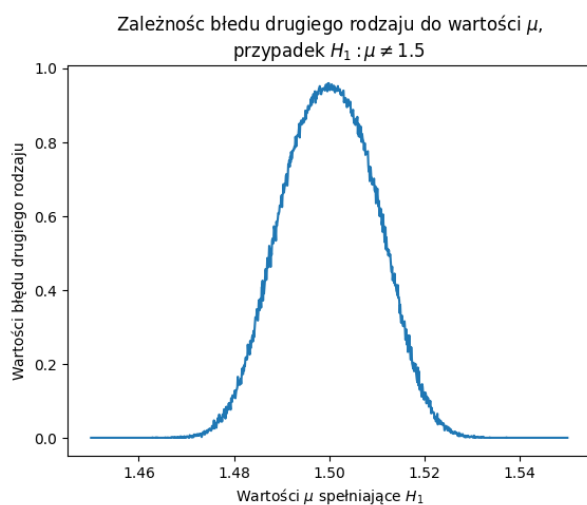
Rys. 23

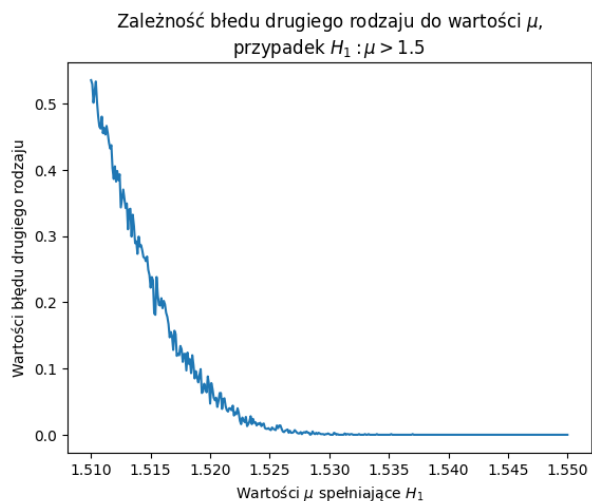


4.3 Błąd II rodzaju

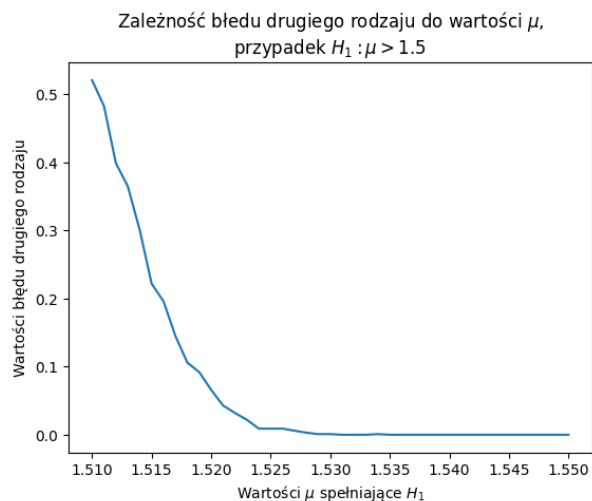
W tym punkcie zajęliśmy się błędami II rodzaju. Zostały one przedstawione na wykresach dla $\alpha = 0.05$, w zależności od wartości parametrów: μ (testy dla wartości średniej - przypadek znanej wariancji) i σ^2 (testy dla wariancji). Dla każdego przypadku sporządziliśmy po 2 wykresy, różniąc się one wielkością kroków (pierwszy z nich został sporządzony dla około 1000 wartości, drugi dla około 100).

4.3.1 Testy dla wartości średniej - przypadek znanej wariancji (hipotezy z zadania 1).

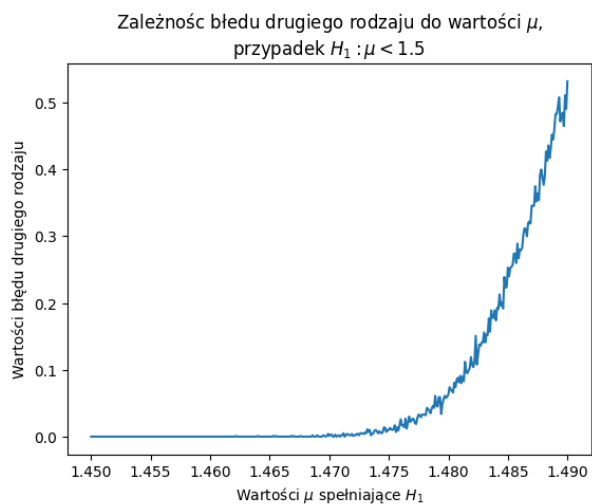




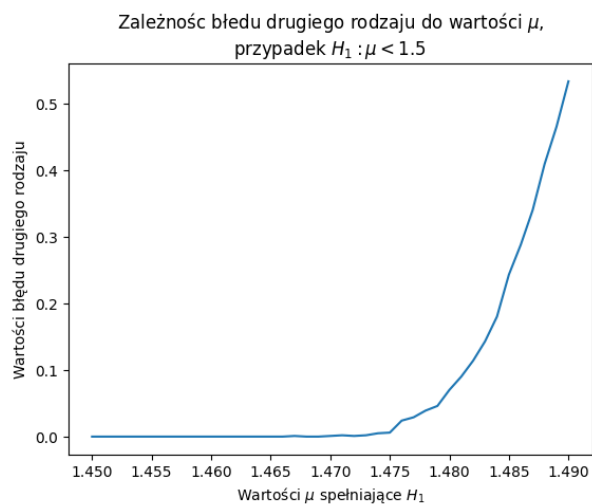
Rys. 27



Rys. 28

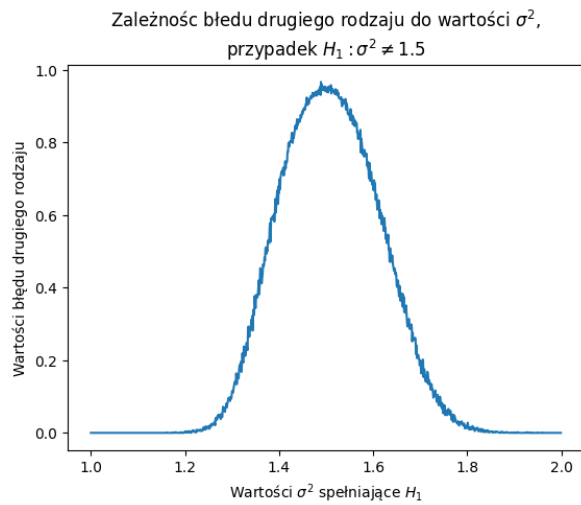


Rys. 29

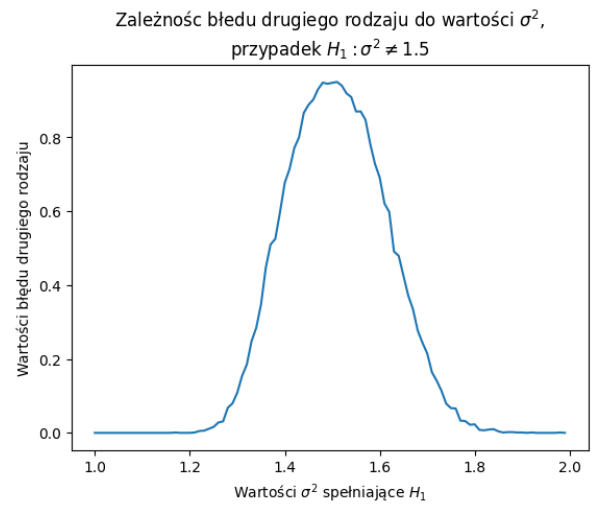


Rys. 30

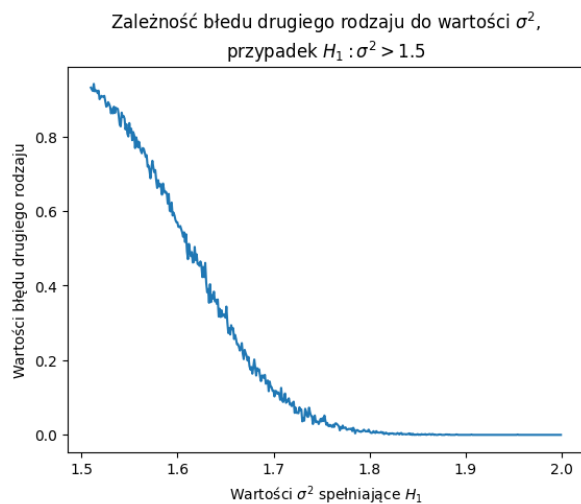
4.3.2 Testy dla wariancji (hipotezy z zadania 2).



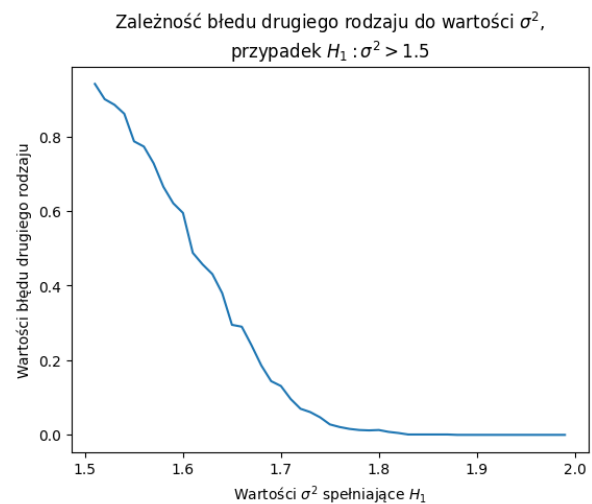
Rys. 31



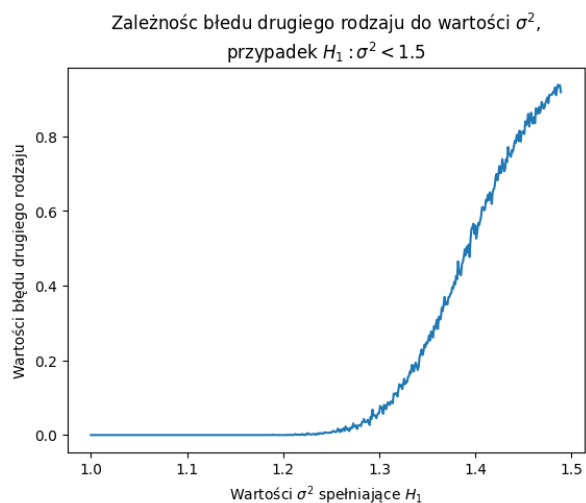
Rys. 32



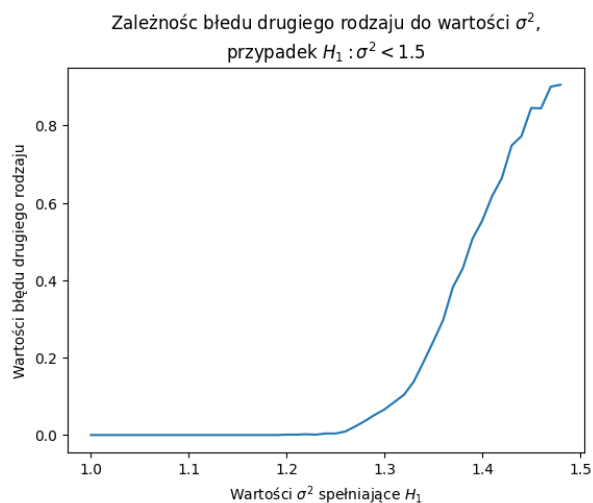
Rys. 33



Rys. 34



Rys. 35

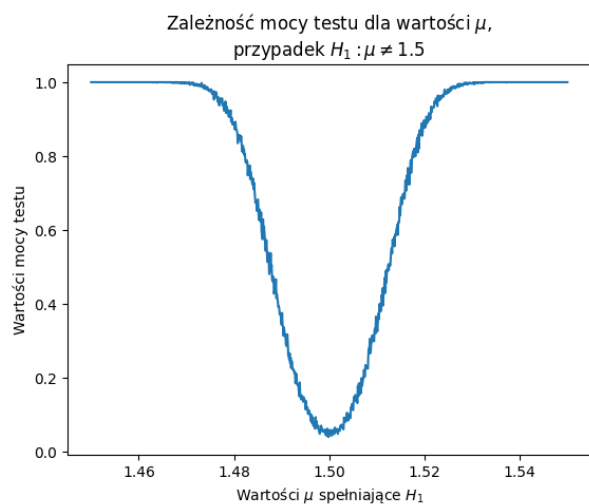


Rys. 36

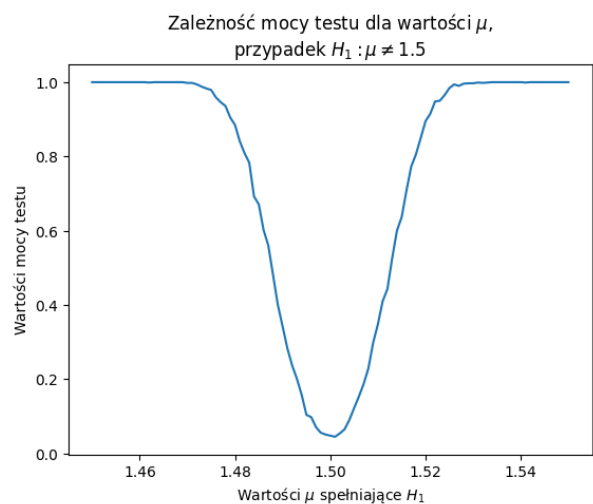
4.4 Moc testu

Obliczyliśmy także moc testu. Została ona przedstawiona na wykresach w sposób analogiczny do błędów II rodzaju.

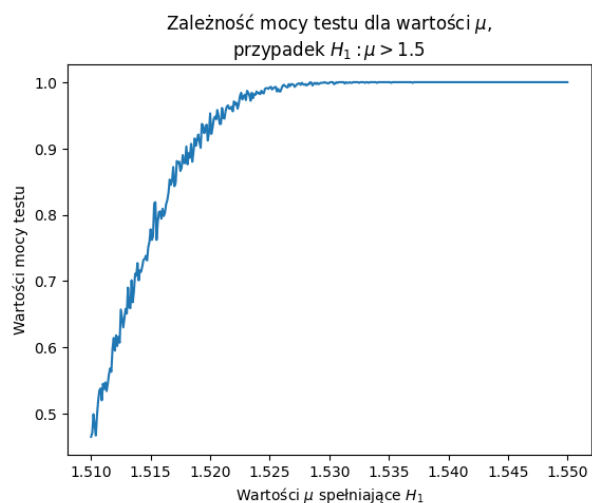
4.4.1 Testy dla wartości średniej - przypadek znanej wariancji (hipotezy z zadania 1).



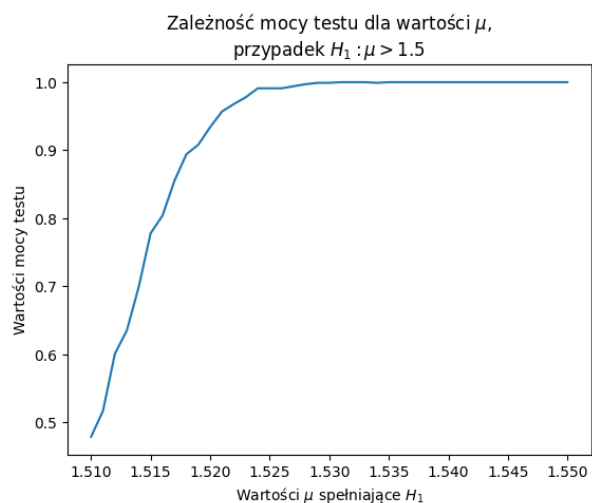
Rys. 37



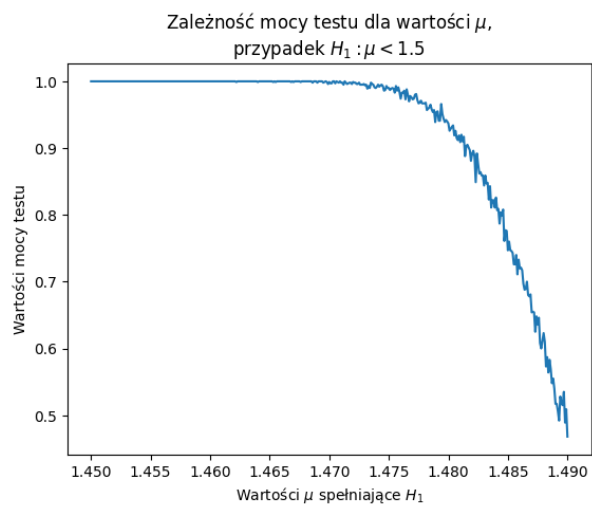
Rys. 38



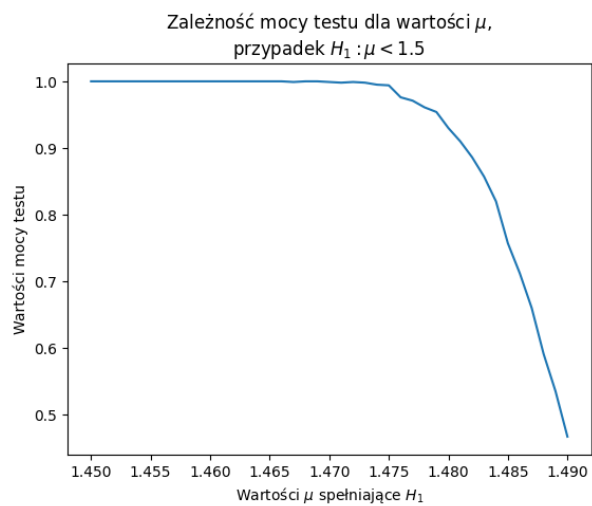
Rys. 39



Rys. 40

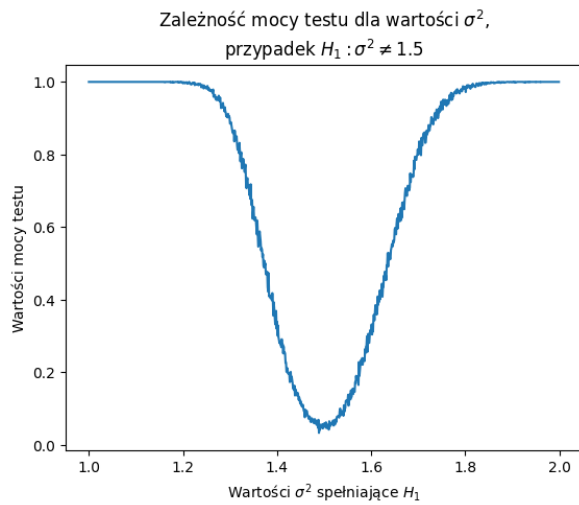


Rys. 41

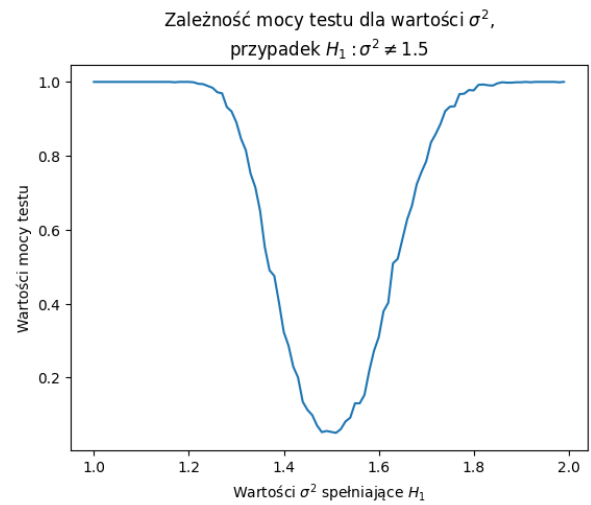


Rys. 42

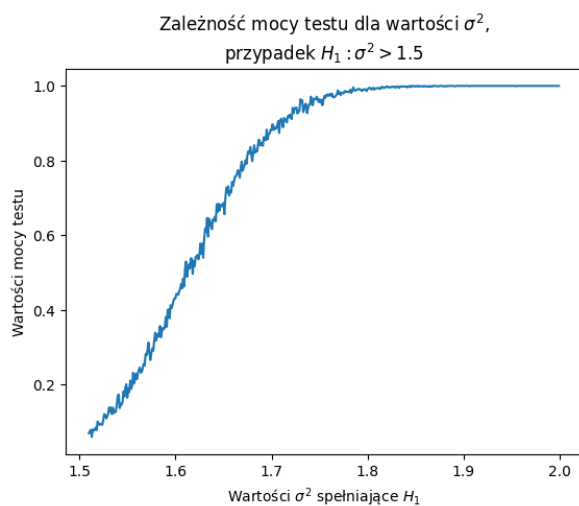
4.4.2 Testy dla wariancji (hipotezy z zadania 2).



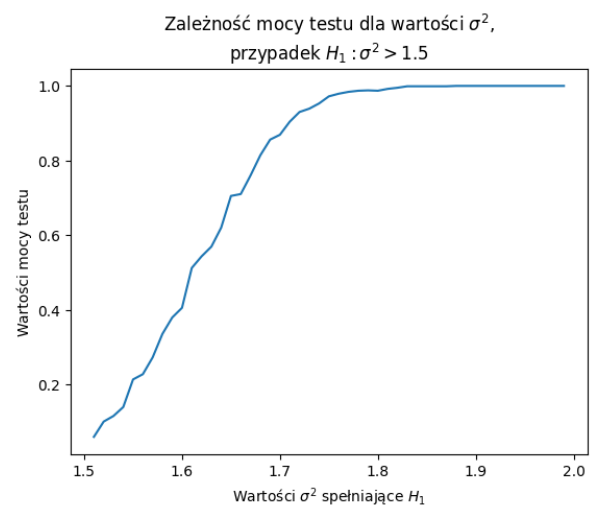
Rys. 43



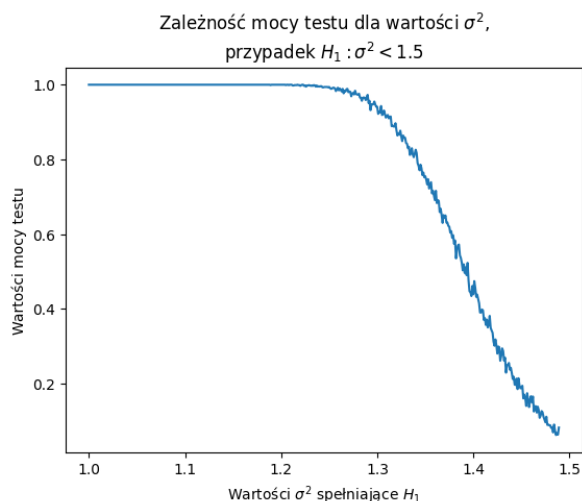
Rys. 44



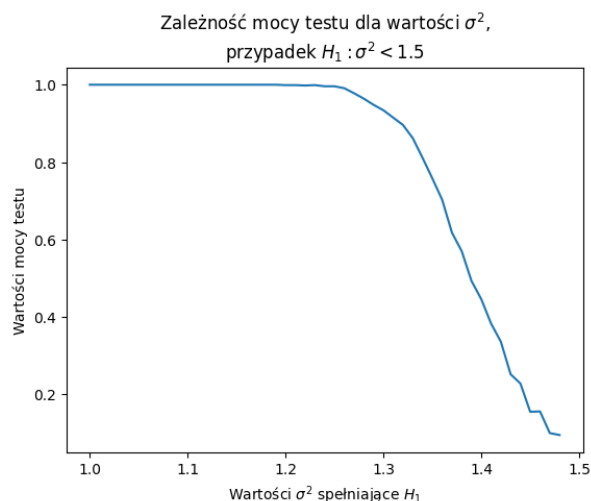
Rys. 45



Rys. 46



Rys. 47



Rys. 48

4.5 Podsumowanie, wnioski

- **Błąd I rodzaju.**

Na wszystkich box-plotach (rysunki 19-24) możemy zauważyć, że wartości błędów I rodzaju są skupione w okolicy wartości α . Mediana również jest bliska poszczególnym wartościom α . Pozwala nam to wnioskować, że prawidłowo wyliczyliśmy wartości tego błędu dla odpowiednich poziomów istotności testów.

- **Błąd II rodzaju.**

Na podstawie wykresów 25-30 (testy dla wartości średniej) i 31-36 (testy dla wariancji) możemy zauważyć, że jak zbliżamy się do hipotezy zerowej mającej odpowiednio postać: $H_0 : \mu = 1.5$ (rys. 25-30) lub $H_0 : \sigma^2 = 1.5$ (rys. 31-36) to prawdopodobieństwo popełnienia błędu II rodzaju się zwiększa, natomiast gdy się oddalamy - zmniejsza się.

- **Moc testu.**

W przypadku wykresów zależności mocy testów (rysunki 37-42 (testy dla wartości średniej) i 43-48 (testy dla wariancji)) widzimy zachowanie odmienne do tego obserwowanego w przypadku błędów II rodzaju: gdy zbliżamy się do hipotezy zerowej to moc testu się zmniejsza, natomiast gdy się oddalamy - zwiększa się. Analogia ta jest zgodna ze wzorem przedstawionym w punkcie 1.7.

Źródła:

- <https://www.statystyka.az.pl/centrum-statystyki.php>
- Jacek Koronacki, Jan Mielniczuk "Statystyka dla studentów kierunków technicznych i przyrodniczych", WNT, Warszawa, 2018
- Mieczysław Sobczyk "Statystyka", PWN, 2016
- Wykłady dr hab. inż. Krzysztofa Burneckiego oraz laboratorium dr inż. Aleksandry Grzesiek z przedmiotu „Statystyka stosowana”.