Krefter og respons i hiv

MEK4420

Ole Sandok

March 2025

Introduksjon

I denne oppgaven ser vi på en flytende geometri i to dimensjoner. Vi regner først på kreftene fra en geometri i bevegelse til tillestående vann. Så regner vi på kreftene som mottas og reflekteres av en stillestående geometri. Vi undersøker resonans og repons i hiv.

7.1 Randverdiene for problemet vårt

Først ser vi på grenseverdiproblemet (boundary value problem, BVP) for potensialet til ϕ_2 i hiv, altså vertikal bevegelse, til en geometri som flyter i havoverflaten. Vi har radiasjonspotensialet gitt ved

$$\Phi_R(x, y, t) = Re\Big(\mathrm{i}\omega\xi_2\phi_2(x, y)e^{\mathrm{i}\omega t}\Big), \tag{1}$$

der $\frac{\omega}{g} = K$ er bølgetallet, og ξ_2 er gitt kompleks amplitude i hiv.

- Den kinematiske grensebetingelsen $g\frac{\partial\phi_2}{\partial y} = -\omega^2\phi_2$
- Når vi har et uendelig dyp, altså når $y \to \infty$, da går potensialet $|\phi_2| \to 0$
- Vi sier at fluidet (vannet) er inkompressibelt og uten virvling, slik at vi kan få oppfylt Laplace-likningen: $\nabla^2\phi_2 = 0$, i feltet.

7.2 Randverdiene for Green-funksjonen

Vi formulerer grenseverdiproblemet med Green-funksjonen, der

$$g(x, y; \bar{x}, \bar{y}, t) = Re\big(G(x, y; \bar{x}, \bar{y}, t)e^{\mathrm{i}\omega t}\big), \tag{2}$$

$$G(x, y; \bar{x}, \bar{y}, t) = \log r + H(x, y; \bar{x}, \bar{y}, t), \tag{3}$$

$$r = \sqrt{(x-\bar{x})^2 + (y-\bar{y})^2} \tag{4}$$

Bruker $z = x + \mathrm{i}y$ og $\bar{\zeta}^* = \bar{x} - \mathrm{i}y$

$$f_1 = 2PV\int_0^\infty \frac{e^-\mathrm{i}k(z-\bar{\zeta}^*)}{K-k}dk = -2e^Z(E_1(Z) + \log Z - \log(-Z)) \tag{5}$$

$$f_1 \to \pm 2\pi e^Z, x - \bar{x} \to \pm\infty \tag{6}$$

$$f_2 = 2\pi e^Z \tag{7}$$

$$Z = K(y+\bar{y}) - \mathrm{i}K(x-\bar{x}) \tag{8}$$

$$\frac{\partial G}{\partial x} = \frac{(x-\bar{x})}{r^2} + \frac{(x-\bar{x})}{r_1^2} + K[Im(f_1) + \mathrm{i}Im(f_2)] \tag{9}$$

$$\frac{\partial G}{\partial y} = \frac{(y+\bar{y})}{r^2} + \frac{(y+\bar{y})}{r_1^2} + K[Re(f_1) + \mathrm{i}Re(f_2)] \tag{10}$$

gjøre oppgaven

7.3 Integrallikningen utledet ved Greens teorem

[ ]bruk greens teorem til å finne integrallikningen.

gjøre oppgaven 7.3: use greens theorem to derive an integral eq for the heave problem w/ free surface.

7.4 - Integrallikningen

For punktet $(\bar{x}, \bar{y})$, på geometriens grense, blir integrallikningen

$$-\pi\phi_2(\bar{x}, \bar{y}) = \int_{S_B} \phi_2 \frac{\partial G}{\partial n} = \int_{S_B} G n_2 dS \tag{11}$$

Når $(\bar{x}, \bar{y})$ er i fluidet (ikke på S_B), får vi likningen

$$2\pi\phi_2(\bar{x}, \bar{y}) = \int_{S_B} (\phi_2 \frac{\partial G}{\partial n} - G n_2) dS \tag{12}$$

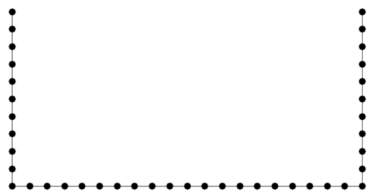
Dette er da ikke lenger en integrallikning.

7.5.1 Diskretisering av svømmeflaten

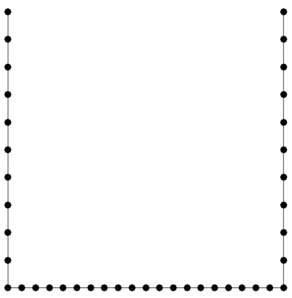
Diskretisering av skip

Nå ser vi på diskretisering av den våte delen av en rektangulær geometri. Dypgangen D velges som enhetslengde i problemet, og L er lengden. Vi har fire geometrier. $L/D = 10, 2, 1, 0{,}1$

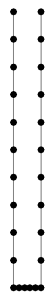
Figur 1: L/D = 10



Figur 2: L/D = 2



Figur 3: L/D = 1



Figur 4: L/D = 0.1

7.5.2 - Løsning av integrallikningen med kjente variabler

Vi ønsker å løse integrallikningen:

$$-\pi\phi_2 + \int_{S_B} \phi_2 \frac{\partial G}{\partial n} dS = \int_{S_B} G n_2 dS \tag{13}$$

Men før vi gjør det vil vi sjekke at likningen fungerer. Så vi løser høyre- og venstresiden av en integrallikning der vi kjenner alle variablene. Vi ønsker å se om den reelle delen til høyresiden tilsvarer den reelle delen til venstresiden, og tilsvarende for de imaginære delene.

$$\pi\varphi_0 + \int_{S_B} \varphi_0 \frac{\partial G}{\partial n} dS = \int_{S_B} \frac{\partial \varphi}{\partial n} dS \tag{14}$$

Her er $\varphi_0 = e^{K\bar{y} - \mathrm{i}K\bar{x}}$ og $K = \frac{\omega}{g}$

Likningen diskretiseres ved å dele opp geometriens grense S_B i N stykker, der $S_B = \sum_{m=1}^{N} S_m$, med hver S_m definert av startkoordinatet (x_m^-, y_m^-) og sluttkoordinatet (x_m^+, y_m^+). Midten av stykket er $(\bar{x}_m, \bar{y}_m) = \frac{1}{2}[x_m^- + y_m^-], x_m^+ + y_m^+]$.

Diskretisering av venstre side gir

$$V.S = \pi\varphi_0(\bar{x}_m, \bar{y}_m) + \sum_{m=1}^{N} \varphi_0(\bar{x}_m, \bar{y}_m) \int_{S_m} \frac{\partial G}{\partial n} dS \tag{15}$$

Bidraget fra log-termene fåes analytisk, som gir høy oppløsning.

$$\int_{S_m} \frac{\partial}{\partial n}(\log r + \log r_1) dS = -Im\Big(\log[x + \mathrm{i}y - (\bar{x}_n + \mathrm{i}\bar{y}_n)]\Big|_{\bar{x}_m^- + \mathrm{i}\bar{y}_m^-}^{\bar{x}_m^+ + \mathrm{i}\bar{y}_m^+} \Big) - Im\Big(\log[x + \mathrm{i}y - (\bar{x}_n - \mathrm{i}\bar{y}_n)]\Big|_{\bar{x}_m^- + \mathrm{i}\bar{y}_m^-}^{\bar{x}_m^+ + \mathrm{i}\bar{y}_m^+} \Big) \tag{16}$$

Integralet over bølgedelen av $\frac{\partial G}{\partial n}$ får vi fra midtpunktsregelen

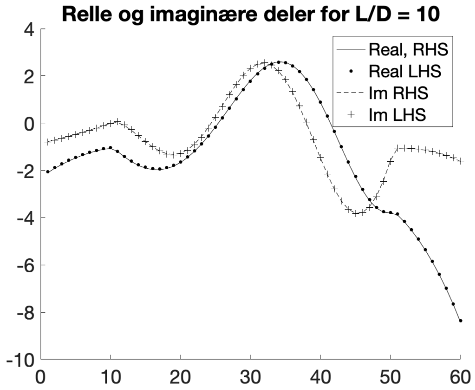
$$\simeq \Delta S_m \Big(n_1 \nu [Im(f_1) + \mathrm{i}Im(f_2)] + n_2 \nu [Re(f_1) + \mathrm{i}Re(f_2)] \Big)\Big|_{(\bar{x}_m, \bar{y}_m)} \tag{17}$$

Diskretisering av høyre side

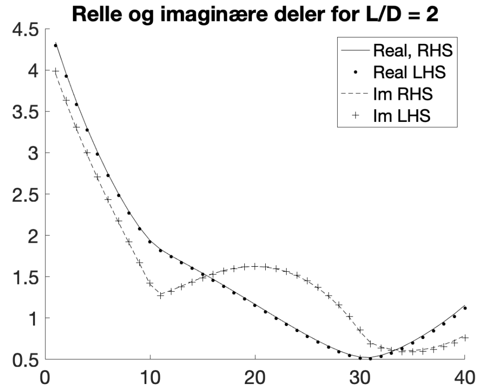
$$H.S = \sum_{m=1}^{N} \frac{\partial \varphi_0}{\partial n}\Big|_{(\bar{x}_m, \bar{y}_m)} \int_{S_m} G dS, \tag{18}$$

der integralet av logaritmen gjøres med to-punkts Gauss-integrasjon og de resterende med midpunktsregelen.

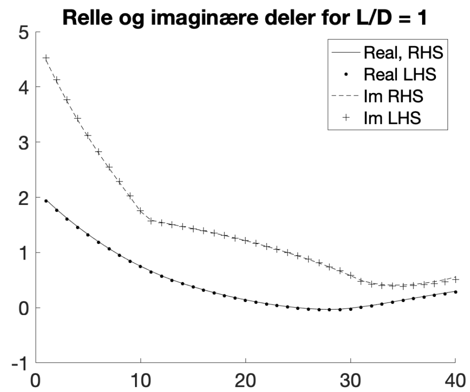
Vi tester den numeriske løseren med KD=0.9



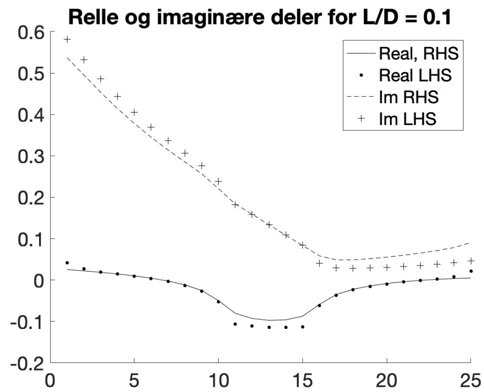
Figur 5: L/D = 10



Figur 6: L/D = 2

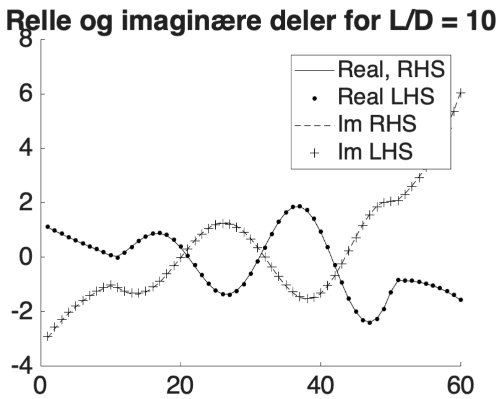


Figur 7: L/D = 1

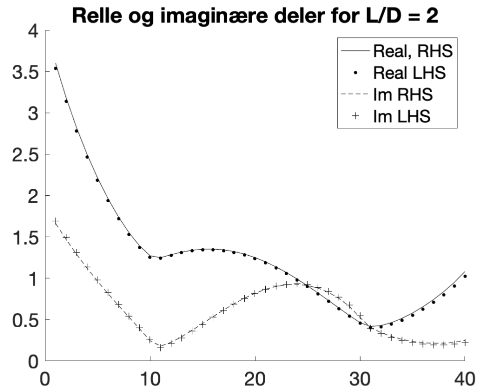


Figur 8: L/D = 0.1

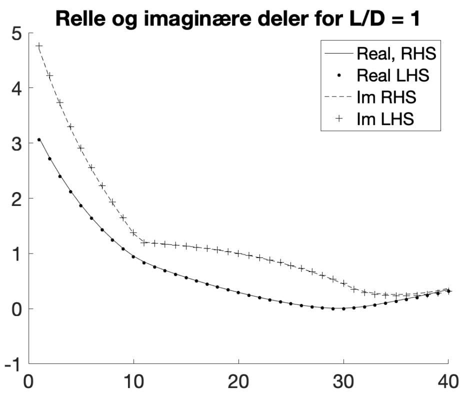
Vi tester den numeriske løseren med KD=1.2



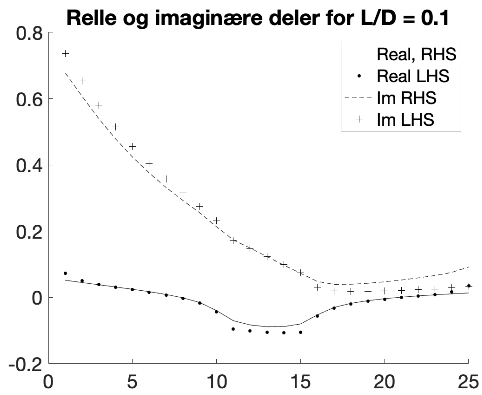
Figur 9: L/D = 10



Figur 10: L/D = 2



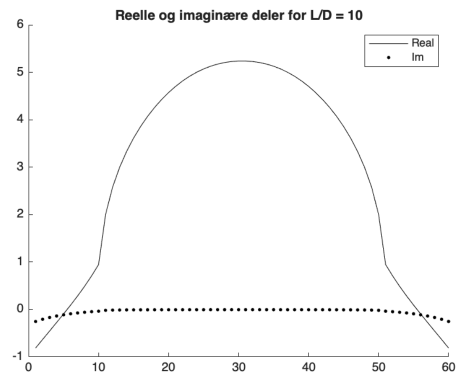
Figur 11: L/D = 1



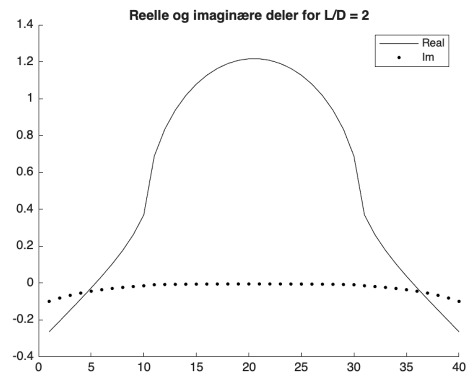
Figur 12: L/D = 0.1

7.5.3 - Løsning av problemet i hiv

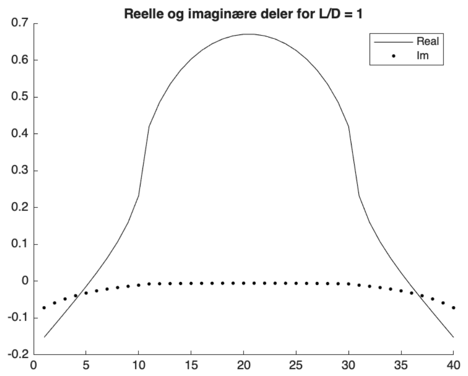
Så løser vi den originale likningen (13) numerisk for alle 4 geometriene. Og ser på plott av verdiene for potensialet ϕ_2 på y-aksen. På x-aksen har vi de diskrete punktene. Plottet er symmetrisk fordi geometrien er symmetrisk.



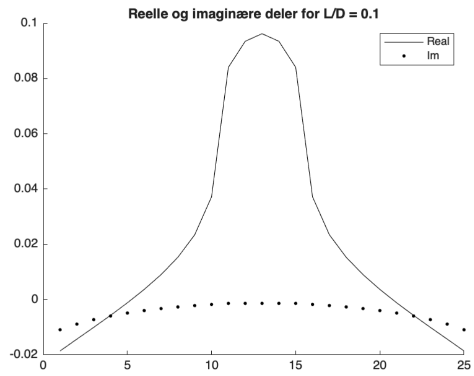
Figur 13: L/D = 10



Figur 14: L/D = 2



Figur 15: L/D = 1



Figur 16: L/D = 0.1

7.6 - Potensialet ϕ_2 i fjernfeltet

Langt borte, når for $\bar{x} \to \pm\infty$ har potensialet ϕ_2 denne formen

$$\phi_2(\bar{x},\bar{y}) \to A_2^{-\infty} e^{K\bar{y}+\mathrm{i}K\bar{x}}, \quad \bar{x} \to -\infty, \tag{19}$$

$$\phi_2(\bar{x},\bar{y}) \to A_2^{\infty} e^{K\bar{y}-\mathrm{i}K\bar{x}}, \quad \bar{x} \to \infty, \tag{20}$$

der $K = \frac{\omega^2}{g}$
fra (12) så kan vi finne $A_2^{-\infty}$ og A_2^{∞}

$$2\pi\phi_2(\bar{x},\bar{y}) = \int_{S_B} (\phi_2 \frac{\partial G}{\partial n} - G n_2) dS \tag{21}$$

oppførselen til ϕ_j for $\bar{x} \to \pm\infty$,

$$\phi_2 \to A_2^{\pm\infty} e^{K(\bar{y}\mp\mathrm{i}\bar{x})}, \quad \bar{x} \to \pm\infty. \tag{22}$$

Der de komplekse konstantene $A_2^{\pm\infty}$ finnes ved å ta integralet over svømmeflaten, som gir

$$A_2^{\pm\infty} = \mathrm{i} \int_{S_B} \left[\phi_2 \Big(n_1 \frac{\partial}{\partial x} + n_2 \frac{\partial}{\partial y} \Big) - n_2 \right] e^{K(\bar{y}\pm\mathrm{i}\bar{x})}, dS \tag{23}$$

arbeid gjenstår: Vise integralets fra overgang fra (102-104)

7.7 Utgående bølgeamplitude

Den utgående bølgeamplituden har komplekse amplituder,

$$amp_2^{\infty} = \xi_2 A_j^{\infty} \frac{\omega^2}{g}, \quad \text{og} \quad amp_2^{-\infty} = \xi_2 A_j^{-\infty} \frac{\omega^2}{g}. \tag{24}$$

Gjennomsnittet av energifluksen til den utgående bølgen er gitt ved

$$\overline{\text{Energifluks}} = \bar{E}^{\infty} c_g + \bar{E}_j^{-\infty} c_g = \frac{1}{2}\rho g |amp_2|^{\infty} c_g + \frac{1}{2}\rho g |amp_2|^{-\infty} c_g, \tag{25}$$

der $\bar{E}^{\pm\infty}$ er gjennomsnittlig energitetthet til utgående bølger og $c_g = \frac{\partial\omega}{\partial K}$ er gruppehastigheten.

7.8 Addert masse

Vi bruker den numeriske løsningen til ϕ_2 langs svømmeflaten S_B for å regne addert masse a_{22} og dempning b_{22} for bølgetall (ganget med dypgang) fra 0 til 2: $0 < KD = \omega D/g < 2$. Vi regner også ut b_{22} fra energibalansen. (merk: subscript 2 midlertidig fjernet for ξ, A, amp)

$$\frac{1}{2}|\xi|^2\omega^2 b_{22} = \bar{E}^{\infty} c_g + \bar{E}^{-\infty} c_g \tag{26}$$

$$b_{22} = \frac{\bar{E}^{\infty} c_g + \bar{E}^{-\infty} c_g}{\frac{1}{2}|\xi|^2\omega^2} \tag{27}$$

$$b_{22} = \frac{\cancel{\tfrac{1}{2}}\rho\, g|amp^{\infty}|^2 c_g + \cancel{\tfrac{1}{2}}\rho\, g|amp^{-\infty}|^2 c_g}{\cancel{\tfrac{1}{2}}|\xi|^2\omega^2} \tag{28}$$

$$b_{22} = \frac{\rho g|amp^{\infty}|^2(\frac{g}{2\omega}) + \ \rho g|amp^{-\infty}|^2(\frac{g}{2\omega})}{|\xi|^2\omega^2} \tag{29}$$

$$b_{22} = \frac{\rho\ g|\xi A^{\infty}\frac{\omega^2}{g}|^2(\frac{g}{2\omega}) + \ \rho g|\xi A^{-\infty}\frac{\omega^2}{g}|^2(\frac{g}{2\omega})}{|\xi|^2\omega^2} \tag{30}$$

$$b_{22} = \frac{\rho g\cancel{|\xi|^2}(\frac{\omega^2}{g})(\frac{\omega^2}{g})|A^{\infty}|^2(\frac{g}{2\omega}) + \ \rho g\cancel{|\xi|^2}(\frac{\omega^2}{g})(\frac{\omega^2}{g})|A^{-\infty}|^2(\frac{g}{2\omega})}{\cancel{|\xi|^2}\omega^2} \tag{31}$$

$$b_{22} = \rho\ \cancel{g}(\frac{1}{\cancel{g}})(\frac{\omega^2}{g})|A^{\infty}|^2(\frac{g}{2\omega}) + \ \rho\cancel{g}(\frac{1}{\cancel{g}})(\frac{\omega^2}{g})|A^{-\infty}|^2(\frac{g}{2\omega}) \tag{32}$$

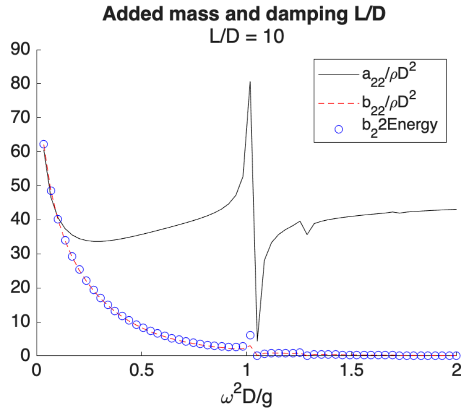
$$b_{22} = \rho\ (\frac{\omega^2}{g})(\frac{g}{2\omega})(|A^{\infty}|^2 + \ |A^{-\infty}|^2) \tag{33}$$

$$b_{22} = \ \frac{1}{2}\rho\omega(|A^{\infty}|^2 + \ |A^{-\infty}|^2) \tag{34}$$

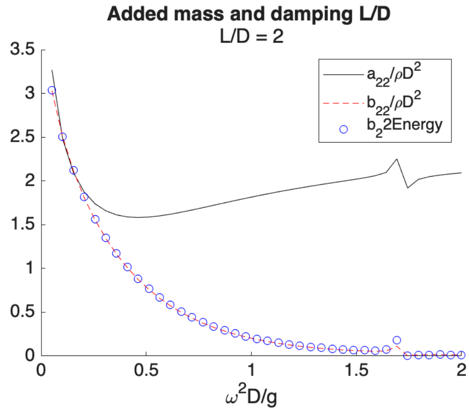
Legger på subscript og flytter omega og rho under, så får vi ønsket likning,

$$\frac{b_{22}}{\rho\omega} = \frac{1}{2}(|A_2^{\infty}|^2 + |A_2^{-\infty}|^2) \tag{35}$$

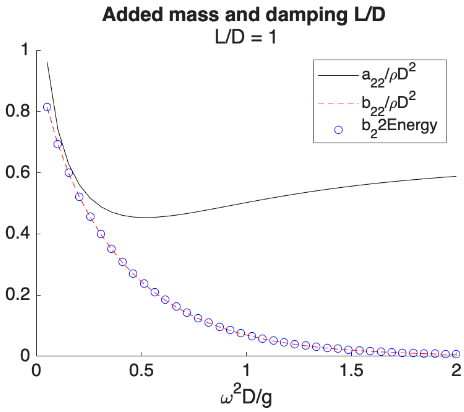
Vi ser på addert masse og sammenlikner de to fremgangsmåtene for å finne b_{22}



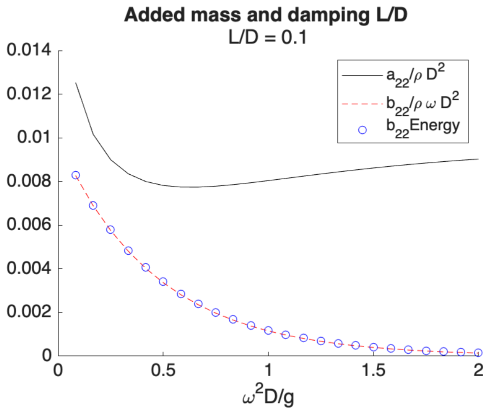
Figur 17: L/D = 10



Figur 18: L/D = 2



Figur 19: L/D = 1



Figur 20: L/D = 0.1

7.9 Tilnærmet løsning

Vi ser nå på en fritt flytende tynn bøye, sylinderformet med diameter d og med dypgang T. Mye tilsvarende vår fjerde geometri med $L/D = 0.1$.

Vi starter med utgangspunkt i følgende fra Froude-Krylov approksimasjon for å estimere eksitasjonskraften

$$X_2^{FK} = -\mathrm{i}\omega\rho \int_{S_B} \phi_0 n_2 dS = \rho g \int_{-L/2}^{L/2} e^{-KD-\mathrm{i}Kx} dx = \rho g L e^{-KD} \frac{\sin(KL/2)}{KL/2} \tag{36}$$

der D er dypgang og L er lengden. Som gir oss

$$X_2^{FK} = \rho g L e^{-KD}, \qquad \text{fordi } \frac{\sin(KL/2)}{KL/2} \simeq 1, \frac{KL}{2} \ll 1 \tag{37}$$

vi har $c_{22} = \rho g L$. Fra Haskindrelasjonene finner vi dempningskoeffisienten b_{22},

$$\frac{b_{22}}{\rho\omega} = \frac{|X_2|^2}{(\rho g)^2} \tag{38}$$

$$\frac{b_{22}}{\rho\omega} = \frac{\cancel{(\rho g)^2} L^2 e^{-2KD}}{\cancel{(\rho g)^2}}. \tag{39}$$

Vi finner så responsen i hiv.

$$(c_{22}-\omega^2(m_{22}+a_{22})+\mathrm{i}\omega b_{22})\xi_2 = AX_2 \tag{40}$$

$$\frac{\xi_2}{A} = \frac{X_2}{(c_{22}-\omega^2(m_{22}+\cancel{a_{22}})+\mathrm{i}\omega b_{22})} \tag{41}$$

$$\frac{\xi_2}{A} = \frac{\cancel{\rho} gLe^{-KD}}{(\cancel{\rho} gL-\omega^2(\cancel{\rho} LD)+\mathrm{i}\omega(\cancel{\rho}\omega L^2e^{-2KD})} \tag{42}$$

$$\frac{\xi_2}{A} = \frac{\frac{g}{g}Le^{-KD}}{(\frac{g}{g}L-\frac{\omega^2}{g}LD+\mathrm{i}\,\underbrace{(\frac{\omega^2}{g})}_{=k}\,L^2e^{-2KD}} \tag{43}$$

$$\frac{\xi_2}{A} = \frac{1\cancel{L}e^{-KD}}{1\cancel{L}-K\cancel{L}D+\mathrm{i}kL\cancel{^2}e^{-2KD}} \tag{44}$$

$$\frac{\xi_2}{A} = \frac{e^{-KD}}{1-KD+\mathrm{i}KLe^{-2KD}} \tag{45}$$

sammenlikne fullt utregnet b22 med forenklet b22?

7.10 Diffraksjonsproblemet

I diffraksjonsproblemet holdes geometrien fast. Fluidets bevegelse er gitt ved hastighetspotensialet

$$\Phi_D(x,y,t) = Re\Big(A\phi_D(x,y)e^{\mathrm{i}\omega t}\Big), \tag{46}$$

der A er amplituden og ϕ_0 potensialet til innkommende bølger. Potensialet D finner vi fra $\phi_D(x,y) = \phi_0(x,y)+\phi_7(x,y)$. $\phi_0(x,y) = \frac{\mathrm{i}g}{\omega}e^{Ky-\mathrm{i}Kx}$. Og $K = \frac{\omega^2}{g}$. Spredningen ϕ_7 er ukjent.

Integrallikningen vi bruker for å bestemme summen $\phi_D = \phi_0+\phi_7$ til et punkt $(\bar{x},\bar{y})$ på S_B er

$$-\pi\phi_D(\bar{x},\bar{y})+\int_{S_B}\phi_D\frac{\partial G}{\partial n}dS = -2\pi\phi_0(\bar{x},\bar{y}) \tag{47}$$

7.10.1 Eksitasjonskraft

Vi ønsker å finne påvirkningskraften numerisk.

$$\frac{X_2}{\rho g} = -\frac{\mathrm{i}\omega}{g}\int_{S_B}\phi_D n_2 dS \tag{48}$$

7.10.2 Haskind relations

Haskind-relasjonene finner vi fra følgende

$$\frac{X_2}{\mathrm{i}\omega\rho} = -\int_{S_B}(\phi_0 n_2+\phi_7 n_2)dS = -\int_{S_B}\Big(\phi_0\frac{\partial\phi_2}{\partial n}+\phi_7\frac{\partial\phi_2}{\partial n}\Big), \tag{49}$$

der randverdibetingelsen $\frac{\partial\phi_2}{\partial n} = n_2$ er brukt. Videre har vi at potensialet ϕ_2 og ϕ_7 tilfredstiller den samme randa ved:

a) Den frie overflaten, der $-\omega^2\phi_{2,7}+g\frac{\partial\phi_{2,7}}{\partial y} = 0$, ved $y = 0$

b) $\frac{\partial\phi_{2,7}}{\partial n} = -\mathrm{i}K\phi_{2,7}$, i fjernfeltet ved $x = \pm\infty$

c) $|\nabla\phi_{2,7}\to 0|$, på dypet $y\to-\infty$

dette gir at

$$\int_{S_B}(\phi_7\frac{\partial\phi_2}{\partial n}-\phi_0\frac{\partial\phi_2}{\partial n}) = 0. \tag{50}$$

Første haskind-relasjon

$$\frac{X_2^{\text{Haskind v1}}}{i\omega\rho} = -\int_{S_B} (\phi_0 \frac{\partial \phi_2}{\partial n} - \phi_2 \frac{\partial \phi_0}{\partial n}) dS \tag{51}$$

Andre haskind-relasjon

$$\frac{X_2^{\text{Haskind v2}}}{i\omega\rho} = \int_{S_\infty} (\phi_0 \frac{\partial \phi_2}{\partial n} - \phi_2 \frac{\partial \phi_0}{\partial n}) dS, \tag{52}$$

Fjernfeltet ϕ_2 er gitt ved

$$\phi_2 = A_2^{\pm\infty} e^{K(\bar{y} \pm \mathrm{i}\bar{x})}, \quad x \to \pm\infty \tag{53}$$

der

$$A_2^{\pm\infty} = \mathrm{i} \int_{S_B} \left[\phi_2 \Big(n_1 \frac{\partial}{\partial x} + n_2 \frac{\partial}{\partial y} \Big) - n_2 \right] e^{K(\bar{y} \pm \mathrm{i}\bar{x})} dS \tag{54}$$

setter inn i likningen for Haskind2 $\phi_0 = \frac{\mathrm{i}g}{\omega} e^{K(\bar{y} \pm \mathrm{i}\bar{x})}$, og $\frac{\partial \phi_2}{\partial n} = -n_2$, og $\frac{\partial \phi_0}{\partial n} = \frac{\mathrm{i}g}{\omega} e^{K(\bar{y} \pm \mathrm{i}\bar{x})} * (kjernenderivert?)$.

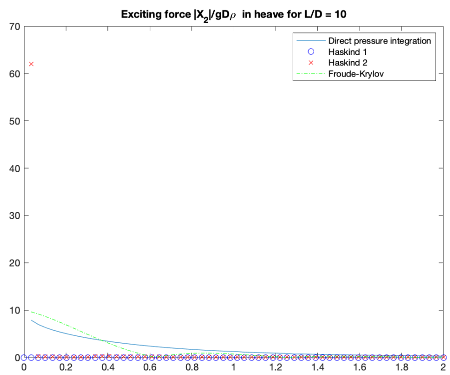
$$\frac{X_2^{\mathrm{H2}}}{\mathrm{i}\omega\rho} = \int_{S_\infty} \big(-\frac{\mathrm{i}g}{\omega} e^{K(\bar{y} \pm \mathrm{i}\bar{x})} n_2 - \phi_2 \frac{\mathrm{i}g}{\omega} e^{K(\bar{y} \pm \mathrm{i}\bar{x})} * (??) \big) dS, \tag{55}$$

$$\frac{X_2^{\mathrm{H2}}}{\rho g \cancel{\omega}} = \frac{\mathrm{i} \cdot \mathrm{i}}{\cancel{\omega}} \int_{S_\infty} \big[-n_2 - \phi_2 * (??) \big] e^{K(\bar{y} \pm \mathrm{i}\bar{x})} dS, \tag{56}$$

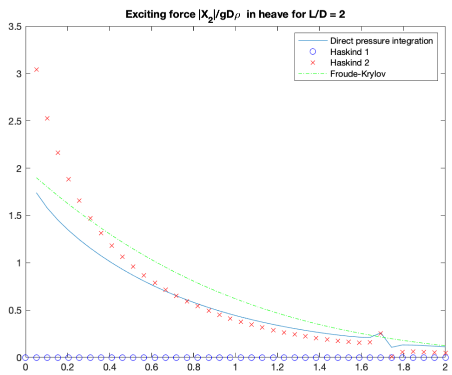
$$\frac{X_2^{\mathrm{H2}}}{\rho g} = \mathrm{i} \cdot \underbrace{\mathrm{i} \int_{S_\infty} [\phi_2 (n_1 \frac{\partial}{\partial x} + n_2 \frac{\partial}{\partial y}) - n_2] e^{K(\bar{y} \pm \mathrm{i}\bar{x})} dS,}_{=A_2^{-\infty}} \tag{57}$$

$$\frac{X_2^{\text{Haskind v2}}}{i\omega\rho} = \mathrm{i} A_2^{-\infty}, \tag{58}$$

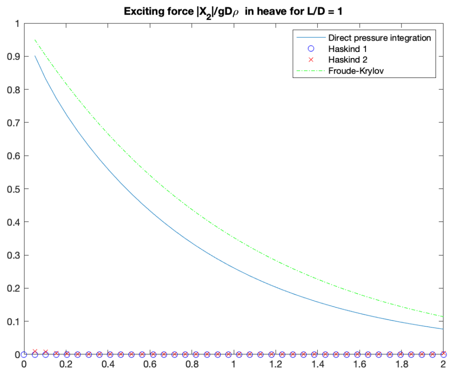
Nå sammenlikner vi eksitasjonskraften ved direkte integrering, Haskind 1 og 2, og Froude-Krylov-tilnærmingen.



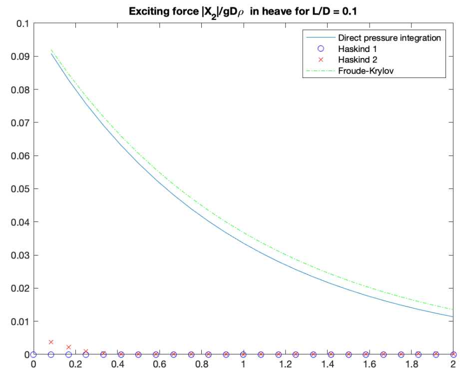
Figur 21: L/D = 10



Figur 22: L/D = 2



Figur 23: L/D = 1



Figur 24: L/D = 0.1

Vise at X2/rhog = i A2-infty. Kalkulere ferdig Haskind1 og 2 i MATLAB

7.11 Body response in heave

Likning for bevegelsen, kun i hiv, er gitt ved

$$(-\omega^2(m+a_{22})+\mathrm{i}\omega b_{22}+c_{22})\xi_2 = AX_2, \tag{59}$$

$$\frac{|\xi_2|}{A} = \frac{X_2}{c_{22}-\omega^2(m+a_{22})+\mathrm{i}\omega b_{22}}, \tag{60}$$

der $c_{22}=\rho g S$. Svømmeflaten S i vårt todimensjonale tilfelle er lengden på geometrien. m er massen til geometrien, som for et fritt flytende legme er lik oppdriftskraften. Den adderte massen blir $a_{22}=\rho\forall=\rho LD$. b_{22} er

$$b_{22} = \frac{K}{4\rho g V_g}|X_2|^2. \tag{61}$$

utlede likningen fra F(t)? legge til mange flere steg fra kladdeboken?

7.11.1 Body response in heave

Resonansfrekvensen ω_n oppstår der de hydrostatiske kreftene balanserer treghetskreftene, $c_{22}-\omega^2(m+a_{22})=0$. Resonansfrekvensen for en fritt flytende todimensjonal rektangulær seksjon med bredde L og dypgang D=1 blir,

$$\omega_n^2 = \frac{g}{D}\frac{1}{1+\frac{a_{22}}{\rho DL}}, \tag{62}$$

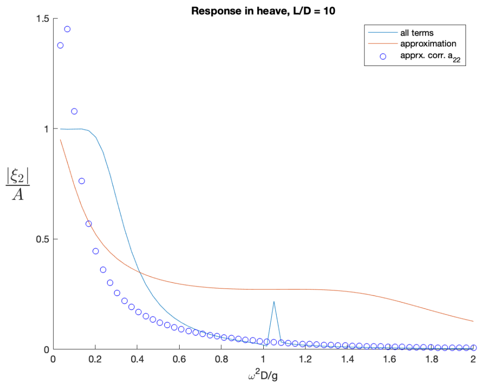
For våre 4 geometrier finner vi addert masse fra figur 21, 22, 23 og 24.

L/D	10	2	1	0.1
a_{22}	40	1.8	0.5	0.009
$\frac{w_n^2}{g}$	0.2	0.53	0.67	0.92

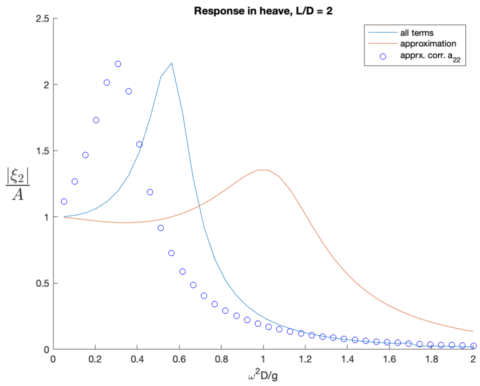
Table 1: Resonansfrekvens

7.11.2-3-4 Response as function of frequency

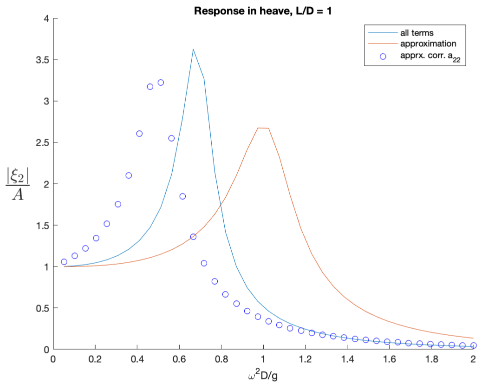
Vi plotter responsen $\frac{|\xi|}{A}$ på tre måter. Først som en funksjon av frekvensen. Så, funnet ved Froude-Krylov-approksimasjonen X_2^{FK}, der b_{22} finnes ved Haskind-relasjonene, og der effekten av addert masse a_{22} er ignorert. Og til slutt, approksimasjonen, men justert for addert masse. Vi ser at verdiene for resonansfrekvensen tilsvarer toppene på kurvene våre.



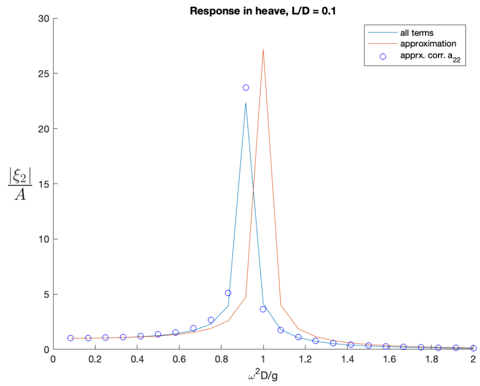
Figur 25: L/D = 10



Figur 26: L/D = 2



Figur 27: L/D = 1



Figur 28: L/D = 0.1

7.12 Konklusjon

1. Hva har blitt gjort: Jeg har skrevet opp en rekke formler og har forsøkt å vise fremgangsmåten til alle utledningene stegvis. Til tider noe møysommelig.
2. Jeg har implementert en løser for å beregne potensialene til 4 enkle geometrier. Ved å sette sammen det vi lærer fra Radiasjonsproblemet og Diffraksjonsproblemet har vi kunnet implementere en løser for responsen til vårt objekt i vannet.
3.
4.
5. Funnet: Har funnet resonansfrekvensen til de fire geometriene.
6. Vi funnet ut at det er viktig å korrigere for addert masse.
7.
8. Forståelse: Har tydelig sett at det er stor forskjell på lange, flate geometrier og korte, dype geometrier. Lange reagerer ulikt på forskjellige bølger.
9. Vi har sett at resonansfrekvensen øker når lengden på geometrien øker.
10.

References

[1]: Marine Hydrodynamics, J. Newman. [2]: Forelesningsnotater MEK4420, J. Grue.