# Krefter og respons i hiv

MEK4420

OLE SANDOK

March 2025

## Introduksjon

I denne oppgaven ser vi på en flytende geometri i to dimensjoner. Vi regner først på kreftene fra en geometri i bevegelse til tillestående vann. Så regner vi på kreftene som mottas og reflekteres av en stillestående geometri. Vi undersøker resonans og repons i hiv.

## 7.1 Randverdiene for problemet vårt

Først ser vi på grenseverdiproblemet (boundary value problem, BVP) for potensialet til  $\phi_2$  i hiv, altså vertikal bevegelse, til en geometri som flyter i havoverflaten. Vi har radiasjonspotensialet gitt ved

$$\Phi_R(x, y, t) = Re\left(i\omega\xi_2\phi_2(x, y)e^{i\omega t}\right),\tag{1}$$

der  $\frac{\omega}{q} = K$  er bølgetallet, og  $\xi_2$  er gitt kompleks amplitude i hiv.

- Den kinematiske grensebetingelsen  $g\frac{\partial\phi_2}{\partial y}=-\omega^2\phi_2$
- Når vi har et uendelig dyp, altså når  $y \to \infty$ , da går potensialet  $|\phi_2| \to 0$
- Vi sier at fluidet (vannet) er inkompressibelt og uten virvling, slik at vi kan få oppfylt LAPLACE-likningen:  $\nabla^2 \phi_2 = 0$ , i feltet.

# 7.2 Randverdiene for Green-funksjonen

Vi formulerer grenseverdiproblemet med Green-funksjonen, der

$$g(x, y; \bar{x}, \bar{y}, t) = Re(G(x, y; \bar{x}, \bar{y}, t)e^{i\omega t}), \tag{2}$$

$$G(x, y; \bar{x}, \bar{y}, t) = \log r + H(x, y; \bar{x}, \bar{y}, t), \tag{3}$$

$$r = \sqrt{(x - \bar{x})^2 + (y - \bar{y})^2} \tag{4}$$

Bruker z = x + iy og  $\bar{\zeta}^* = \bar{x} - iy$ 

$$f_1 = 2PV \int_0^\infty \frac{e^{-ik(z - \bar{\zeta}^*)}}{K - k} dk = -2e^Z (E_1(Z) + \log Z - \log(-Z))$$
 (5)

$$f_1 \to \pm 2\pi e^Z, x - \bar{x} \to \pm \infty$$
 (6)

$$f_2 = 2\pi e^Z \tag{7}$$

$$Z = K(y + \bar{y}) - iK(x - \bar{x}) \tag{8}$$

$$\frac{\partial G}{\partial x} = \frac{(x - \bar{x})}{r^2} + \frac{(x - \bar{x})}{r_1^2} + K[Im(f_1) + iIm(f_2)]$$
(9)

$$\frac{\partial G}{\partial y} = \frac{(y+\bar{y})}{r^2} + \frac{(y+\bar{y})}{r_1^2} + K[Re(f_1) + iRe(f_2)] \tag{10}$$

gjøre oppgaven

## 7.3 Integrallikningen utledet ved Greens teorem

bruk greens teorem til å finne integrallikningen.

gjøre oppgaven 7.3: use greens theorem to derive an integral eq for the heave problem w/ free surface.

## 7.4 - Integrallikningen

For punktet  $(\bar{x}, \bar{y})$ , på geometriens grense, blir integrallikningen

$$-\pi\phi_2(\bar{x},\bar{y}) = \int_{S_B} \phi_2 \frac{\partial G}{\partial n} = \int_{S_B} G n_2 dS$$
 (11)

Når  $(\bar{x}, \bar{y})$  er i fluidet (ikke på  $S_B$ ), får vi likningen

$$2\pi\phi_2(\bar{x},\bar{y}) = \int_{S_B} (\phi_2 \frac{\partial G}{\partial n} - Gn_2) dS$$
 (12)

Dette er da ikke lenger en integrallikning.

## 7.5.1 Diskretisering av svømmeflaten

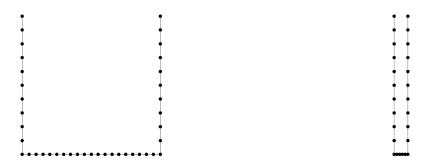
#### Diskretisering av skip

Nå ser vi på diskretisering av den våte delen av en rektangulær geometri. Dypgangen D velges som enhetslengde i problemet, og L er lengden. Vi har fire geometrier. L/D=10,2,1,0,1



Figur 1: L/D = 10

Figur 2: L/D = 2



Figur 3: L/D = 1

Figur 4: L/D = 0.1

## 7.5.2 - Løsning av integrallikningen med kjente variabler

Vi ønsker å løse integrallikningen:

$$-\pi\phi_2 + \int_{S_B} \phi_2 \frac{\partial G}{\partial n} dS = \int_{S_B} G n_2 dS \tag{13}$$

Men før vi gjør det vil vi sjekke at likningen fungerer. Så vi løser høyre- og venstresiden av en integrallikning der vi kjenner alle variablene. Vi ønsker å se om den reelle delen til høyresiden tilsvarer den reelle delen til venstresiden, og tilsvarende for de imaginære delene.

$$\pi \varphi_0 + \int_{S_B} \varphi_0 \frac{\partial G}{\partial n} dS = \int_{S_B} \frac{\partial \varphi}{\partial n} dS \tag{14}$$

Her er  $\varphi_0 = e^{K\bar{y} - \mathsf{i}K\bar{x}}$  og  $K = \frac{\omega}{g}$ 

Likningen diskretiseres ved å dele opp geometriens grense  $S_B$  i N stykker, der  $S_B = \sum_{m=1}^N S_m$ , med hver  $S_m$  definert av startkoordinatet  $(x_m^-, y_m^-)$  og sluttkoordinatet  $(x_m^+, y_m^+)$ . Midten av stykket er  $(\bar{x}_m, \bar{y}_m) = \frac{1}{2}[x_m^- + y_m^-], x_m^+ + y_m^+]$ .

Diskretisering av venstre side gir

$$V.S = \pi \varphi_0(\bar{x}_m, \bar{y}_m) + \sum_{m=1}^N \varphi_0(\bar{x}_m, \bar{y}_m) \int_{S_m} \frac{\partial G}{\partial n} dS$$
 (15)

Bidraget fra log-termene fåes analytisk, som gir høy oppløsning.

$$\int_{S_m} \frac{\partial}{\partial n} (\log r + \log r_1) dS = -Im \Big( \log[x + \mathrm{i} y - (\bar{x}_n + \mathrm{i} \bar{y}_n)] \Big|_{\bar{x}_m^- + \mathrm{i} \bar{y}_m^-}^{\bar{x}_m^+ + \mathrm{i} \bar{y}_m^+} \Big) - Im \Big( \log[x + \mathrm{i} y - (\bar{x}_n - \mathrm{i} \bar{y}_n)] \Big|_{\bar{x}_m^- + \mathrm{i} \bar{y}_m^-}^{\bar{x}_m^+ + \mathrm{i} \bar{y}_m^+} \Big)$$
(16)

Integralet over bølgedelen av  $\frac{\partial G}{\partial n}$  får vi fra midtpunktsregelen

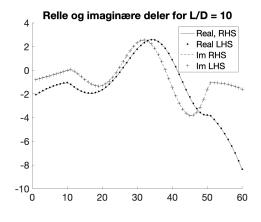
$$\simeq \Delta S_m \left( n_1 \nu [Im(f_1) + iIm(f_2)] + n_2 \nu [Re(f_1) + iRe(f_2)] \right) \Big|_{(\bar{x}_m, \bar{y}_m)}$$
(17)

Diskretisering av høyre side

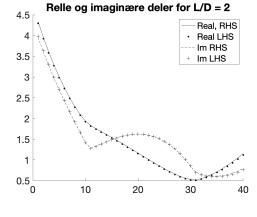
$$H.S = \sum_{m=1}^{N} \frac{\partial \varphi_0}{\partial n} \Big|_{(\bar{x}_m, \bar{y}_m)} \int_{S_m} G dS, \tag{18}$$

der integralet av logaritmen gjøres med to-punkts Gauss-integrasjon og de resterende med midpunkt-sregelen.

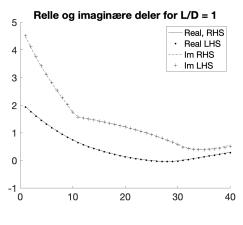
#### Vi tester den numeriske løseren med KD=0.9



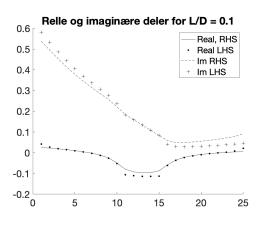
Figur 5: L/D = 10



Figur 6: L/D = 2

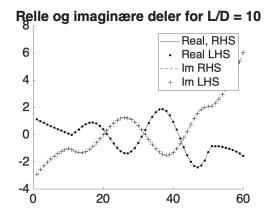


Figur 7: L/D = 1

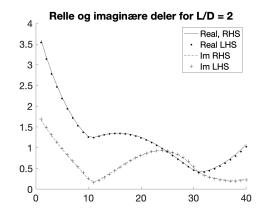


Figur 8: L/D = 0.1

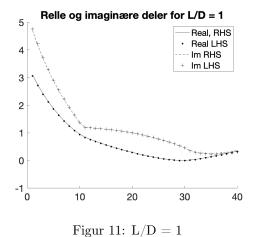
## Vi tester den numeriske løseren med KD=1.2

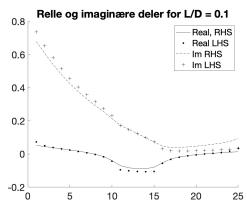


Figur 9: L/D = 10



Figur 10: L/D = 2

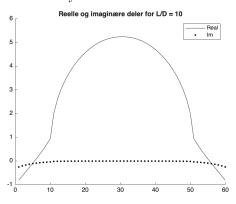


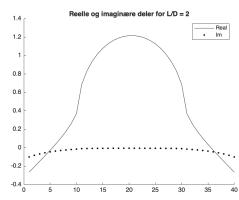


Figur 12: L/D = 0.1

## 7.5.3 - Løsning av problemet i hiv

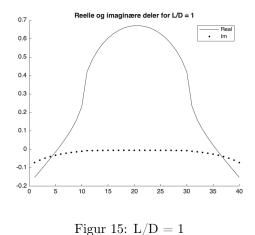
Så løser vi den originale likningen (13) numerisk for alle 4 geometriene. Og ser på plott av verdiene for potensialet  $\phi_2$  på y-aksen. På x-aksen har vi de diskrete punktene. Plottet er symmetrisk fordi geometrien er symmetrisk.

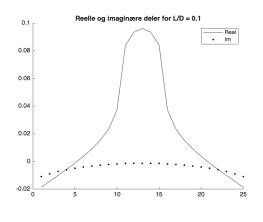




Figur 13: L/D = 10

Figur 14: L/D = 2





Figur 16: L/D = 0.1

## 7.6 - Potensialet $\phi_2$ i fjernfeltet

Langt borte, når for  $\bar{x} \to \pm \infty$  har potensialet  $\phi_2$  denne formen

7.8 ADDERT MASSE MEK4420

$$\phi_2(\bar{x}, \bar{y}) \to A_2^{-\infty} e^{K\bar{y} + \mathrm{i}K\bar{x}}, \quad \bar{x} \to -\infty,$$

$$\phi_2(\bar{x}, \bar{y}) \to A_2^{\infty} e^{K\bar{y} - \mathrm{i}K\bar{x}}, \qquad \bar{x} \to \infty,$$

$$(19)$$

$$\phi_2(\bar{x}, \bar{y}) \to A_2^{\infty} e^{K\bar{y} - iK\bar{x}}, \qquad \bar{x} \to \infty,$$
 (20)

 $der K = \frac{\omega^2}{q}$ 

fra (12) så kan vi finne  $A_2^{-\infty}$  og  $A_2^{\infty}$ 

$$2\pi\phi_2(\bar{x},\bar{y}) = \int_{S_R} (\phi_2 \frac{\partial G}{\partial n} - Gn_2) dS \tag{21}$$

oppførselen til  $\phi_j$  for  $\bar{x} \to \pm \infty$ ,

$$\phi_2 \to A_2^{\pm \infty} e^{K(\bar{y} \mp i\bar{x})}, \quad \bar{x} \to \pm \infty.$$
 (22)

Der de komplekse konstantene  $A_2^{\pm\infty}$  finnes ved å ta integralet over svømmeflaten, som gir arbeid gjenstår: Vise integralets fra overgang fra (102-104)

## 7.7 Utgående bølgeamplitude

Den utgående bølgeamplituden har komplekse amplituder,

$$amp_2^{\infty} = \xi_2 A_j^{\infty} \frac{\omega^2}{q}, \quad \text{og} \quad amp_2^{-\infty} = \xi_2 A_j^{-\infty} \frac{\omega^2}{q}.$$
 (23)

Gjennomsnittet av energifluksen til den utgående bølgen er gitt ved

$$\overline{\text{Energifluks}} = \bar{E}^{\infty} c_g + \bar{E}_j^{-\infty} c_g = \frac{1}{2} \rho g |amp_2|^{\infty} c_g + \frac{1}{2} \rho g |amp_2|^{-\infty} c_g, \tag{24}$$

der  $\bar{E}^{\pm\infty}$  er gjennomsnittlig energitetthet til utgående bølger og  $c_g = \frac{\partial \omega}{\partial K}$  er gruppehastigheten.

#### 7.8 Addert masse

Vi bruker den numeriske løsningen til  $\phi_2$  langs svømmeflaten  $S_B$  for å regne addert masse  $a_{22}$  og dempning  $b_{22}$  for bølgetall (ganget med dypgang) fra 0 til 2:  $0 < KD = \omega D/g < 2$ . Vi regner også ut  $b_{22}$  fra energibalansen. (merk: subscript 2 midlertidig fjernet for  $\xi$ , A, amp)

$$\frac{1}{2}|\xi|^2\omega^2 b_{22} = \bar{E}^{\infty}c_g + \bar{E}^{-\infty}c_g \tag{25}$$

$$b_{22} = \frac{\bar{E}^{\infty} c_g + \bar{E}^{-\infty} c_g}{\frac{1}{2} |\xi|^2 \omega^2}$$
 (26)

$$b_{22} = \frac{\frac{1}{2}\rho \ g|amp^{\infty}|^{2}c_{g} + \frac{1}{2}\rho \ g|amp^{-\infty}|^{2}c_{g}}{\frac{1}{2}|\xi|^{2}\omega^{2}}$$
(27)

$$b_{22} = \frac{\rho g |amp^{\infty}|^2 \left(\frac{g}{2\omega}\right) + \rho g |amp^{-\infty}|^2 \left(\frac{g}{2\omega}\right)}{|\xi|^2 \omega^2}$$
(28)

$$b_{22} = \frac{\rho g |\xi A^{\infty} \frac{\omega^2}{g}|^2 (\frac{g}{2\omega}) + \rho g |\xi A^{-\infty} \frac{\omega^2}{g}|^2 (\frac{g}{2\omega})}{|\xi|^2 \omega^2}$$
(29)

$$b_{22} = \frac{\rho g |\xi|^{2} (\frac{\omega^{2}}{g}) (\frac{\omega^{2}}{g}) |A^{\infty}|^{2} (\frac{g}{2\omega}) + \rho g |\xi|^{2} (\frac{\omega^{2}}{g}) (\frac{\omega^{2}}{g}) |A^{-\infty}|^{2} (\frac{g}{2\omega})}{|\xi|^{2} \omega^{2}}$$
(30)

$$b_{22} = \rho g(\frac{1}{g})(\frac{\omega^2}{g})|A^{\infty}|^2(\frac{g}{2\omega}) + \rho g(\frac{1}{g})(\frac{\omega^2}{g})|A^{-\infty}|^2(\frac{g}{2\omega})$$
(31)

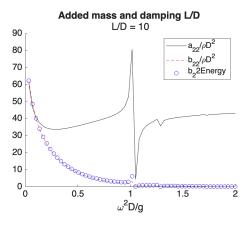
$$b_{22} = \rho \left( \frac{\omega^2}{q} \right) \left( \frac{g}{2\omega} \right) (|A^{\infty}|^2 + |A^{-\infty}|^2)$$
 (32)

$$b_{22} = \frac{1}{2}\rho\omega(|A^{\infty}|^2 + |A^{-\infty}|^2)$$
(33)

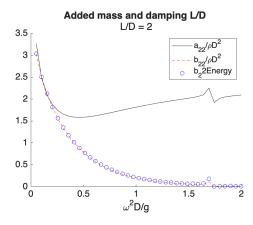
Legger på subscript og flytter omega og rho under, så får vi ønsket likning,

$$\frac{b_{22}}{\rho\omega} = \frac{1}{2}(|A_2^{\infty}|^2 + |A_2^{-\infty}|^2)$$
 (34)

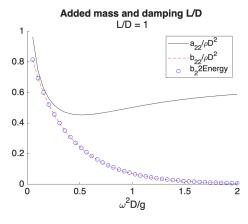
Vi ser på addert masse og sammenlikner de to fremgangsmåtene for å finne  $b_{22}$ 



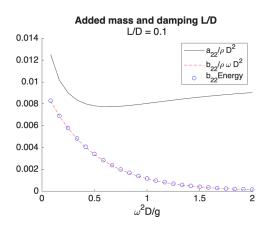
Figur 17: L/D = 10



Figur 18: L/D = 2



Figur 19: L/D = 1



Figur 20: L/D = 0.1

# 7.9 Tilnærmet løsning

Vi ser nå på en fritt flytende tynn bøye, sylinderformet med diameter d og med dypgang T. Mye tilsvarende vår fjerde geometri med L/D=0.1.

 ${
m Vi~starter~med~utgangspunkt~i~følgende~fra~Froude-Krylov~approksimasjon~for~å~estimere~eksitasjon-skraften}$ 

$$X_2^{FK} = -i\omega\rho \int_{S_B} \phi_0 n_2 dS = \rho g \int_{-L/2}^{L/2} e^{-KD - iKx} dx = \rho g L e^{-KD} \frac{\sin(KL/2)}{KL/2}$$
 (35)

der D er dypgang og L er lengden. Som gir oss

$$X_2^{FK} = \rho g L e^{-KD}, \quad \text{fordi } \frac{\sin(KL/2)}{KL/2} \simeq 1, \frac{KL}{2} \ll 1$$
 (36)

vi har  $c_{22} = \rho g L$ . Fra Haskindrelasjonene finner vi dempningskoeffisienten  $b_{22}$ ,

$$\frac{b_{22}}{\rho\omega} = \frac{|X_2|^2}{(\rho g)^2} \tag{37}$$

$$\frac{b_{22}}{\rho\omega} = \frac{(\rho g)^2 L^2 e^{-2KD}}{(\rho g)^2}.$$
(38)

Vi finner så responsen i hiv.

$$(c_{22} - \omega^2(m_{22} + a_{22}) + i\omega b_{22})\xi_2 = AX_2$$
(39)

$$\frac{\xi_2}{A} = \frac{X_2}{(c_{22} - \omega^2(m_{22} + \omega_{22}) + i\omega b_{22})} \tag{40}$$

$$\frac{\xi_2}{A} = \frac{\chi g L e^{-KD}}{(\chi g L - \omega^2 (\chi LD) + i\omega (\chi \omega L^2 e^{-2KD})}$$
(41)

$$\frac{\xi_{2}}{A} = \frac{\chi g L e^{-KD}}{(\chi g L - \omega^{2}(\chi LD) + i\omega(\chi \omega L^{2} e^{-2KD})}$$

$$\frac{\xi_{2}}{A} = \frac{\frac{g}{g} L e^{-KD}}{(\chi g L - \omega^{2}(\chi LD) + i\omega(\chi \omega L^{2} e^{-2KD})}$$

$$\frac{\xi_{2}}{A} = \frac{\frac{g}{g} L e^{-KD}}{(\frac{g}{g} L - \frac{\omega^{2}}{g} LD + i(\frac{\omega^{2}}{g}) L^{2} e^{-2KD})}$$
(41)

$$\frac{\xi_2}{A} = \frac{1 \cancel{L} e^{-KD}}{1 \cancel{L} - K \cancel{L} D + i k L^{\frac{1}{2}} e^{-2KD}}$$

$$\frac{\xi_2}{A} = \frac{e^{-KD}}{1 - KD + i K L e^{-2KD}}$$
(43)

$$\frac{\xi_2}{A} = \frac{e^{-KD}}{1 - KD + iKLe^{-2KD}} \tag{44}$$

sammenlikne fullt utregnet b22 med forenklet b22?

## 7.10 Diffraksjonsproblemet

I diffraksjonsproblemet holdes geometrien fast. Fluidets bevegelse er gitt ved hastighetspotensialet

$$\Phi_D(x, y, t) = Re\left(A\phi_D(x, y)e^{i\omega t}\right),\tag{45}$$

der A er amplituden og  $\phi_0$  potensialet til innkommende bølger. Potensialet D finner vi fra  $\phi_D(x,y)=0$  $\phi_0(x,y) + \phi_7(x,y)$ .  $\phi_0(x,y) = \frac{\mathrm{i}g}{\omega} e^{Ky - \mathrm{i}Kx}$ . Og  $K = \frac{\omega^2}{g}$ . Spredningen  $\phi_7$  er ukjent. Integrallikningen vi bruker for å bestemme summen  $\phi_D = \phi_0 + \phi_7$  til et punkt  $(\bar{x},\bar{y})$  på  $S_B$  er

$$-\pi\phi_D(\bar{x},\bar{y}) + \int_{S_B} \phi_D \frac{\partial G}{\partial n} dS = -2\pi\phi_0(\bar{x},\bar{y})$$
(46)

## 7.10.1 Eksitasjonskraft

Vi ønsker å finne påvirkningskraften numerisk.

$$\frac{X_2}{\rho g} = -\frac{\mathrm{i}\omega}{g} \int_{S_B} \phi_D n_2 dS \tag{47}$$

#### 7.10.2 Haskind relations

Haskind-relasjonene finner vi fra følgende

$$\frac{X_2}{i\omega\rho} = -\int_{S_B} (\phi_0 n_2 + \phi_7 n_2) dS = -\int_{S_B} \left(\phi_0 \frac{\partial \phi_2}{\partial n} + \phi_7 \frac{\partial \phi_2}{\partial n}\right),\tag{48}$$

der randverdibetingelsen  $\frac{\partial \phi_2}{\partial n} = n_2$  er brukt. Videre har vi at potensialet  $\phi_2$  og  $\phi_7$  tilfredstiller den samme randa ved:

- a) Den frie overflaten, der  $-\omega^2 \phi_{2,7} + g \frac{\partial \phi_{2,7}}{\partial y} = 0$ , ved y = 0
- **b)**  $\frac{\partial \phi_{2,7}}{\partial n} = -iK\phi_{2,7}$ , i fjernfeltet ved  $x = \pm \infty$
- c)  $|\nabla \phi_{2,7} \to 0|$ , på dypet  $y \to -\infty$

dette gir at

$$\int_{S_B} \left( \phi_7 \frac{\partial \phi_2}{\partial n} - \phi_0 \frac{\partial \phi_2}{\partial n} \right) = 0. \tag{49}$$

Første haskind-relasjon

$$\frac{X_2^{\text{Haskind v1}}}{i\omega\rho} = -\int_{S_B} \left(\phi_0 \frac{\partial \phi_2}{\partial n} - \phi_2 \frac{\partial \phi_0}{\partial n}\right) dS \tag{50}$$

Andre haskind-relasjon

$$\frac{X_2^{\text{Haskind v2}}}{i\omega\rho} = \int_{S_{-r}} \left(\phi_0 \frac{\partial \phi_2}{\partial n} - \phi_2 \frac{\partial \phi_0}{\partial n}\right) dS,\tag{51}$$

Fjernfeltet  $\phi_2$  er gitt ved

$$\phi_2 = A_2^{\pm \infty} e^{K(\bar{y} \pm i\bar{x})}, \quad x \to \pm \infty \tag{52}$$

der

$$A_2^{\pm \infty} = i \int_{S_B} \left[ \phi_2 \left( n_1 \frac{\partial}{\partial x} + n_2 \frac{\partial}{\partial y} \right) - n_2 \right] e^{K(\bar{y} \pm i\bar{x})} dS$$
 (53)

setter inn i likningen for Haskind<br/>2 $\phi_0 = \frac{\mathrm{i} g}{\omega} e^{K(\bar{y} \pm \mathrm{i} \bar{x})},$  og  $\frac{\partial \phi_2}{\partial n} = -n_2,$  og  $\frac{\partial \phi_0}{\partial n} = \frac{\mathrm{i} g}{\omega} e^{K(\bar{y} \pm \mathrm{i} \bar{x})} * (kjernenderivert?).$ 

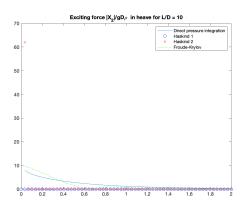
$$\frac{X_2^{\text{H2}}}{\mathrm{i}\omega\rho} = \int_{S_{\infty}} \left( -\frac{\mathrm{i}g}{\omega} e^{K(\bar{y}\pm\mathrm{i}\bar{x})} n_2 - \phi_2 \frac{\mathrm{i}g}{\omega} e^{K(\bar{y}\pm\mathrm{i}\bar{x})} * (??) \right) dS, \tag{54}$$

$$\frac{X_2^{\text{H2}}}{\rho g \omega} = \frac{\mathbf{i} \cdot \mathbf{i}}{\omega} \int_{S_{\infty}} \left[ -n_2 - \phi_2 * (??) \right] e^{K(\bar{y} \pm \mathbf{i}\bar{x})} dS, \tag{55}$$

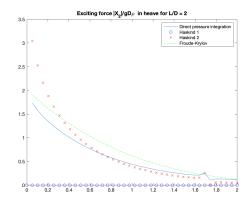
$$\frac{X_2^{\text{H2}}}{\rho g} = i \cdot \underbrace{i \int_{S_{\infty}} \left[ \phi_2 \left( n_1 \frac{\partial}{\partial x} + n_2 \frac{\partial}{\partial y} \right) - n_2 \right] e^{K(\bar{y} \pm i\bar{x})} dS}_{=A_2^{-\infty}}, \tag{56}$$

$$\frac{X_2^{\text{Haskind v2}}}{i\omega\rho} = iA_2^{-\infty},\tag{57}$$

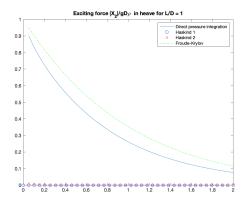
Nå sammenlikner vi eksitasjonskraften ved direkte integrering, Haskind 1 og 2, og Froude-Krylov-tilnærmingen.

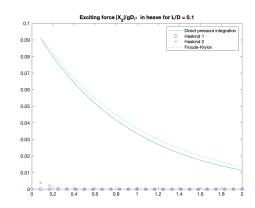


Figur 21: L/D = 10



Figur 22: L/D = 2





Figur 23: L/D = 1

Figur 24: L/D = 0.1

Vise at X2/rhog = i A2-infty. Kalkulere ferdig Haskind1 og 2 i MATLAB

## 7.11 Body response in heave

Likning for bevegelsen, kun i hiv, er gitt ved

$$(-\omega^2(m+a_{22}) + i\omega b_{22} + c_{22})\xi_2 = AX_2, \tag{58}$$

$$\frac{|\xi_2|}{A} = \frac{X_2}{c_{22} - \omega^2(m + a_{22}) + i\omega b_{22}},\tag{59}$$

der  $c_{22} = \rho g S$ . Svømmeflaten S i vårt todimensjonale tilfelle er lengden på geometrien. m er massen til geometrien, som for et fritt flytende legme er lik oppdriftskraften. Den adderte massen blir  $a_{22} = \rho \forall = \rho LD$ .  $b_{22}$  er

$$b_{22} = \frac{K}{4\rho g V_g} |X_2|^2. (60)$$

utlede likningen fra F(t)? legge til mange flere steg fra kladdeboken?

# 7.11.1 Body response in heave

Resonansfrekvensen  $\omega_n$  oppstår der de hydrostatiske kreftene balanserer treghetskreftene,  $c_{22} - \omega^2(m + a_{22}) = 0$ . Resonansfrekvensen for en fritt flytende todimensjonal rektangulær seksjon med bredde L og dypgang D=1 blir,

$$\omega_n^2 = \frac{g}{D} \frac{1}{1 + \frac{a_{22}}{aDL}},\tag{61}$$

For våre 4 geometrier finner vi addert masse fra figur ??, ??, ?? og ??.

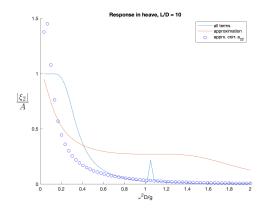
L/D	10	2	1	0.1
$a_{22}$	40	1.8	0.5	0.009
$\frac{w_n^2}{g}$	0.2	0.53	0.67	0.92

Table 1: Resonansfrekvens

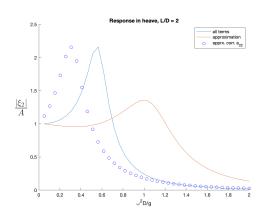
# 7.11.2-3-4 Response as function of frequency

Vi plotter responsen  $\frac{|\xi|}{A}$  på tre måter. Først som en funksjon av frekvensen. Så, funnet ved Froude-Krylov-approksimasjonen  $X_2^{FK}$ , der  $b_{22}$  finnes ved Haskind-relasjonene, og der effekten av addert masse  $a_{22}$  er ignorert. Og til slutt, approksimasjonen, men justert for addert masse. Vi ser at verdiene for resonansfrekvensen tilsvarer toppene på kurvene våre.

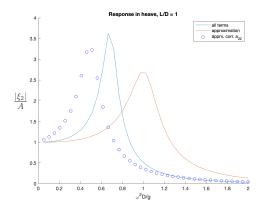
MEK4420 REFERENCES



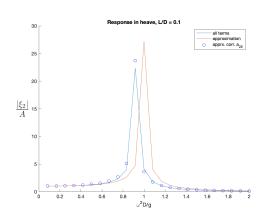
Figur 25: L/D = 10



Figur 26: L/D = 2



Figur 27: L/D = 1



Figur 28: L/D = 0.1

# 7.12 Konklusjon

- 1. Hva har blitt gjort: Jeg har skrevet opp en rekke formler og har forsøkt å vise fremgangsmåten til alle utledningene stegvis. Til tider noe møysommelig.
- 2. Jeg har implementert en løser for å beregne potensialene til 4 enkle geometrier. Ved å sette sammen det vi lærer fra Radiasjonsproblemet og Diffraksjonsproblemet har vi kunnet implementere en løser for responsen til vårt objekt i vannet.

3.

4.

- 5. Funnet: Har funnet resonansfrekvensen til de fire geometriene.
- 6. Vi funnet ut at det er viktig å korrigere for addert masse.

7.

- 8. Forståelse: Har tydelig sett at det er stor forskjell på lange, flate geometrier og korte, dype geometrier. Lange reagerer ulikt på forskjellige bølger.
- 9. Vi har sett at resonansfrekvensen øker når lengden på geometrien øker.

10.

#### References

[1]: Marine Hydrodynamics, J. Newman. [2]: Forelesningsnotater MEK4420, J. Grue.