

2020 级计算机学院《数值分析》期末试卷 A 卷

班级_____学号_____姓名_____成绩_____

注意: ① 答题方式为闭卷。 ② 可以使用计算器。
③ 请将所有答案答在答题纸上, 不要在试卷上答题。

一、填空题 (每空 2 分, 共 40 分)

1. 采用四位有效数字计算方程 $x^2-56x+1=0$ 的解, 要使计算结果也有四位有效数字, 则较好的求解方程根的公式为: $x_1=【】$, $x_2=【】$ 。

2. 计算系列的积分值 $I_n=\int_0^1 x^n e^{x-1} dx, n=1,2,\dots,10$ 。试采用以下两种计算方法:

方法 A: $I_n=1-n I_{n-1}$

方法 B: $I_n=\frac{I_{n+1}}{n+1}$

两种计算方法中, 数值稳定的算法为计算方法【】。使用数值稳定的算法, 若初始数据 I_0 或 I_{10} 都是有 6 位有效数字, 则计算的 I_6 有【】位有效数字。

3. 已知方程 $e^x+10x-2=0$ 的一个有根区间 $[0,0.25]$, 用对分法圈定方程的根, 当有根区间长度缩短到 $\frac{0.25}{2^3}$ 时, 有根区间为【】。

4. 方程 $x^3+4x^2-10=0$ 在区间 $[1,2]$ 上有一个根, 构造等价形式 $x=x-x^3-4x^2+10$, 取 $x_0=1.5$, 迭代计算得 $x_1=【】$, $x_2=【】$, 迭代过程【】(填收敛或不收敛)。若在同样的迭代函数下使用埃特肯 (Aitken) 加速法迭代计算得 $x_1=【】$ 。

5. 解非线性方程的弦截法是在牛顿迭代法的基础上改进的迭代解法, 弦截法优于牛顿迭代法的地方是:【】, 牛顿迭代法优于弦截法的地方是:【】。

6. 消元法是求解线性方程组的常用方法, 但在实际应用中仍存在的不足在于:【】;【】。

7. $A=\begin{bmatrix} -2 & -5 & 4 \\ -1 & 0 & 3 \\ 4 & 2 & -2 \end{bmatrix}$, $\|A\|_1=【】$ 。

8. 向量 $X=(1,-2,3)$, 则向量 X 的 1-范数 $\|X\|_1=【】$ 。

9. 用带松弛因子的松弛法 ($\omega=0.5$) 解方程组 $\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 + x_3 = -12 \\ -x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 20 \\ 2x_1 - 3x_2 + 10x_3 = 3 \end{cases}$ 的迭代公式是【】。

10. 已知 $n=5$ 时的牛顿-科特斯系数 $C_1^{(5)} = \frac{25}{96}, C_2^{(5)} = \frac{25}{144}$, 则 $C_0^{(5)} = \text{【 】}$ 。

11. 求积公式 $\int_{-1}^1 f(x)dx \approx [f(-1) + 4f(0) + f(1)]/3$ 具有 **【 】** 次代数精确度。

12. 设 $f(x)=6x^5+3x^4-12x$, 则差商 $f[1,3,5,7,9,11,13]= \text{【 】}$

13. 已知函数 $y=f(x)$ 满足 $f(1)=2, f(2)=2, f(4)=1$, 则二次拉格朗日插值公式 $L_2(x) = \text{【 】}$ 。

二、计算题（共 60 分）

1. 求 $f(x)=x^3-x-3=0$ 在区间 $[0,2]$ 的根, 用牛顿下山法取初值 $x_0=0$ 计算, 计算过程保留到小数点后 6 位。

2. 用高斯消元法解以下线性方程组的解, 计算结果保留 4 位小数。

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 6 \\ -x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 5 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 = 1 \end{cases}$$

3. 把下列方程组化成等价的方程组, 使之能用高斯-赛德尔迭代法求解, 并且使用高斯-赛德尔迭代法求解方程的解。初始向量 $X^{(0)}=(0,0,0)^T$, 计算过程保留 4 位小数。

$$\begin{cases} x_1 + 5x_3 = 6 \\ -x_1 + 4x_2 = 3 \\ 5x_1 + 2x_2 - x_3 = 6 \end{cases}$$

4. 根据下表数据, 利用插值多项式反插值法求方程 $\ln(x)+x=0$ 的解, 计算过程保留到小数点后 2 位。(要求使用牛顿后向差分公式, 迭代 3 次即可)

x	0.2	0.4	0.6	0.8
$\ln(x)$	-1.61	-0.92	-0.51	-0.22

5. 已知函数 $f(x) = e^x - x$ 在一些节点上的函数值及其导数值如下表:

x	2.2	2.4	2.6
$f(x)$	6.825	8.623	10.864
$f'(x)$		10.023	12.464

写出埃尔米特插值多项式, 计算 $f(2.3)$ 的近似值并估计方法误差。(计算过程中保留小数点后 3 位)

6. 已知函数 $f(x)$ 在下列点的函数值，请用复化辛卜生 (Simpson) 公式计算积分 $I = \int_0^2 f(x) dx$ 的近似值 S_4 ，并估计结果的误差（包括方法误差和舍入误差）。

x	0	0.25	0.5	0.75	1	1.25	1.5	1.75	2
$f(x)$	0.6	1.1	1.4	1.6	1.8	2.1	2.2	2.4	2.5

2020 级计算机学院《数值分析》期末试卷 A 卷

班级_____学号_____姓名_____成绩_____

一、填空题

1. 【_____】; 【_____】。
2. 【_____】; 【_____】。
3. 【_____】。
4. 【_____】; 【_____】; 【_____】; 【_____】。
5. 【_____】; 【_____】。
6. 【_____】; 【_____】。
7. 【_____】。
8. 【_____】。
9. 【_____】。
10. 【_____】。
11. 【_____】。
12. 【_____】。
13. 【_____】。

二、计算题: