真实感图形渲染报告

陈新 2018013443

1 代码设计框架

大部分沿用几次 PA 小作业的框架

Vecmath：沿用 PA1 的 vecmath，并且为增加精度，将 float 改为 double，故包括 Vector2d, Vector3d.h, Vector4d.h, Quat4d.h, Matrix2d.h, Matrix3d.h, Matrix4d.h
Scene_paser.h：沿用 PA1 的 paser 并作出一定修改以适应新的光照模型，从文件读入场景信息。
Image.h：沿用 PA 的 image
basicStruct.h：定义了一些结构体
function.h：定义了一些通用函数，包括随机数等
camera.hpp：相机类，记录坐标、方向等参数，产生视线和景深、4x 抗锯齿等特效
ray.hpp：相机的视角射线
hit.hpp：撞击点，在 PA1 的基础上增添了返回 object
material.hpp：材质，在 PA1 的基础上增添了贴图算法
PathTracing.h：定义了 path tracing 的主要算法

Object：
Object3d.hpp/Group.hpp/Triangle.hpp：分别是 object 的虚类、物体元素的 group 组合体、三角形面片，沿用自 PA1，未做大的修改
Plane.hpp：平面类，增添了贴图
Sphere.hpp：球类，增添了贴图
Mesh.hpp：三角面片组形成的模型，用到了包围盒+八叉树求交加速
Curve.hpp：2Dbezier 曲线类，记录控制顶点、计算 Pt/dPt/bernstein 多项式等功能
Revsurface.hpp：由 2Dbezier 曲线旋转而来的 3D 曲面
Transform.hpp：变换类，对 PA1 的 transform 进行了一定的修改：由于之前的 ray 光线的 transform

其中部分以往 PA 的代码包含在项目中，但未使用到，如 light.hpp 等，为了代码读入的鲁棒性并未删除。故不对这部分代码做解释。

2 算法选型

Path tracing，非单点光源，使用 sphere/plane/triangle 等定义的发光的 object 光源。
优点：
Color bleeding，当物体镜面反射系数与漫反射系数都在(0,1)时，会一定程度上将反射面的颜色混入物体原色中。例如下图的龙，原色为金色，部分朝下的面片映上了地面的红色
软阴影，Path tracing 算法的单个像素颜色是由多次射线叠加计算的结果，自动实现了软阴影。

3 实现功能（得分点）

图片详见目录下的 bmp 位图

1 光线追踪、软阴影

上文已经说明，path tracing 的算法特性使得软阴影在“多次光线取均值”的情况下自动实现了。

PT 算法：

物体的漫反射系数 diffusionRate、镜面反射系数 specularRate、折射系数 refractRate 满足：

$$diffusionRate + specularRate + refractRate = 1$$

对于某一条相机视线 ray 来说，撞击到物体也相应地将后续光线分为 3 部分：

（1） 漫反射，在 ray 撞击物体点的法向半球（即上表面）随机选择一个方向反射

（2） 镜面反射，根据公式：

$$ReflectDir = Lx – (2 * Lx \cdot N)*N$$

计算出反射光线的方向

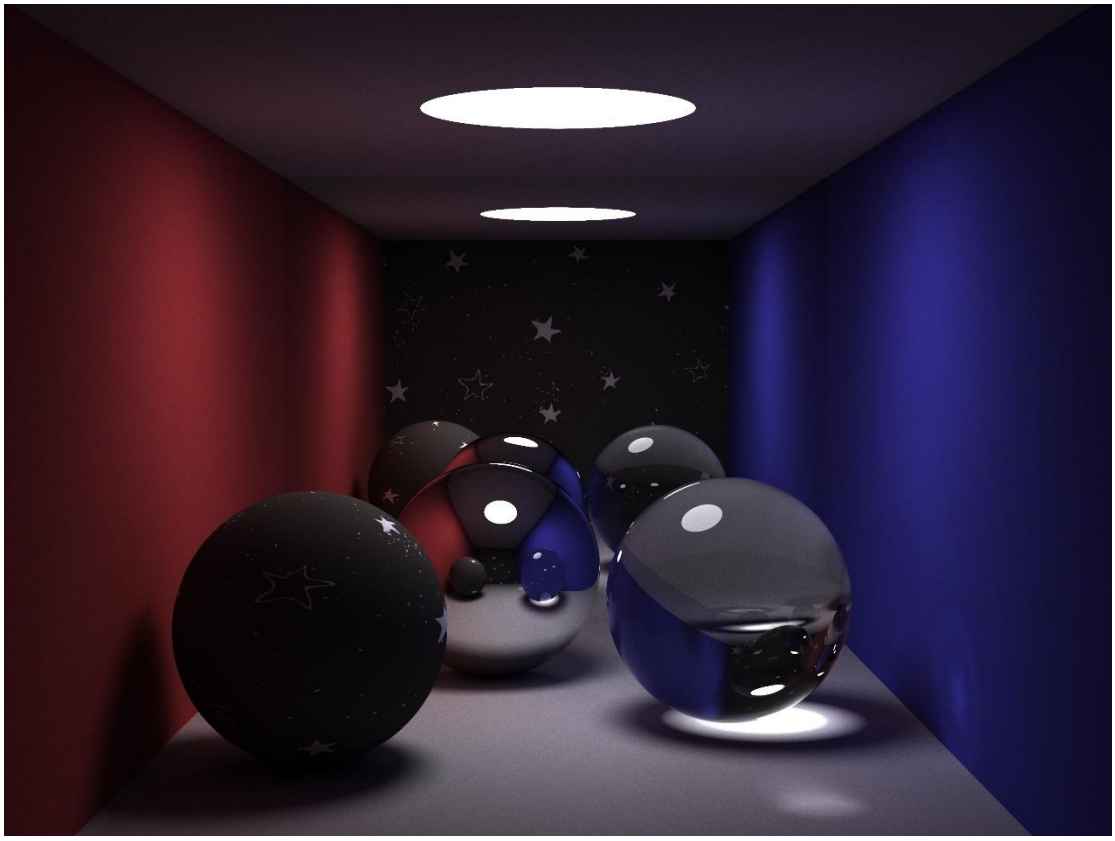
（3） 透射，根据折射定律计算出折射方向

$$\frac{sin\theta 1}{sin\theta 2} = \frac{n2}{n1}$$

其中，若同时具有镜面反射与折射，则采用轮盘赌的形式决定反射与折射的选择

```
finalColor += diffusionRate * objectColor * computePathTracing(diffuseDirection) +
              specularRate * objectColor * computePathTracing(reflectDirection) +
              refractRate* objectColor * computePathTracing(refractDirection)
```

主要实现在 PathTracing.h 和 PathTracing.cpp 中，也包括其余的各类 object 求交函数 intersect 等



三个球形在正方体空间内部，上方是光源；前方是一面镜子，反射了后方的贴图材质；左球是贴图，中间的球是完美镜面反射，右球是折射。可以看出球下方的软阴影

2 景深、抗锯齿

抗锯齿很简单，原本 4 个 sample 光线均从同一像素发射，现在在周边均匀选择 4 个点分别发射 1 次光线，总量不变，但由于光线与物体交点有细微的差别，取均值之后能够使得物体轮廓与变化更加平滑。

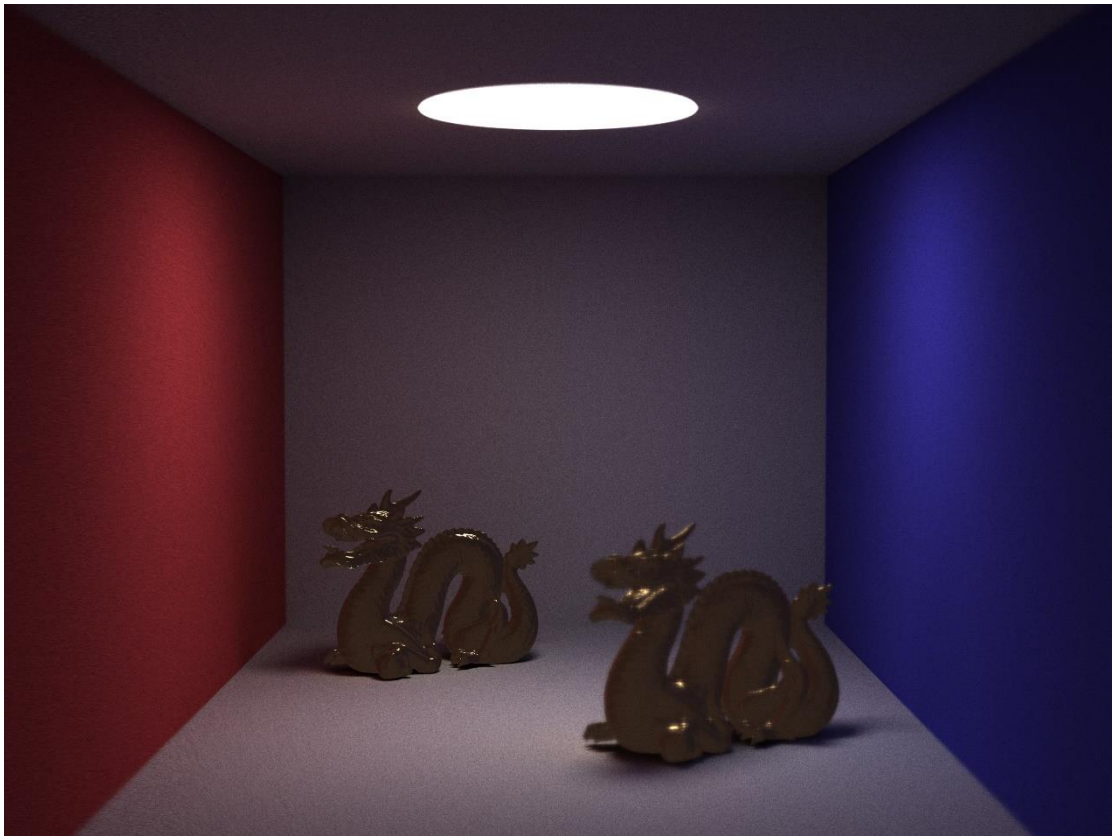
抗锯齿实现在 main.cpp 中的 line64 前后，和 camera.hpp 中的 line107-115

相机模型是从一个中心坐标向各面前的虚拟投影屏发射射线，但为了能够看到一些遮挡物背后的景象的同时保持画面大小比例，故增添了一个 canvasDistance。每次发出光线的出发点都是从射线与距离 origin 有 canvasDistance 距离的垂直平面的交点发出。

在此基础上扩展景深。设置一个额外的参数 focusDistance（即焦距），原先的相机模型会产生一条光线，它与焦平面的交点保持不变；然后将相机的 center 在与焦平面平行的平面上做一个半径为 interfereRatio（扰动系数是可调整的，越大则景深表现地约明显）的圆，在这个圆内随机选择新的 origin。新 origin 与之前算出的焦平面交点的连线即为 direction，连线与 canvas 的交点即为光线发生点。

景深实现在 camera.hpp 中的 getInterfere 函数 line78-104，和 generateRay 函数中的 line126-129

可以看出龙的原色是金色，而腰腹部等法向朝下的面片均有 color bleeding 的效果，混合了地面的红色，映成橘红色。
同时将焦平面设置在后面的 dragon 模型上，明显看出后龙的清晰度远高于前龙。



3 贴图

实现了平面（plane）、球形（sphere）、bezier 曲线（revsurface）三种物体的贴图。

平面的贴图实现在 plane.hpp 的 getTextureColor 函数中，line76-82
目前对平面贴图的方向、定位等都是随机的，随机选定平面中一对基向量，随机选择平面中一点作为原点，以此能够写出平面上每一点基于基向量与原点的 xy 坐标。将这个坐标拿去用 material.hpp 中的 getTexture_xy 取图片的像素色彩（line52-66）。如此计算出来的贴图并未锚定固定点、图片的四个角落，所以每次运行都是随机的

球和 bezier 曲面的贴图都用到了 material.hpp 中的 getTexture_uv 函数，line41-51，将图片压缩至[0, 1][0, 1]的正方形内部，然后根据计算得来的 uv 坐标取点。

球的 uv 坐标计算为：

$$\phi = atan2(z, x)$$
$$\theta = asin(y)$$
$$u = 1 - \frac{(\phi + \pi)}{(2\pi)}$$
$$v = \frac{(\theta + \pi/2)}{\pi}$$

见 sphere.hpp 的 getTextureColor 函数，line72-79

Bezier 曲面的贴图 uv 坐标计算为：

$$u = \frac{\theta}{2\pi}$$
$$v = u_{bezier}$$

贴图的图片与解释详见上文

4 参数曲面解析法

参数曲面外部设置了一个包围盒，减少不必要的相交计算。

计算部分，采取习题课讲解的公式计算 P(u)和 P’(u)，见 curve.hpp 的 line76-122
最后并且使用牛顿迭代法逼近解，见 revsurface.hpp 的 line149-221

若记 xy 平面内的 2Dbezier 参数曲线坐标与射线点坐标分别为：

$$P(u) = \begin{bmatrix} P_x(u) \\ P_y(u) \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$L(t) = rayOrigin + t * rayDirection = \begin{bmatrix} rayO_x + t * rayD_x \\ rayO_y + t * rayD_y \\ rayO_z + t * rayD_z \end{bmatrix}$$

绕 z 轴旋转θ角，则曲线旋转后的点坐标为：

$$S(u,\theta)=\begin{bmatrix}P_x(u)cos\theta\\P_y(u)\\-P_x(u)sin\theta\end{bmatrix}$$

记函数：

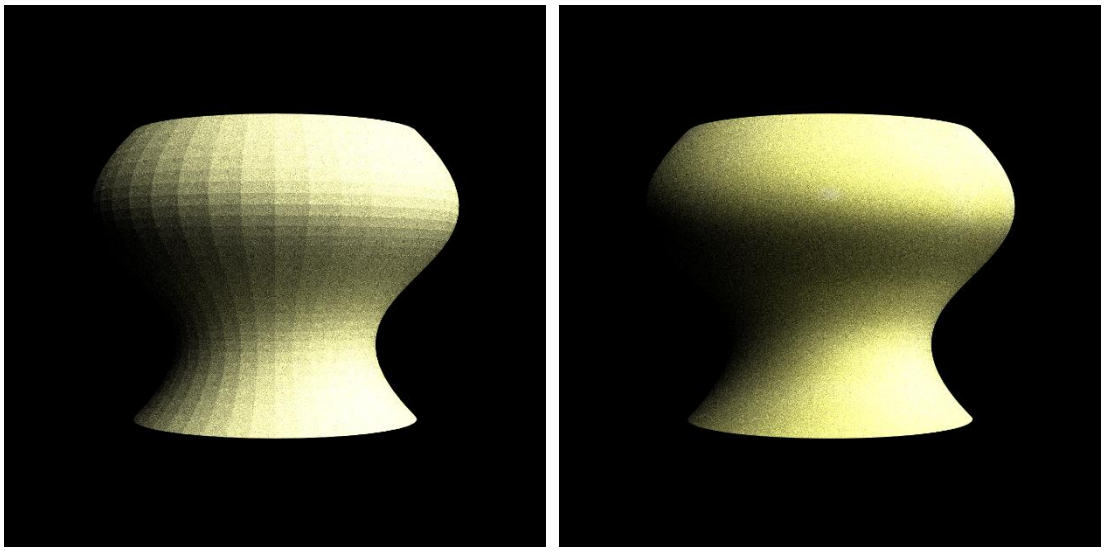
$$F(t,u,\theta)=L(t)-S(u,\theta)$$

则：

$$\frac{\partial F(t,u,\theta)}{\partial(t,u,\theta)}=\begin{bmatrix}rayD_x & -P'_x(u)cos\theta & P_x(u)sin\theta\\rayD_y & -P'_y(u) & 0\\rayD_z & P_x(u)sin\theta & P_x(u)cos\theta\end{bmatrix}$$

$$x(t,u,\theta)=x(t,u,\theta)-\frac{\partial F(t,u,\theta)^{-1}}{\partial(t,u,\theta)}*F(t,u,\theta)$$

最终效果如下（采样率很低的单物体图片，仅作对比使用）：



左图将曲面划分为三角面片模型绘制，明显看出有分界线；右图为用上述公式计算的平滑曲线，没有明显的分界线

5 光线求交加速

bezier 参数曲面以及 mesh 的外部都设置了一个长方体包围盒，减少不必要的相交计算。见 revsurface.hpp 的 line75-131

mesh 外也设置了一个长方体包围盒。在此包围盒中对三角面片进行空间八叉树 octree 划分，划分直至子树内部的 triangle 个数小于一个阈值则停止划分。
添加每个划分空间的包围盒的代码：mesh.cpp 的 processBounding 函数，line280-329
建八叉树部分的代码：mesh.cpp 的 separate 函数，line128-234

对每个包围盒 6 个面计算交点，若交点在长方体体积内部则说明与包围盒有交点，则对 8 个子结点都求交；若无交点，则退出；对叶节点的求交则是遍历叶节点内所有的 triangle。

1024*768 分辨率、3000sample 的两条 dragon 的图（见上文红色地面图），在加速后能够以 PC 的性能在 40 分钟内渲染完毕。

4 参考资料

98 行的 Smallpt，http://www.kevinbeason.com/smallpt/