

Отчет по лабораторной работе №4
по предмету
Численные методы
Вариант 15

Выполнил:
Крутько А.А.

Проверил:
Самсонов П.А.

Группа 251004

Минск 2023

$$1.15. \quad f(x) = \left(\frac{5}{11}x + \cos \frac{3x}{2} - \sqrt{x} \operatorname{sh} \frac{x}{6} \right) \cdot \log_2(x^2 + 4x + 5).$$

Задание 1:

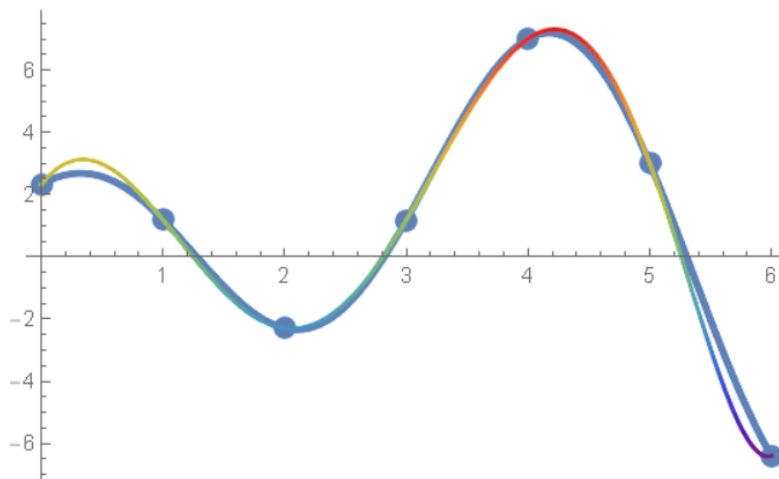
а) $n = 6$

Таблица значений:

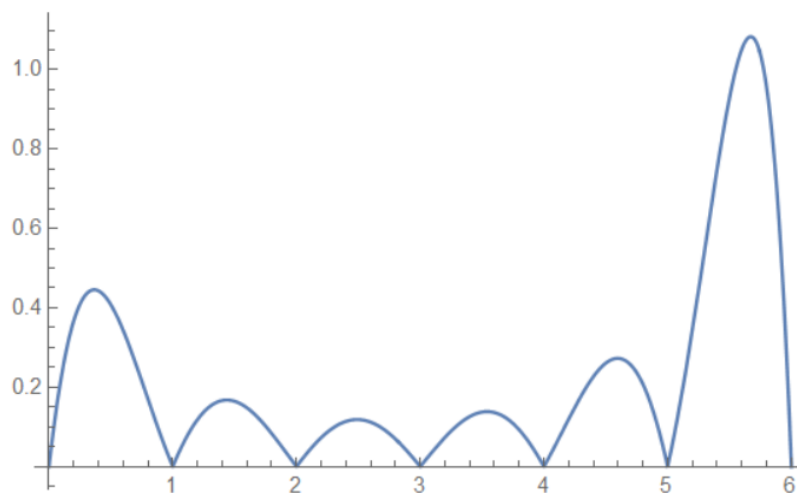
X	Y
0	2.32192
1	1.18872
2	-2.29341
3	1.17641
4	7.00168
5	3.00641
6	-6.39877

Ответ: $P_n = 2.3219 + 4.9048x - 8.0348x^2 + 1.2896x^3 + 1.0015x^4 - 0.3191x^5 + 0.0247x^6$.

$\text{Lagr}[2.4316] = -1.7132$; $\text{Newton}[2.4316] = -1.7132$; $P_n[2.4316] = -1.7132$



Абсолютная погрешность:



$\Delta = 1.0836$, при $x \rightarrow 5.6718$

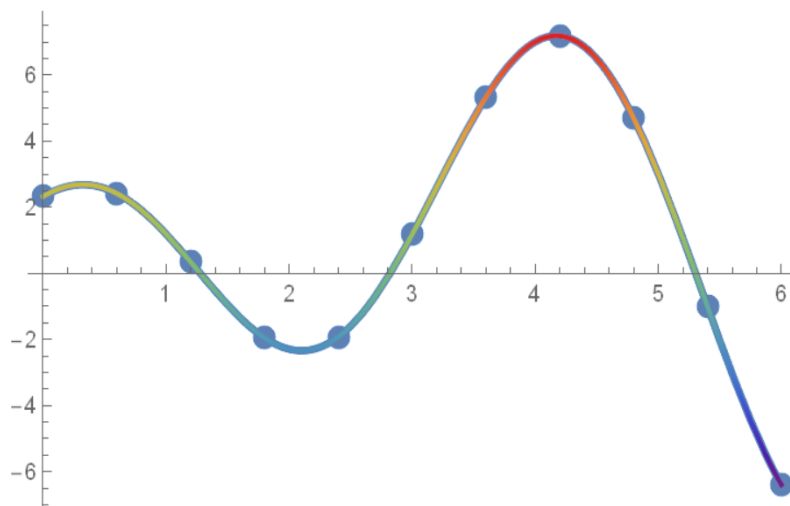
б) $n = 10$

Таблица значений

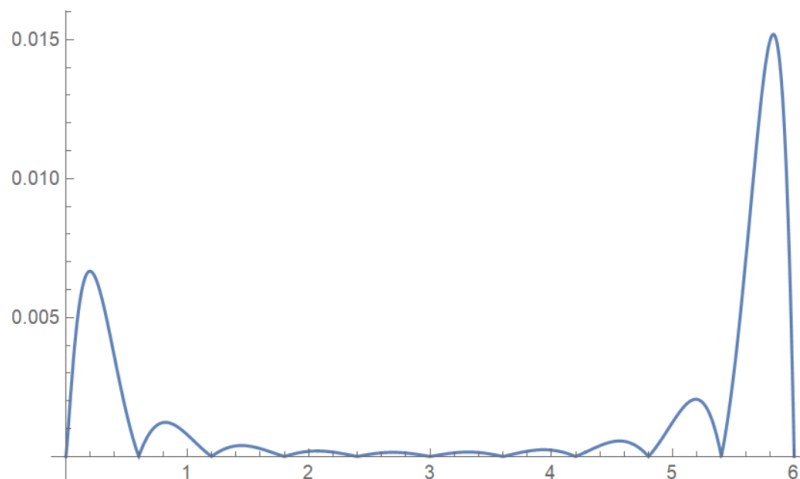
X	Y
0	2.32192
0.6	2.41435
1.2	0.34102
1.8	-1.95237
2.4	-1.92246
3	1.17641
3.6	5.33261
4.2	7.18002
4.8	4.69664
5.4	-1.01176
6.0	-6.39877

Ответ: $P_n = 2.3219 + 2.2283x - 3.3206x^2 - 0.2553x^3 - 0.3381 + 0.7877x^5 - 0.2538x^6 + 0.0133x^7 + 0.0055x^8 - 0.0009x^9 + 0.00004x^{10}$

$\text{Lagr}[2.4316] = -1.8294$; $\text{Newton}[2.4316] = -1.8294$; $P_n[2.4316] = -1.8294$



Абсолютная погрешность:



$\Delta = 0.0151$, при $x \rightarrow 5.8286$

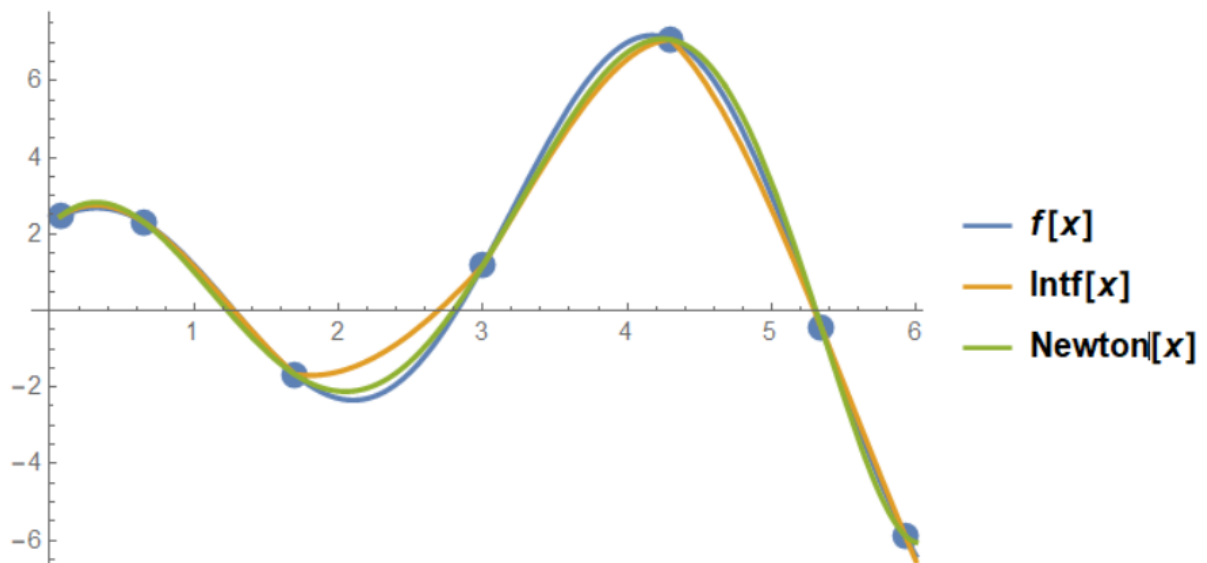
Задание 2:

А) $n = 6$

Таблица значений

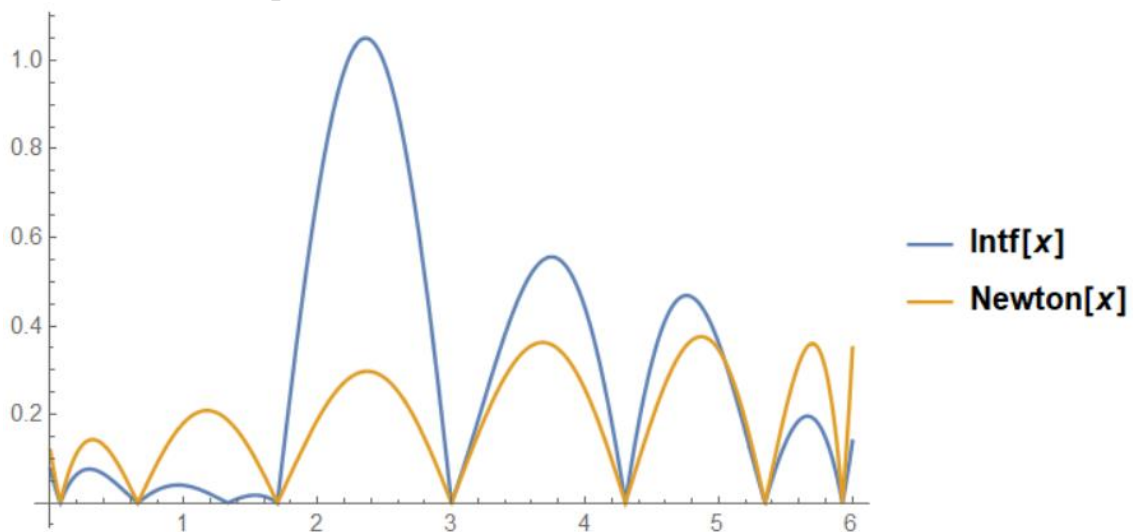
X	Y
0.0752	2.4664
0.6545	2.3002
1.6983	-1.6685
3.	1.1764
4.3016	7.0763
5.3454	-0.4455
5.9247	-5.8728

$$\text{Newton}[x] = 2.2036 + 4.0053x - 6.8727 + 0.9965x^3 + 0.9430x^4 - 0.2912x^5 + 0.0223x^6$$



$$f[2.4316] = -1.8295; \text{Newton}[2.4316] = -1.5353; \text{Intf}[2.4316] = -0.7945$$

Абсолютные погрешности:



$$\text{Int}[x]: \Delta = 1.0504, \text{ при } x \rightarrow 2.3585$$

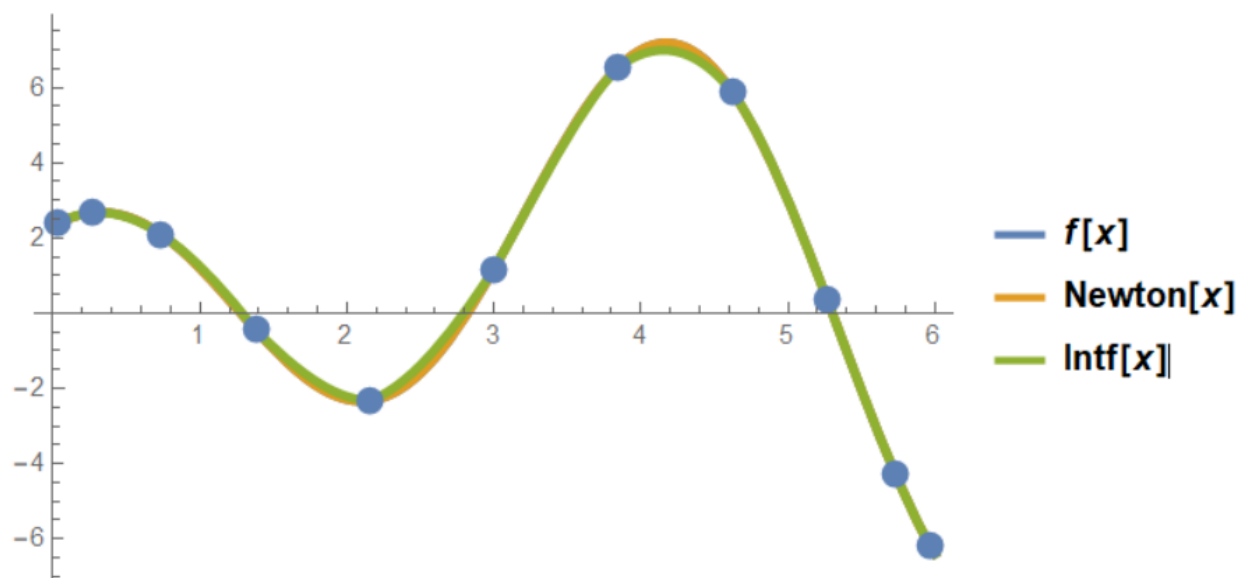
$$\text{Newton}[x]: \Delta = 0.3757, \text{ при } x \rightarrow 4.8681$$

Б) $n = 10$

Таблица значений

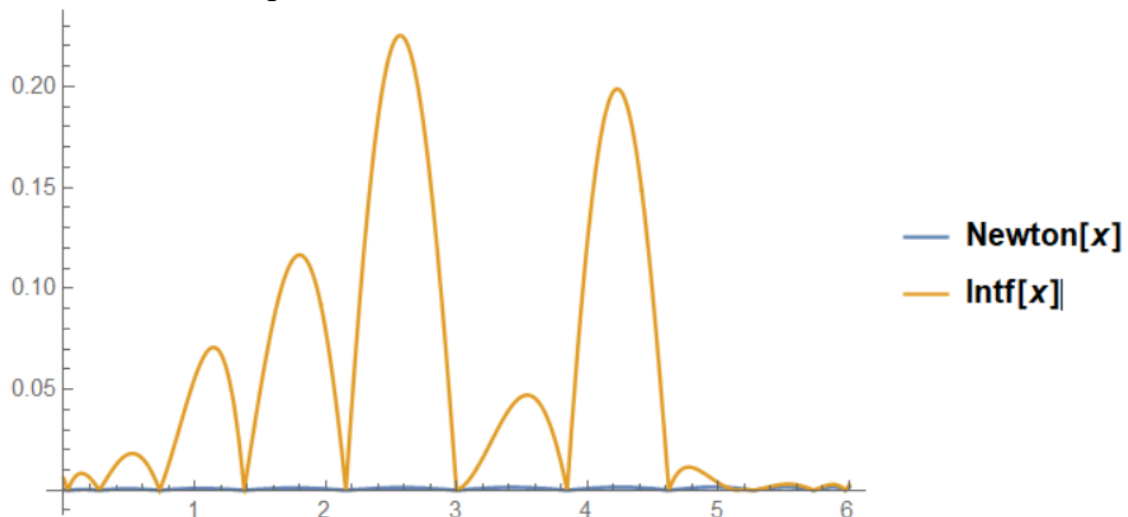
X	Y
0.03053	2.3851
0.27110	2.67
0.73275	2.1039
1.37807	-0.4425
2.1548	-2.326
3.	1.1764
3.84519	6.5404
4.6219	5.8839
5.2672	0.3658
5.7288	-4.2571
5.9694	-6.1922

$$\text{Newton}[x] = 2.3223 + 2.151x - 3.0326x^2 - 0.6601x^3 - 0.0591x^4 + 0.689x^5 - 0.2394x^6 + 0.0145x^7 + 0.0048x^8 - 0.0008x^9 + 0.00004x^{10}$$



$$f[2.4316] = -1.8295; \text{Newton}[2.4316] = -1.8284; \text{Intf}[2.4316] = -1.63163$$

Абсолютные погрешности:



Int[x]: $\Delta = 0.2253$, при $x \rightarrow 2.5701$

Newton[x]: $\Delta = 0.00159$, при $x \rightarrow 5.8784$

Задание 3:

Максимальная погрешность интерполирования при равноотстоящих узлах:

- $\Delta = 1.0836$, при $n = 6$;
- $\Delta = 0.0151$, при $n = 10$.

Максимальная погрешность интерполирования при неравноотстоящих узлах (т. Чебышева):

- $\Delta = 0.3757$, при $n = 6$;
- $\Delta = 0.00159$, при $n = 10$.

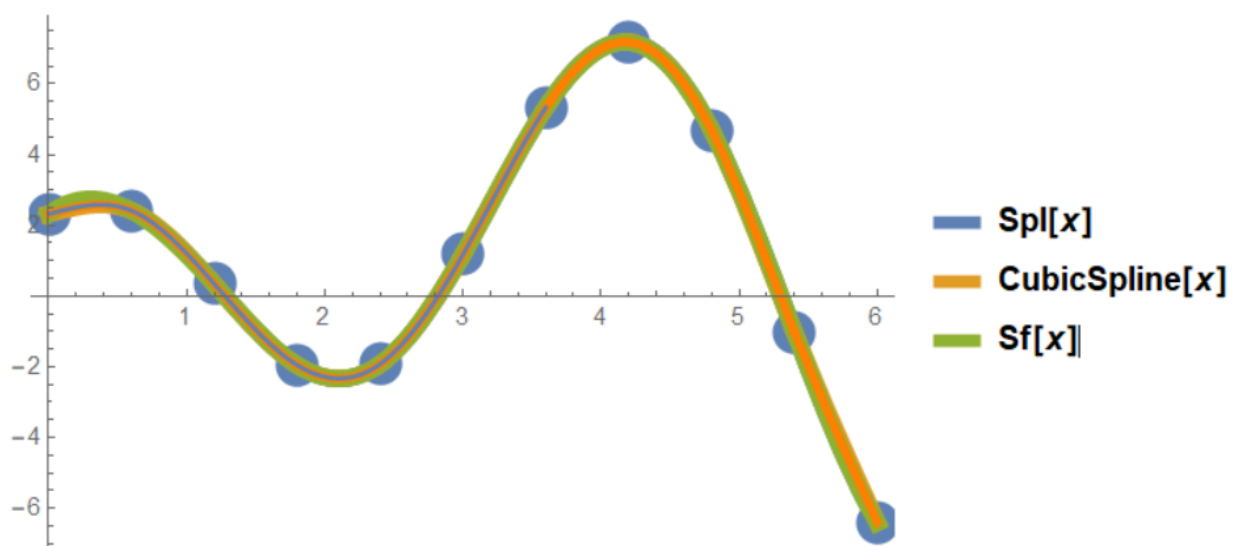
Наиболее точное значение дает метод Ньютона при неравноотстоящих узлах и $n = 10$:

$$f[x] = -1.8295$$

$$Newton[x] = -1.8284$$

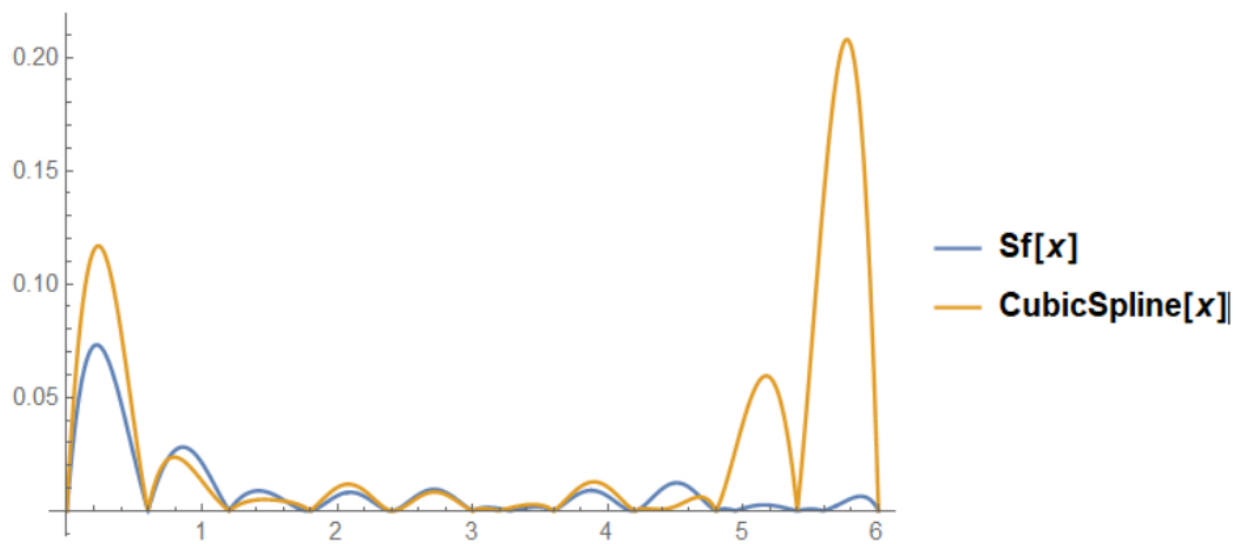
Можно сделать вывод, что на уменьшение погрешности влияет количество узлов интерполяции. Также можно видеть, что «чебышевские узлы интерполяции» дают наименьшую погрешность при интерполяции функции. Однако стоит не забывать, что при увеличении общего числа узлов, возрастает и общее количество вычислений.

Задание 4:



$$Spl[2.4316] = -0.7906; CubicSpline[2.4316] = -1.82941; Sf[x] = -1.82911.$$

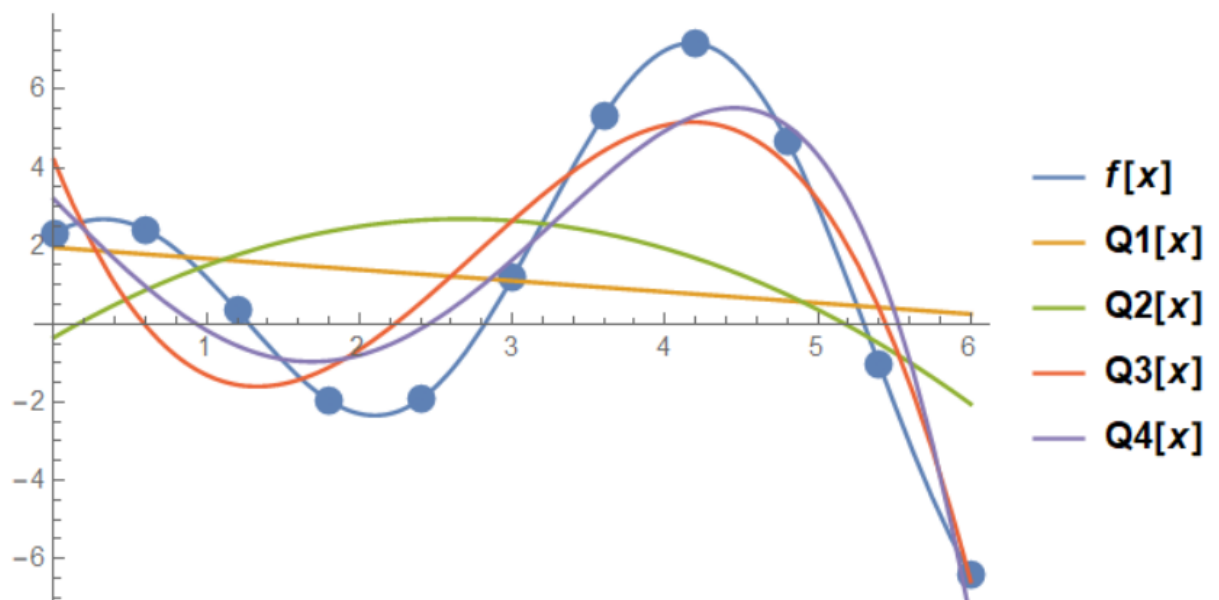
Абсолютная погрешность:



$Sf[x]$: $\Delta = 0.0731$, при $x \rightarrow 0.2208$

$CubicSpline[x]$: $\Delta = 0.2078$, при $x \rightarrow 5.7670$

Задание 5:



$$Q1[x] = 1.958 - 0.2836x;$$

$$Q2[x] = -0.3426 + 2.2726x - 0.4260x^2;$$

$$Q3[x] = 4.1923 - 9.7367x + 4.8227x^2 - 0.5832x^3;$$

$$Q4[x] = 3.1931 - 3.954x + 0.0038x^2 + 0.7018x^3 - 0.107x^4.$$

$$Q1[2.4316] = 1.26828$$

$$Q2[2.4316] = 2.66436$$

$$Q3[2.4316] = 0.64728$$

$$Q4[2.4316] = -0.05176$$