

## 附录 A:

### 风电出力时空相关性示意图:

由于风电场的地理位置相近, 其出力表现出空间相关性; 此外, 由于调度时段和气象条件的连续性, 风电场出力也表现出时间相关性。本文以美国 ARPA-E PERFORM 分钟级预测和实测数据集为例, 对风电场出力各维度相关性进行分析。图 1 展示了两座风电场出力相关性系数热力图。

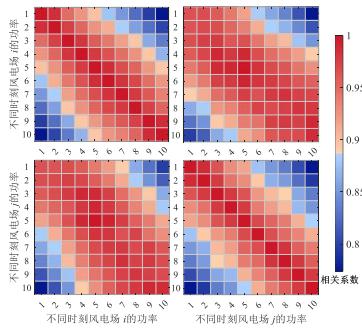


图 A1 风电场出力时空相关性示意图

Fig. A1 Schematic diagram of spatial-temporal correlation in wind farm output

图 A1 中不同颜色表征相关系数的大小。由图 1 可知, 两座风电场出力具有较强的时空相关性。

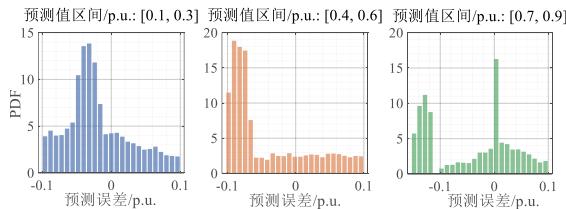


图 A2 风电功率预测误差条件概率密度函数

Fig. A2 Conditional probability density function of wind power forecasting error

此外, 如图 A2 所示, 在不同风电功率预测值下, 风机控制策略也会有所不同, 由此导致预测误差呈现条件相关性。

条件相关性还表现在当前状态和未来状态的连续性。与传统的先验不确定性建模方法不同, 根据当前已知的量测数据, 更新未来状态的条件概率分布能够更加准确地描述风电场出力的多维相关性。

### 风电出力时空相关性:

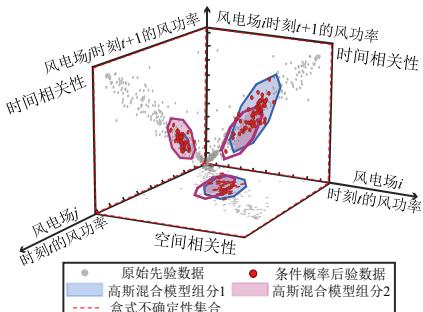


图 A3 计及时空相关性和条件相关性后验条件概率的数据驱动风电场出力多面体不确定集合示意图

Fig. A3 Schematic diagram of data-driven wind farm output polyhedral uncertainty set considering spatiotemporal correlation posterior conditional probability

图 A3 中, 三个坐标轴分别代表不同时刻两个风电场实际风功率, 不同的平面代表不同的风电场的时空相关性。其中, 底面代表两个风电场出力的空间相关性, 两个侧面分别代表两个风电场各自的出力时间相关性。灰色的点代表原始的先验数据, 红色的点代表在观测到上一时刻风功率实际值以及后一个时刻风功率的预测值后, 未来时刻风功率的后验数据。从图 3 可以看出, 风功率的多维相关性受到多方面因素的影响。通过纳入后验条件概率等信息, 可以将不确定性集合收缩到图中所示的多面体内。与盒式不确定性集合和传统的多面体集合相比, 这种方法能够在保证鲁棒性的同时显著降低保守性。

## 附录 B:

### 频率动态响应:

电力系统频率变化与系统有功功率的平衡密切相关, 本研究将重点关注惯性和一次频率响应。在本文中, 将采用惯性中心模型。建模中, 考虑传统蒸汽轮机的发电机和采用虚拟惯量控制的风力发电机。其中, 传统蒸汽轮机可分为再热式和非再热式两类; 风力发电机则可通过减载或配备储能设备来实现频率支持, 其传递函数模型如图 B1 所示。

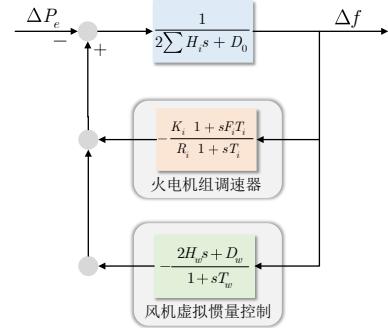


图 B1 频率响应传递函数

Fig. B1 Frequency response transfer function

图中,  $\Delta P_e$  为系统功率不平衡量;  $\Delta f$  为频率偏差量;  $H_i$  为第  $i$  台在线运行的火电机组惯量;  $D_0$  是负荷的频率调节效应系数;  $K_i, F_i, R_i$  和  $T_i$  是火电机组的等值参数;  $H_w$  和  $D_w$  分别表示风电机组虚拟同步控制中的虚拟惯量和虚拟阻尼;  $T_w$  代表虚拟同步控制的时间常数。研究中假定所有火电机组的时间常数相同 ( $T_i = T$ ) , 并满足  $T_w \ll T_i$  [25], 由此可以将频率响应模型转换为近似的低阶模型。

频率响应曲线:

在发生干扰的初始时刻, 由于频率死区的存在, RoCoF 完全由系统惯性决定, 这一过程称为惯性频率响应; 当频率超出死区范围, 调速器开始调整, 频率逐渐恢复, 从而达到准稳态频率, 这一过程称为主频率响应。值得注意的是, 准稳态频率与额定频率存在一定的偏差, 为了使得系统频率完全恢复到额定值, 自动发电控制会启动, 进而调整发电机输出, 使得频率恢复到额定频率, 这也被称为次级频率响应。本文重点关注低惯量系统的惯性频率响应和主频率响应。

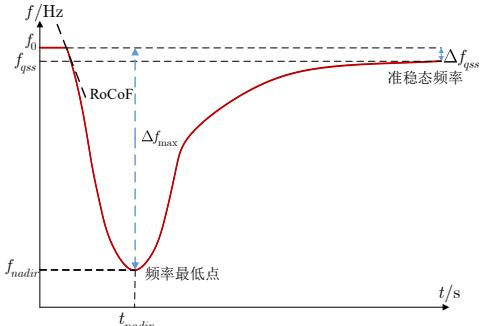


图 B2 频率动态响应曲线

Fig. B2 Frequency dynamic response curve

基于惯量中心的频率响应模型推导:

$$G(s) = \frac{\Delta f(s)}{\Delta P_e(s)} = -\frac{1}{2HT} \frac{1+Ts}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (A1)$$

$$H = \sum_{i=1}^{N_g} H_i \frac{P_g^{\max}}{P_b} + \sum_{w=1}^{N_w} H_w \frac{P_w^c}{P_b} \quad (A2)$$

$$D = D_0 + \sum_{w=1}^{N_w} D_w \frac{P_w^c}{P_b} \quad (A3)$$

$$F = \sum_{i=1}^{N_g} \frac{K_i F_i}{R_i} \frac{P_g^{\max}}{P_b}, R = \sum_{i=1}^{N_g} \frac{K_i}{R_i} \frac{P_g^{\max}}{P_b} \quad (A4)$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{D+R}{2HT}}, \zeta = \frac{2H + (D+F)T}{2\sqrt{2HT}(D+R)} \quad (A5)$$

式中,  $\Delta P_e$  为系统功率不平衡量;  $\Delta f$  为频率偏差量;  $H_i$  为第  $i$  台在线运行的火电机组惯量;  $D_0$  是负荷的频率调节效应系数;  $K_i, F_i, R_i$  和  $T_i$  是火电机组的等值参数;  $H_w$  和  $D_w$  分别表示风电机组虚拟同步控制中的虚拟惯量和虚拟阻尼。

#### 最大频率偏差约束凸化:

凸包近似方法实质上是对训练样本的凸近似, 而非对原始约束的凸近似, 因此所得到的近似约束条件具有保守性, 并且对样本量和样本分布具有较强的敏感性。在文献[19]的基础上, 本文提出了增强采样的凸包近似方法, 在样本边界处增加小噪声扰动, 使得凸包近似在边界处更精确。具体算法流程如下:

表 B1 增强采样凸包近似算法

Tab.B1 Enhanced sampling convex hull approximation algorithm

#### 算法 1: 增强采样凸包近似算法

输入: 火电机组参数和风机参数

输出: 凸包边界约束

- 1: 蒙特卡洛采样生成总惯量  $H$  和总阻尼  $D$
- 2: 根据(11)计算每个样本的最低点频率, 并且选择满足约束(11)的样本  $X_s = [H_j, D_j], j=1,2,\dots,s$ 。
- 3: 采用快速凸包算法求解样本  $X_s$  的凸包, 并计算边界方程  $\alpha_m^H H_t + \alpha_m^D D_t + \beta_m \geq 0 \quad m=1,2,\dots,M$ , 其中  $\alpha_m^H$  和  $\alpha_m^D$  代表第  $m$  个超平面的法向量,  $\beta_m$  代表偏置,  $M$  代表超平

面总数量。

#### 4: 对原始样本进行线性投影变换

$$X'_s = X_s - \frac{(\alpha_m^T X_s + \beta_m) \alpha_m}{\alpha_m^T \alpha_m}, m=1,2,\dots,M$$

将其投影到原始超平面。

5: 对新样本  $X'_s$  施加 10% 的均匀分布扰动, 得到新样本集  $X_s^{new}$ , 使得新数据集更加精确靠近安全边界超平面。

6: 对新样本集  $X_s^{new}$  使用快速凸包算法求解新的安全边界:

$$\alpha_m^H H_t + \alpha_m^D D_t + \beta_m \geq 0 \quad m=1,2,\dots,M$$

图 B3 展示了增强采样与原始采样的安全边界, 由于凸包近似算法凸性边界取决于样本质量, 经过加盐投影后, 边界分界信息更富完善, 能够得到更加准确的边界。图 B3 可以看出原始采样下边界面相对保守, 经过增强采样能得到更加准确的安全边界, 能够有效降低保守度, 决策也更加合理。

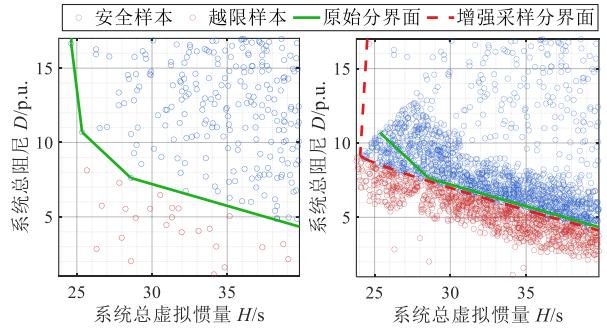


图 B3 增强采样凸包近似对比图

Fig. B3 Diagram of Enhanced sampling convex hull approximation comparison

#### 发电机运行安全约束:

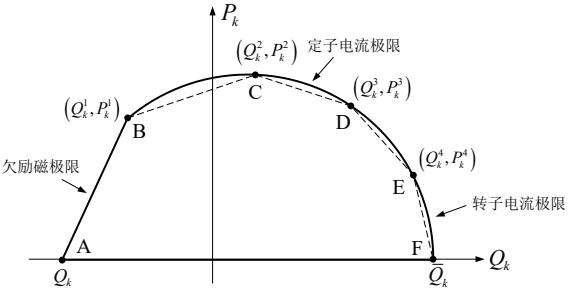


图 B4 同步发电机安全运行极限

Fig. B4 Capability curve of synchronous generator

同步发电机有功和无功出力具有复杂的非线性耦合关系。图 B4 展示了发电机安全运行极限图, 在本文中, 采用线化化的方式进行处理, 采用直线段逼近弧线段, 采用六边形 ABCDEF 表示同步发电机有功-无功运行边界。

根据特征点  $(Q_k, 0)$ 、 $(Q_k^1, P_k^1)$ 、 $(Q_k^2, P_k^2)$ 、 $(Q_k^3, P_k^3)$ 、 $(Q_k^4, P_k^4)$  和  $(\bar{Q}_k, 0)$ , 可以构造线性约束:

$$P_k \leq \frac{P_k^1}{Q_k^1 - \underline{Q}_k} (Q_k - \underline{Q}_k), \quad k \in \mathcal{N}_g \quad (\text{B1})$$

$$P_k \leq \frac{P_k^2 - P_k^1}{Q_k^2 - Q_k^1} (Q_k - Q_k^1) + P_k^1, \quad k \in \mathcal{N}_g \quad (\text{B2})$$

$$P_k \leq \frac{P_k^3 - P_k^2}{Q_k^3 - Q_k^2} (Q_k - Q_k^2) + P_k^2, \quad k \in \mathcal{N}_g \quad (\text{B3})$$

$$P_k \leq \frac{P_k^4 - P_k^3}{Q_k^4 - Q_k^3} (Q_k - Q_k^3) + P_k^3, \quad k \in \mathcal{N}_g \quad (\text{B4})$$

$$P_k \leq \frac{P_k^4}{Q_k^4 - \bar{Q}_k} (Q_k - \bar{Q}_k), \quad k \in \mathcal{N}_g \quad (\text{B5})$$

式中,  $P_k, Q_k$  代表第  $k$  台同步发电机的有功和无功出力。

## 附录 C

子问题并行 C&CG 算法求解流程:

- 步骤 1: 初始化, 确定上下界和收敛精度判据。
- 步骤 2: 求解主问题 MP, 得到第一阶段决策和下界。
- 步骤 3: 通过并行求解  $K$  个子问题, 并且比较所有结果, 得到最恶劣场景, 并更新上界。
- 步骤 4: 计算上下界收敛间隙, 判断是否收敛。若收敛, 则返回最优解; 若不收敛, 则返回步骤 2。

算法流程图如图 C1 所示

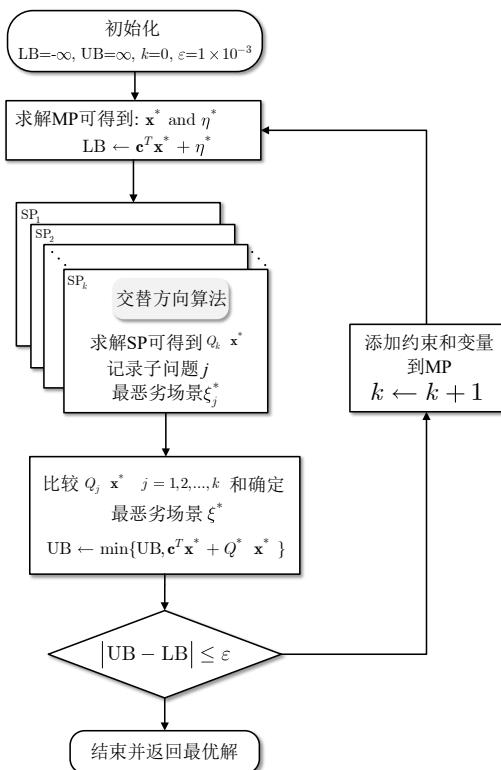


图 C1 子问题并行 C&CG 求解流程图

Fig. C1 Subproblem parallel C&CG solution flowchart

## 附录 D

交替方向算法求解双线性规划

不确定变量  $\xi$  在单个基本不确定性集中是多面体, 问题(43)是一个对于  $\xi$  和  $\pi$  的双线性规划问题, 采用交替方向算法, 先固定  $\xi$  对  $\pi$  进行优化, 然后固定  $\pi$  对  $\xi$  进行优化, 交替进行, 从而在多面体  $\xi$  或对偶变量  $\pi$  的可行域极值点处达到最优解。

**表 D1 交替方向算法**  
**Tab.D1 Alternating direction algorithm**

### 算法 1: 交替方向算法

**输入:** 第一阶段求解变量  $x^*$ , 初始不确定性变量  $\xi^*$

**输出:** 基于最终解  $\xi^*$  对  $Q_j(x^*)$  的估计

**While**  $\theta' \neq \theta$  **do**

求解  $\theta = \max_{\{\lambda: \lambda \geq 0, \lambda^T F = b\}} \lambda^T (h - Ex^* - M\xi^*)$ , 得到  $\pi^*$  和  $\theta$ 。

求解  $\theta' = \max_{\xi \in \Xi_k \times \Phi} \lambda^T (h - Ex^* - M\xi)$ , 得到  $\xi^*$  和  $\theta'$ 。

**End while**

命题: 交替方向法可以收敛到(43)的一个 KKT 点[1]。

由于基本不确定性集合具有有限个极值点, 并且根据命题 1, 采用交替方向法, 每次迭代过程都能产生不同的极值点, 因此该算法能在有限迭代次数内收敛。

[1] Konno, Hiroshi. "A cutting plane algorithm for solving bilinear programs." [J]. Mathematical Programming, 1976, 11(1), 14-27.

## 附录 E: 算例数据

**表 E1 固定参数与在线配置参数范围**  
**Tab.E1 Fixed parameters and online configuration parameter ranges**

$H(s)$	$1/R(\text{p.u.})$	$F_H(\text{p.u.})$	$H(s)$		$D(\text{p.u.})$	
			固定 参数	在线 配置	固定 参数	在线 配置
火电	5-7.5	15-30	0.15-0.30	-	-	-
风电	-	-	-	2	0-5	4
					0-10	

改进的 3 机 9 节点算例和实际电网算例见附录 2.