

附录 A:

频率响应曲线：

在发生干扰的初始时刻，由于频率死区的存在，RoCoF完全由系统惯性决定，这一过程称为惯性频率响应；当频率超出死区范围，调速器开始调整，频率逐渐恢复，从而达到准稳态频率，这一过程称为主频率响应。值得注意的是，准稳态频率与额定频率存在一定的偏差，为了使得系统频率完全恢复到额定值，自动发电控制会启动，进而调整发电机输出，使得频率恢复到额定频率，这也被称为次级频率响应。本文重点关注低惯量系统的惯性频率响应和主频率响应。

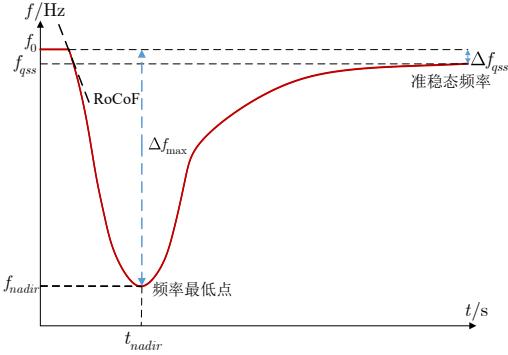


图 A1 频率动态响应曲线

Fig. A1 Frequency dynamic response curve

多机频率响应模型推导：

$$G(s) = \frac{\Delta f(s)}{\Delta P_e(s)} = -\frac{1}{2HT} \frac{1+Ts}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (\text{A1})$$

$$H = \sum_{i=1}^{N_g} H_i \frac{P_g^{\max}}{P_b} + \sum_{w=1}^{N_w} H_w \frac{P_w^c}{P_b} \quad (\text{A2})$$

$$D = D_0 + \sum_{w=1}^{N_w} D_w \frac{P_w^c}{P_b} \quad (\text{A3})$$

$$F = \sum_{i=1}^{N_g} \frac{K_i F_i}{R_i} \frac{P_g^{\max}}{P_b}, R = \sum_{i=1}^{N_g} \frac{K_i}{R_i} \frac{P_g^{\max}}{P_b} \quad (\text{A4})$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{D+R}{2HT}}, \zeta = \frac{2H + (D+F)T}{2\sqrt{2HT(D+R)}} \quad (\text{A5})$$

式中， ΔP_e 为系统功率不平衡量； Δf 为频率偏差量； H_i 为第 i 台在线运行的火电机组惯量； D_0 是负荷的频率调节效应系数； K_i, F_i, R_i 和 T_i 是火电机组的等值参数； H_w 和 D_w 分别表示风电机组虚拟同步控制中的虚拟惯量和虚拟阻尼。

附录 B

最大频率偏差约束凸化：

凸包近似方法实质上是对训练样本的凸近似，而非对原始约束的凸近似，因此所得到的近似约束条件具有保守性，并且对样本量和样本分布具有较强的敏感性。在文献[23]的基础上

上，本文提出了增强采样的凸包近似方法，在样本边界处增加小噪声扰动，使得凸包近似在边界处更精确。具体算法流程如下：

表 B1 增强采样凸包近似算法

Tab.B1 Enhanced sampling convex hull approximation algorithm

算法 1：增强采样凸包近似算法

输入：火电机组参数和风机参数

输出：凸包边界约束

- 1: 蒙特卡洛采样生成总惯量 H 和总阻尼 D
- 2: 根据(11)计算每个样本的最低点频率，并且选择满足约束(11)的样本 $X_s = [H_j, D_j], j = 1, 2, \dots, s$ 。
- 3: 采用快速凸包算法求解样本 X_s 的凸包，并计算边界方程 $\alpha_m^H H_t + \alpha_m^D D_t + \beta_m \geq 0 \quad m = 1, 2, \dots, M$ ，其中 α_m^H 和 α_m^D 代表第 m 个超平面的法向量， β_m 代表偏置， M 代表超平面总数量。
- 4: 对原始样本进行线性投影变换

$$X'_s = X_s - \frac{(\alpha_m^T X_s + \beta_m) \alpha_m}{\alpha_m^T \alpha_m}, m = 1, 2, \dots, M$$

将其投影到原始超平面。

- 5: 对新样本 X'_s 施加 10% 的均匀分布扰动，得到新样本集 X_s^{new} ，使得新数据集更加精确靠近安全边界超平面。
- 6: 对新样本集 X_s^{new} 使用快速凸包算法求解新的安全边界：

$$\alpha_m^H H_t + \alpha_m^D D_t + \beta_m \geq 0 \quad m = 1, 2, \dots, M$$

图 B1 展示了增强采样与原始采样的安全边界面，由于凸包近似算法凸线性边界取决于样本质量，经过加盐投影后，边界面分界信息更富完善，能够得到更加准确的边界。图 B1 可以看出原始采样下边界面相对保守，经过增强采样能得到更加准确的安全边界，能够有效降低保守度，决策也更加合理。

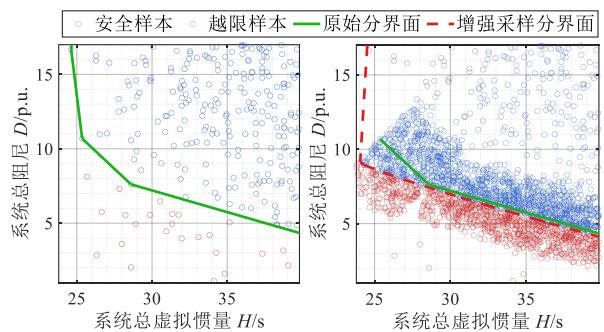


图 B1 增强采样凸包近似对比图

Fig. A1 Diagram of Enhanced sampling convex hull approximation comparison

附录 C

子问题并行 C&CG 算法求解流程：

- 步骤 1：初始化，确定上下界和收敛精度判据。
 步骤 2：求解主问题 MP，得到第一阶段决策和下界。
 步骤 3：通过并行求解 K 个子问题，并且比较所有结果，得到最恶劣场景，并更新上界。
 步骤 4：计算上下界收敛间隙，判断是否收敛。若收敛，则返回最优解；若不收敛，则返回步骤 2。

算法流程图如图 C1 所示

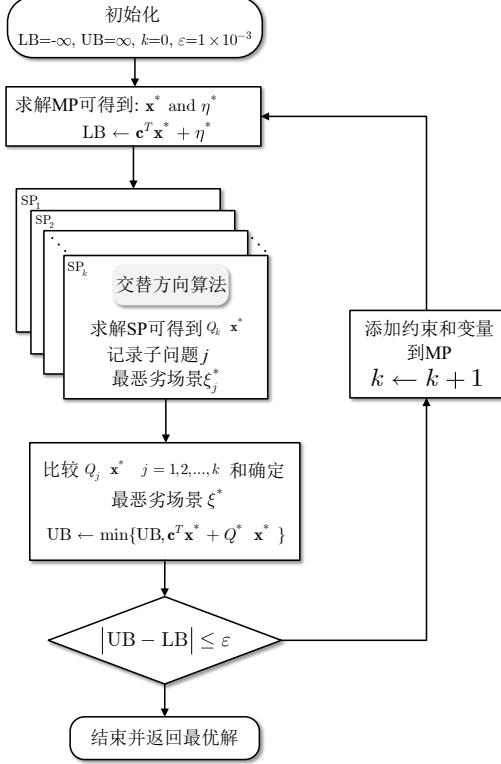


图 C1 子问题并行 C&CG 求解流程图

Fig. C1 Subproblem parallel C&CG solution flowchart

附录 D

交替方向算法求解双线性规划

不确定变量 ξ 在单个基本不确定性集中是多面体，问题(43)是一个对于 ξ 和 π 的双线性规划问题，采用交替方向算法，先固定 ξ 对 π 进行优化，然后固定 π 对 ξ 进行优化，交替进行，从而在多面体 ξ 或对偶变量 π 的可行域极值点处达到最优解。

表 C1 交替方向算法

Tab.C1 Alternating direction algorithm

算法 1：交替方向算法

输入：第一阶段求解变量 x^* ，初始不确定性变量 ξ^*

输出：基于最终解 ξ^* 对 $Q_j(x)$ 的估计

While $\theta' \neq \theta$ **do**

求解 $\theta = \max_{\{\lambda \geq 0, \lambda^T F = b\}} \lambda^T (\mathbf{h} - E x^* - M \xi^*)$ ，得到 π^* 和 θ 。

求解 $\theta' = \max_{\xi \in \Xi_k \times \Phi} \lambda^T (\mathbf{h} - E x^* - M \xi)$ ，得到 ξ^* 和 θ' 。

End while

命题：交替方向法可以收敛到(43)的一个 KKT 点[29]。

由于基本不确定性集合具有有限个极值点，并且根据命题 1，

采用交替方向法，每次迭代过程都能产生不同的极值点，因此该算法能在有限迭代次数内收敛。

附录 E：算例数据

表 E1 固定参数与在线配置参数范围

Tab.E1 Fixed parameters and online configuration

parameter ranges

H(s)	1/R(p.u.)	F _H (p.u.)	H(s)		D(p.u.)	
			固定	在线	固定	在线
火电	5-7.5	15-30	0.15-0.30	-	-	-
风电	-	-	-	2	0-5	4

改进的 3 机 9 节点算例和实际电网算例见附录 2。