Präkonditionierer für zell-basierte finiten Elemente Operatoren

Bachelorarbeit

eingereicht von

Enes Witwit

betreuut von

Prof. Dr. Kanschat

Fakultät für Mathematik und Infromatik

Universität Heidelberg

Hiermit versichere ich, dass ich die vorliegende Bachelorarbeit selbständig verfasst habe. Ich versichere, dass ich keine anderen als die angegebenen Quellen benutzt und alle wörtlich oder sinngemäß aus anderen Werken übernommenen Aussagen als solche gekennzeichnet habe, und dass die eingereichte Arbeit weder vollständig noch in wesentlichen Teilen Gegenstand eines anderen Prüfungsverfahren gewesen ist.

22. März 2017 Heidelberg Unterschrift

Zusammenfassung

Inhaltsverzeichnis

Notation

Abbildungsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis

Tabellenverzeichnis

1 Einführung

2 Theorie

2.1 Schwache Lösungen

Es ist naheliegend, dass wir uns zu erst mit notwendigen Funktionenräumen beschäftigen und uns auf analytischer Ebene eine Umformulierung der Differentialgleichung zu nutze machen, welche uns letztlich die Grundlage für die finiten Elementen Methode liefert.

Dazu schauen wir uns folgendes Randwert Problem an:

$$-\Delta u = f \text{ in } \Omega \tag{2.1}$$

Wir sehen von der Form der Differentialgleichung, dass die gesuchte *klassische Lösung*, was immer das auch bedeuten mag, bestimmte Bedingungen zu erfüllen hat. Nämlich, dass u zweimal differenzierbar sein sollte. Ein funktionalanalytischer Ansatz versucht nun die Räume zu definieren, in der die Lösung u liegt. In unserem Fall wäre folgender Raum ergiebig:

$$H^1(\Omega) = \{v \in L_2(\Omega) : \frac{\delta v}{\delta x_i} \in L_2(\Omega), i = 1, ..., d\}$$

Diese Räume nennt man Sobolev Räume. Allgemein sind sie definiert durch:

Definition 2.1. *Sobolev-Raum*

Die Wahl des Funktionenraumes ist essentiell für den Nachweis der Existenz einer Lösung. Von der Perspektive der finiten Elementen Methode ist dies für die Fehlerabschätzung wichtig, da wir dann die induzierte Norm des Funktionenraumes benutzen [Joh08, 36]. Beide genannten Themen würden den Rahmen dieser Bachelorarbeit sprengen, daher verweis ich an gegebenen Stellen an weiterführende Literatur.

2.2 Methode der finiten Elemente

2.3 Diskontinuierliche Galerkin-Methode

2.4 Tensor Dekomposition

3 Präkonditionierer für zell-basierte finiten Elemente Operatoren

4 Numerische Untersuchungen

5 Resultate

Literatur

[Joh08] Claes Johnson. *Numerical Solution of Partial Differential Equations by the Finite Element Method*. Dover Publications, 2008.