

```
In[151]:= (*Лабораторная работа №6*)
(*Крутько Андрей 251004 вариант 15*)
(*Задание 1*)
f[x_, y_] = 2.5 * x^2 - 0.9 * y^2; a = 0; b = 1; x0 = 0; y0 = 0.4;
```

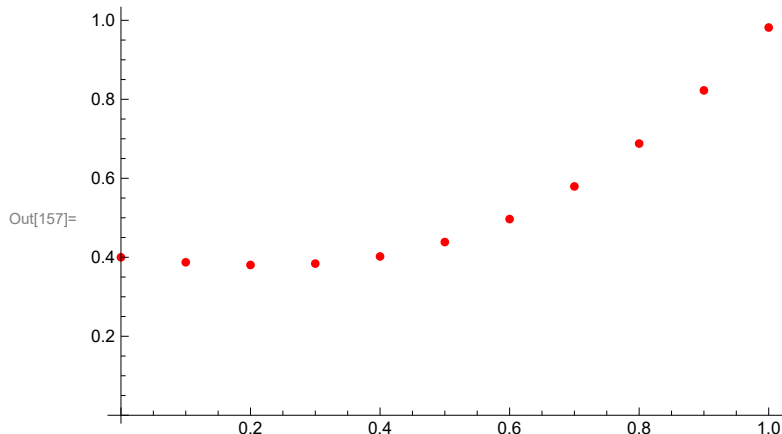
```
In[152]:= (* Пункт а *)
h = 0.1; n = (b - a) / h;
x = x0; y = y0; eulkosh = Table[{x, y} = {x + h, y + h * f[x, y]}, {i, n}];
                                     [таблица значений]
eulkosh = Prepend[eulkosh, {x0, y0}]
                                     [добавить в начало]
```

```
Out[154]= {{0, 0.4}, {0.1, 0.3856}, {0.2, 0.374718},
           {0.3, 0.372081}, {0.4, 0.382121}, {0.5, 0.408979}, {0.6, 0.456426},
           {0.7, 0.527676}, {0.8, 0.625117}, {0.9, 0.749947}, {1., 0.901829}}
```

```
In[155]:= i = 2;
While[i <= n + 1, eulkosh[[i, 2]] = eulkosh[[i - 1, 2]] +  $\frac{h}{2} * (f[eulkosh[[i - 1, 1]], eulkosh[[i - 1, 2]]] + f[eulkosh[[i, 1]], eulkosh[[i, 2]]]);$ 
                                     [цикл-пока]
           i++];
eulkosh
```

```
Out[156]= {{0, 0.4}, {0.1, 0.387359}, {0.2, 0.380538},
           {0.3, 0.384042}, {0.4, 0.402084}, {0.5, 0.438532}, {0.6, 0.496754},
           {0.7, 0.579369}, {0.8, 0.687929}, {0.9, 0.822574}, {1., 0.981778}}
```

```
In[157]:= gr1 = ListPlot[eulkosh, ImageSize -> Medium, PlotStyle -> Red]
                                     [диаграмма разброса] [размер изоб...] [средний] [стиль графика] [красн]
```



```
In[158]:= h = 0.05; n = (b - a) / h; x = x0; y = y0;
eulkosh = Table[{x, y} = {x + h, y + h * f[x, y]}, {i, n}];
                                     [таблица значений]
eulkosh = Prepend[eulkosh, {x0, y0}]
                                     [добавить в начало]
```

```
Out[160]= {{0, 0.4}, {0.05, 0.3928}, {0.1, 0.386169}, {0.15, 0.380709}, {0.2, 0.376999},
           {0.25, 0.375603}, {0.3, 0.377067}, {0.35, 0.381919}, {0.4, 0.390668},
           {0.45, 0.4038}, {0.5, 0.421775}, {0.55, 0.44502}, {0.6, 0.47392},
           {0.65, 0.508813}, {0.7, 0.549976}, {0.75, 0.597614}, {0.8, 0.651855},
           {0.85, 0.712734}, {0.9, 0.780187}, {0.95, 0.854046}, {1., 0.934036}}
```

```

In[161]:= i = 2;

While[i <= n + 1, eulkosh[[i, 2]] = eulkosh[[i - 1, 2]] +  $\frac{h}{2} * (f[eulkosh[[i - 1, 1]], eulkosh[[i - 1, 2]]] + f[eulkosh[[i, 1]], eulkosh[[i, 2]]]);$ 
  i++];
eulkosh

```

```

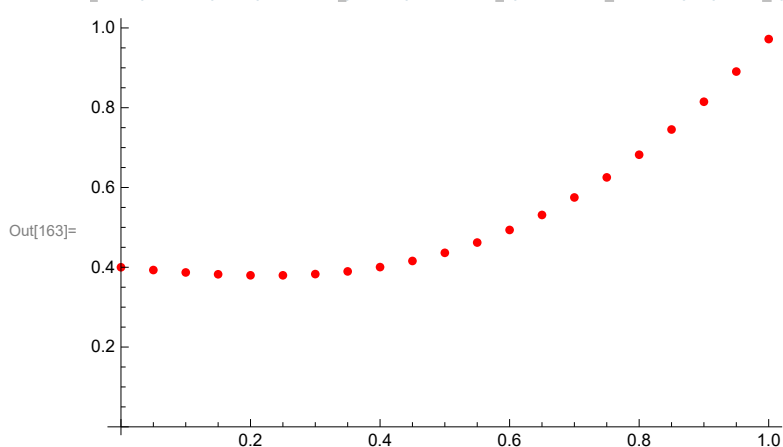
Out[162]= {{0, 0.4}, {0.05, 0.393085}, {0.1, 0.387034}, {0.15, 0.382434}, {0.2, 0.379851},
{0.25, 0.379837}, {0.3, 0.382923}, {0.35, 0.389623}, {0.4, 0.40043},
{0.45, 0.415809}, {0.5, 0.436198}, {0.55, 0.461992}, {0.6, 0.493543},
{0.65, 0.531143}, {0.7, 0.575021}, {0.75, 0.625327}, {0.8, 0.682125},
{0.85, 0.745382}, {0.9, 0.814967}, {0.95, 0.890643}, {1., 0.972071}}

```

```

In[163]:= ListPlot[eulkosh, ImageSize -> Medium, PlotStyle -> Red]

```



```

In[164]:= (*Пункт б *)
h = 0.1; n = (b - a) / h;
rynge = List[{x0, y0}];
x = x0; y = y0;
For[k = 1, k < n + 1, k++,
  k1[x_, y_] = h * f[x, y];
  k2[x_, y_] = h * f[x + h/2, y + k1[x, y] / 2];
  k3[x_, y_] = h * f[x + h/2, y + k2[x, y] / 2];
  k4[x_, y_] = h * f[x + h, y + k3[x, y]];
  x = x + h; y = y + (k1[x, y] + 2 * k2[x, y] + 2 * k3[x, y] + k4[x, y]) / 6;
  rynge = Append[rynge, {x, y}];
rynge

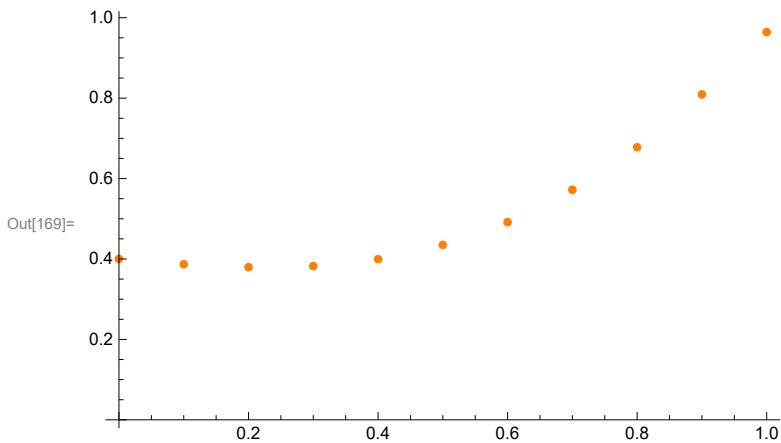
```

```

Out[168]= {{0, 0.4}, {0.1, 0.386919}, {0.2, 0.379579},
{0.3, 0.382418}, {0.4, 0.399585}, {0.5, 0.434866}, {0.6, 0.491524},
{0.7, 0.572054}, {0.8, 0.67789}, {0.9, 0.80912}, {1., 0.964312}}

```

```
In[169]:= gr2 = ListPlot[rynge, ImageSize → Medium, PlotStyle → Orange]
[диаграмма разброс... [размер изоб... [средний [стиль графика [оранжевы
```

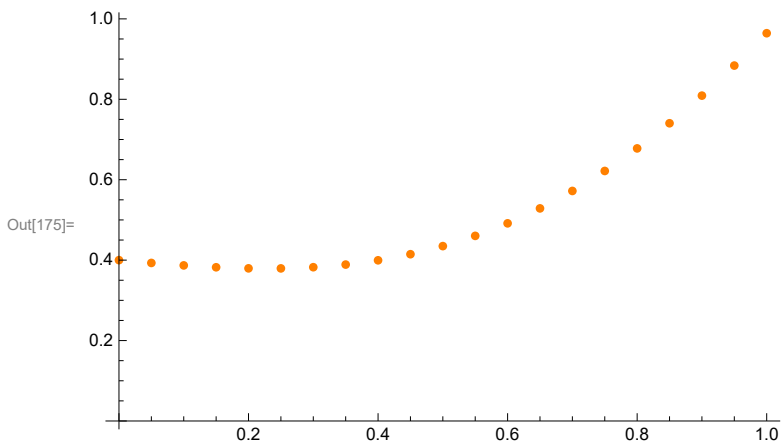


```
In[170]:= h = 0.05; n = (b - a) / h;
rynge = List[{x0, y0}];
[список
x = x0; y = y0;
For[k = 1, k < n + 1, k++,
[цикл ДЛЯ
    k1[x_, y_] = h * f[x, y];
    k2[x_, y_] = h * f[x + h/2, y + k1[x, y] / 2];
    k3[x_, y_] = h * f[x + h/2, y + k2[x, y] / 2];
    k4[x_, y_] = h * f[x + h, y + k3[x, y]];
    x = x + h; y = y + (k1[x, y] + 2 * k2[x, y] + 2 * k3[x, y] + k4[x, y]) / 6;
    rynge = Append[rynge, {x, y}]];
[добавить в конец
```

rynge

```
Out[174]= {{0, 0.4}, {0.05, 0.393031}, {0.1, 0.386919}, {0.15, 0.382248}, {0.2, 0.379579},
{0.25, 0.37946}, {0.3, 0.382418}, {0.35, 0.388964}, {0.4, 0.399585},
{0.45, 0.414743}, {0.5, 0.434866}, {0.55, 0.460346}, {0.6, 0.491524},
{0.65, 0.528687}, {0.7, 0.572054}, {0.75, 0.621769}, {0.8, 0.67789},
{0.85, 0.740384}, {0.9, 0.80912}, {0.95, 0.883871}, {1., 0.964311}}
```

```
In[175]:= ListPlot[rynge, ImageSize → Medium, PlotStyle → Orange]
[диаграмма разброс... [размер изоб... [средний [стиль графика [оранжевы
```



In[176]:= (\* ПУНКТ В) \*)

Clear[x, y];

[\[очистить\]](#)

DS = DSolve[{y'[x] == f[x, y[x]], y[x0] == y0}, y[x], x];

[\[решить дифференциальные уравнения\]](#)

y1[x\_] = y[x] /. Flatten[DS]

[\[уплостить\]](#)

Out[178]= 
$$\left( (0.833333 + 0. i) \left( (0. + 1. i) x^2 \text{BesselJ}\left[-\frac{5}{4}, (0. + 0.75 i) x^2\right] + \right. \right. \\ \left. (0.614949 + 0.614949 i) x^2 \text{BesselJ}\left[-\frac{3}{4}, (0. + 0.75 i) x^2\right] + (0.666667 + 0. i) \right. \\ \left. \left. \text{BesselJ}\left[-\frac{1}{4}, (0. + 0.75 i) x^2\right] - (0. + 1. i) x^2 \text{BesselJ}\left[\frac{3}{4}, (0. + 0.75 i) x^2\right] \right) \right) / \\ \left( x \left( (1. + 0. i) \text{BesselJ}\left[-\frac{1}{4}, (0. + 0.75 i) x^2\right] + \right. \right. \\ \left. \left. (0.307475 - 0.307475 i) \text{BesselJ}\left[\frac{1}{4}, (0. + 0.75 i) x^2\right] \right) \right)$$

In[179]:= NDS = NDSolve[{y'[x] == f[x, y[x]], y[x0] == y0}, y[x], {x, 0, 1}]

[\[численно решить ДУ\]](#)

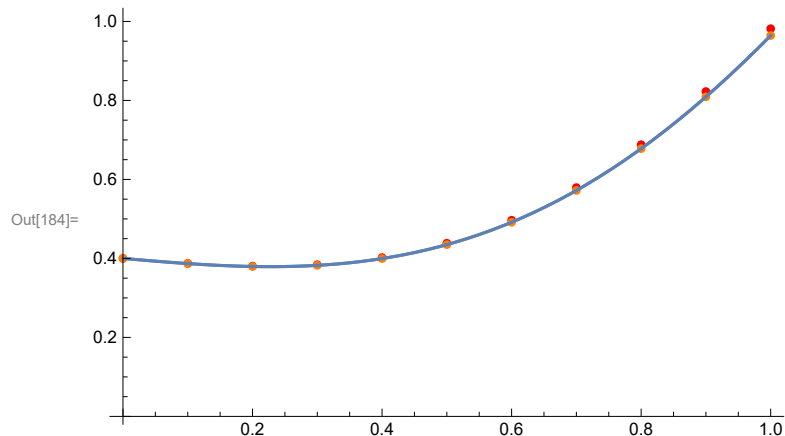
In[180]:= graphicDS = Plot[y1[x], {x, 0, 1}, ImageSize → Medium];

[\[график функции\]](#)[\[размер изоб...](#) [\[средний\]](#)

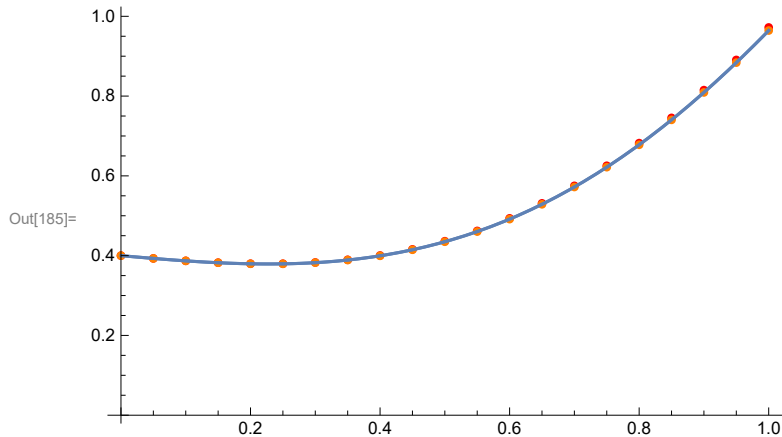
graphicNDS = Plot[Evaluate[y[x] /. NDS], {x, 0, 1}, ImageSize → Medium];

[\[гр...](#) [\[вычислить\]](#)[\[размер изоб...](#) [\[средний\]](#)

In[184]:= Show[gr1, gr2, graphicDS, graphicNDS, ImageSize → Medium]

[\[показать\]](#)[\[размер изоб...](#) [\[средний\]](#)

```
In[185]:= Show[ListPlot[eulkosh, ImageSize → Medium, PlotStyle → Red],
  ListPlot[rynge, ImageSize → Medium, PlotStyle → Orange],
  graphicDS, graphicNDS, ImageSize → Medium]
```



```
In[672]:= (* Насколько видим, чем меньше шаг сетки, тем больше точность графика. Однако,
  метод Рунге-Кутты более точен, нежели метод Эйлера-Коши*)
```

```
(* Задание 2*)
```

```
f[x_, {y_, z_}] = {0.3 y + 4 z, 1.6 * (0.3 y + 4 z) - z - 8};
```

```
x0 = 0;
```

```
Temp0 = {1.5, 0.1}; h = 0.1; n = (b - a) / h;
```

```
x = x0; Temp = Temp0;
```

```
eul = Table[{x, Temp} = {x + h, Temp + h * f[x, Temp]}, {i, n}];
```

```
  (*таблица значений*)
```

```
eul = Prepend[eul, {x0, Temp0}]
```

```
  (*добавить в начало*)
```

```
i = 1;
```

```
eul1 = eul;
```

```
While[i < n + 2, eul1[[i]] = eul[[i, 2]]];
```

```
  (*цикл-пока*)
```

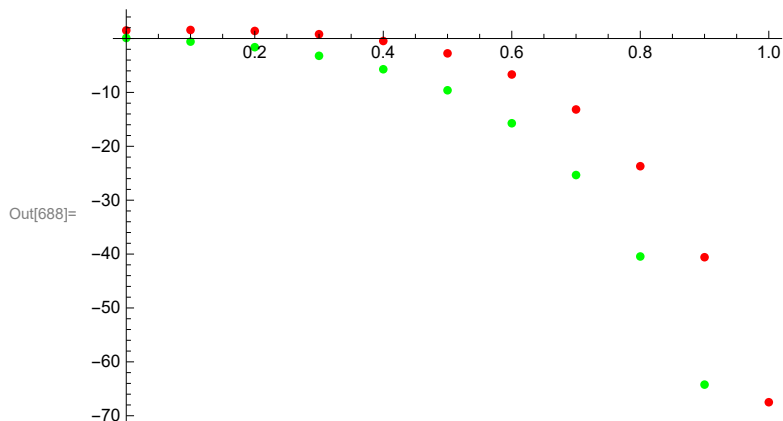
```
  i++]
```

```
Out[675]= {{0, {1.5, 0.1}}, {0.1, {1.585, -0.574}}, {0.2, {1.40295, -1.60788}},
  {0.3, {0.801887, -3.20879}}, {0.4, {-0.457574, -5.70305}},
  {0.5, {-2.75252, -9.60466}}, {0.6, {-6.67696, -15.7233}}, {0.7, {-13.1666, -25.3344}},
  {0.8, {-23.6953, -40.4469}}, {0.9, {-40.585, -64.2257}}, {1., {-67.4928, -101.656}}}
```

```

In[687]:= gr1 = Table[{eul[[i, 1]], eul1[[i, 1]]}, {i, 1, n + 1}];
           |таблица значений
gr2 = Table[{eul[[i, 1]], eul1[[i, 2]]}, {i, 1, n + 1}];
           |таблица значений
Show[{ListPlot[gr1, ImageSize → Medium, PlotStyle → Red],
      ListPlot[gr2, ImageSize → Medium, PlotStyle → Green]}]
      |пока... |диаграмма раз... |размер изоб... |средний |стиль графика |красный
      |диаграмма раз... |размер изоб... |средний |стиль графика |зелёный

```



```

In[764]:= h = 0.05; n = (b - a) / h;
x = x0; Temp = Temp0;
eul = Table[{x, Temp} = {x + h, Temp + h * f[x, Temp]}, {i, n}];
           |таблица значений
eul = Prepend[eul, {x0, Temp0}]
           |добавить в начало
i = 1;
eul1 = eul;
While[i < n + 2, eul1[[i]] = eul[[i, 2]];
      |цикл-пока
      i++]

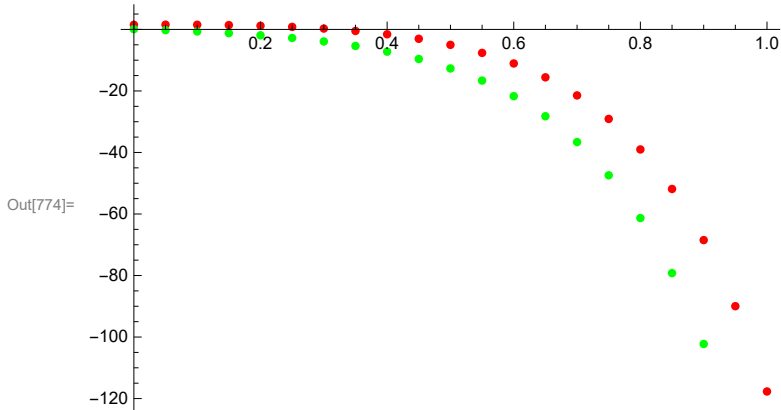
```

```

Out[767]= {{0, {1.5, 0.1}}, {0.05, {1.5425, -0.237}}, {0.1, {1.51824, -0.66397}},
           {0.15, {1.40822, -1.2068}}, {0.2, {1.18798, -1.89884}}, {0.25, {0.82603, -2.78302}},
           {0.3, {0.281817, -3.91461}}, {0.35, {-0.496878, -5.36479}},
           {0.4, {-1.57729, -7.22521}}, {0.45, {-3.04599, -9.61387}},
           {0.5, {-5.01446, -12.6827}}, {0.55, {-7.62622, -16.6274}},
           {0.6, {-11.0661, -21.6998}}, {0.65, {-15.5721, -28.2244}},
           {0.7, {-21.4505, -36.6187}}, {0.75, {-29.096, -47.4205}},
           {0.8, {-39.0166, -61.3224}}, {0.85, {-51.8663, -79.2158}},
           {0.9, {-68.4874, -102.249}}, {0.95, {-89.9645, -131.9}}, {1., {-117.694, -170.072}}}

```

```
In[773]:= gr3 = Table[{eul[[i, 1]], eul1[[i, 1]]}, {i, 1, n + 1}];
           |таблица значений
gr4 = Table[{eul[[i, 1]], eul1[[i, 2]]}, {i, 1, n + 1}];
           |таблица значений
Show[{ListPlot[gr3, ImageSize → Medium, PlotStyle → Red],
      |пока... |диаграмма раз... |размер изоб... |средний |стиль графика |красный
      ListPlot[gr4, ImageSize → Medium, PlotStyle → Green]}]
      |диаграмма раз... |размер изоб... |средний |стиль графика |зелёный
```



```
In[729]:= (*пункт б*)
h = 0.1; n = (b - a) / h;
rynge = List[{x0, Temp0}];
           |список
x = x0; Temp = Temp0;
For[k = 1, k < n + 1, k++,
    |цикл для
    k1[x_, {y_, z_}] = h * f[x, Temp];
    k2[x_, {y_, z_}] = h * f[x + h/2, Temp + k1[x, Temp] / 2];
    k3[x_, {y_, z_}] = h * f[x + h/2, Temp + k2[x, Temp] / 2];
    k4[x_, {y_, z_}] = h * f[x + h, Temp + k3[x, Temp]];
    x = x + h; Temp = Temp + (k1[x, Temp] + 2 * k2[x, Temp] + 2 * k3[x, Temp] + k4[x, Temp]) / 6;
    rynge = Append[rynge, {x, Temp}]]
           |добавить в конец
```

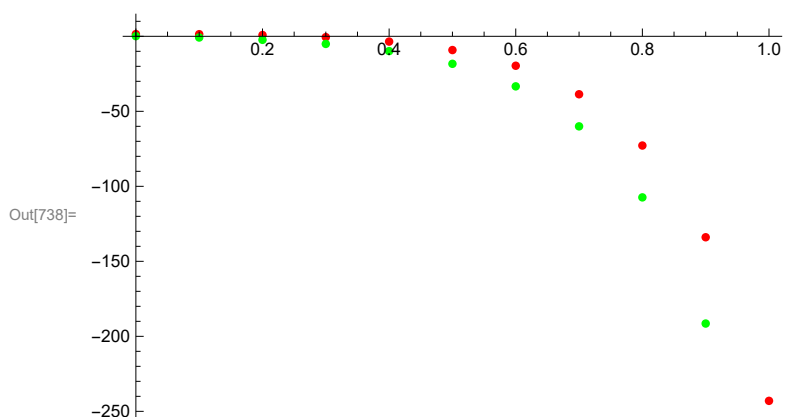
```
In[733]:= rynge
```

```
Out[733]= {{0, {1.5, 0.1}}, {0.1, {1.42251, -0.79343}}, {0.2, {0.860174, -2.34361}},
           {0.3, {-0.561471, -5.061}}, {0.4, {-3.50786, -9.85261}}, {0.5, {-9.16144, -18.3302}},
           {0.6, {-19.6233, -33.3577}}, {0.7, {-38.6271, -60.0241}},
           {0.8, {-72.8072, -107.372}}, {0.9, {-133.952, -191.471}}, {1., {-243.01, -340.873}}}
```

```

In[734]:= i = 1;
rynge1 = rynge;
While[i < n + 2, rynge1[[i]] = rynge[[i, 2]]; i++]
|цикл-пока
gr1 = Table[{rynge[[i, 1]], rynge1[[i, 1]]}, {i, 1, n + 1}];
|таблица значений
gr2 = Table[{rynge[[i, 1]], rynge1[[i, 2]]}, {i, 1, n + 1}];
|таблица значений
Show[{ListPlot[gr1, ImageSize → Medium, PlotStyle → Red],
|пока... |диаграмма раз... |размер изоб... |средний |стиль графика |красный
ListPlot[gr2, ImageSize → Medium, PlotStyle → Green]}]
|диаграмма раз... |размер изоб... |средний |стиль графика |зелёный

```



```

In[739]:= h = 0.05; n = (b - a) / h;
rynge = List[{x0, Temp0}];
|список
x = x0; Temp = Temp0;
For[k = 1, k < n + 1, k++,
|цикл для
k1[x_, {y_, z_}] = h * f[x, Temp];
k2[x_, {y_, z_}] = h * f[x + h/2, Temp + k1[x, Temp] / 2];
k3[x_, {y_, z_}] = h * f[x + h/2, Temp + k2[x, Temp] / 2];
k4[x_, {y_, z_}] = h * f[x + h, Temp + k3[x, Temp]];
x = x + h; Temp = Temp + (k1[x, Temp] + 2 * k2[x, Temp] + 2 * k3[x, Temp] + k4[x, Temp]) / 6;
rynge = Append[rynge, {x, Temp}]
|добавить в конец

```

```

In[743]:= rynge

```

```

Out[743]:= {{0, {1.5, 0.1}}, {0.05, {1.50573, -0.286611}}, {0.1, {1.42208, -0.794011}},
{0.15, {1.21952, -1.46247}}, {0.2, {0.858659, -2.34568}},
{0.25, {0.286987, -3.51521}}, {0.3, {-0.565508, -5.0665}},
{0.35, {-1.79217, -7.12677}}, {0.4, {-3.51743, -9.86565}},
{0.45, {-5.90721, -13.5093}}, {0.5, {-9.18269, -18.3592}},
{0.55, {-13.6388, -24.8173}}, {0.6, {-19.6687, -33.4195}},
{0.65, {-27.7965, -44.8803}}, {0.7, {-38.7211, -60.1522}},
{0.75, {-53.3742, -80.5053}}, {0.8, {-72.998, -107.633}},
{0.85, {-99.2486, -143.791}}, {0.9, {-134.334, -191.991}},
{0.95, {-181.197, -256.244}}, {1., {-243.764, -341.9}}

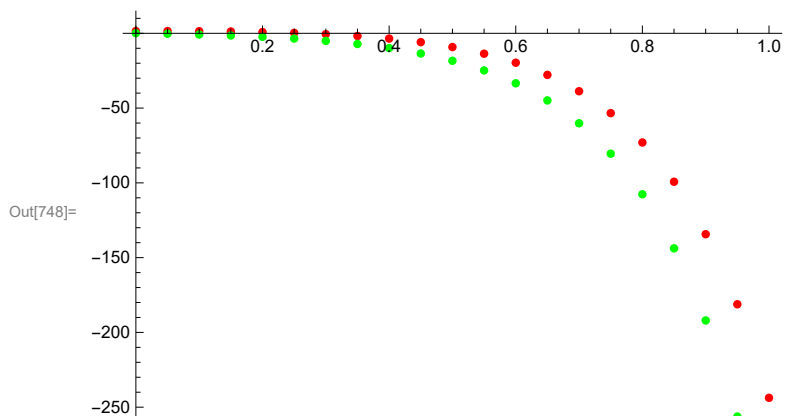
```



```

In[744]:= i = 1;
rynge1 = rynge;
While[i < n + 2, rynge1[[i]] = rynge[[i, 2]]; i++]
|цикл-пока
gr1 = Table[{rynge[[i, 1]], rynge1[[i, 1]]}, {i, 1, n + 1}];
|таблица значений
gr2 = Table[{rynge[[i, 1]], rynge1[[i, 2]]}, {i, 1, n + 1}];
|таблица значений
Show[{ListPlot[gr1, ImageSize → Medium, PlotStyle → Red],
|пока... |диаграмма раз... |размер изоб... |средний |стиль графика |красный
ListPlot[gr2, ImageSize → Medium, PlotStyle → Green]}]
|диаграмма раз... |размер изоб... |средний |стиль графика |зелёный

```



```

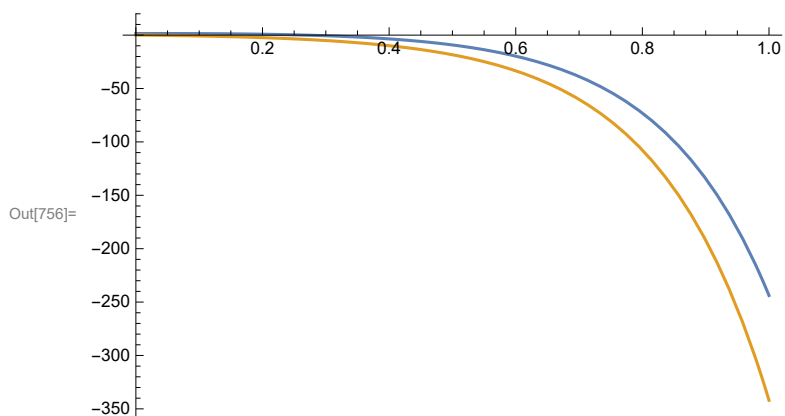
(*ПУНКТ В) *)
eqns = {y'[t] == 0.3 * y[t] + 4 * z[t], z'[t] == 1.6 * y'[t] - z[t] - 8};
sol = DSolve[{eqns, y[0] == 1.5, z[0] == 0.1}, {y[t], z[t]}, t];
|решить дифференциальные уравнения

```

```

In[754]:= y[t_] = y[t] /. Flatten[sol];
|уплостить
z[t_] = z[t] /. Flatten[sol];
|уплостить
DSgraphic = Plot[{y[t], z[t]}, {t, 0, 1}, ImageSize → Medium]
|график функции |размер изоб... |средний

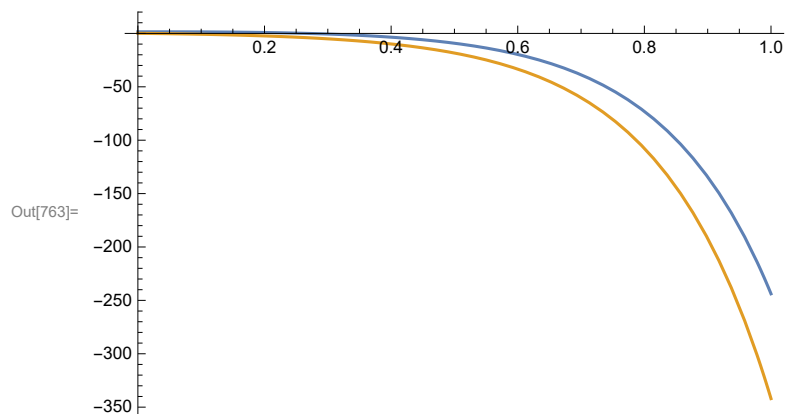
```



```

In[761]:= eqns = {y'[t] == 0.3 y[t] + 4 z[t], z'[t] == 1.6 y'[t] - z[t] - 8};
sol = NDSolve[{eqns, y[0] == 1.5, z[0] == 0.1}, {y, z}, {t, 0, 1}];
      численно решить ДУ
NDSgraphic = Plot[Evaluate[{y[t], z[t]} /. sol], {t, 0, 1}, ImageSize -> Medium]
      гр...      вычислить      размер изоб...      средний

```



(\*Вывод\*)

(\*в зависимости от шага сетки, опять же, результаты получаются более точными при  $h \rightarrow 0$ ;  
 Данными графиками мы опять убедились –  
 метод Рунге–Кутта превосходит на порядок точность метода Эйлера\*)