Дано: $t_1 = t_2$; $R_2 = 2R_1$; $T_⊕ = 24^h$; $M_⊕ = 5{,}974 \cdot 10^{24}$ кг

Найти: R_1 и R_2 – ?

Решение:

Т.к. спутники всегда одновременно появляются в небе наблюдателя, то их синодические периоды равны:

$$\frac{1}{S_{1,2}} = \left| \frac{1}{T_⊕} \pm \frac{1}{T_{1,2}} \right|$$

1-ый случай

$$\left.\begin{aligned} \frac{1}{S_1} &= \frac{1}{T_⊕} + \frac{1}{T_1} \\ \frac{1}{S_2} &= \frac{1}{T_⊕} + \frac{1}{T_2} \\ \frac{1}{S_1} &= \frac{1}{S_2} \end{aligned}\right\} \Rightarrow T_1 = T_2,$$ но такого не может быть, т.к. $R_1 \neq R_2$

2-ой случай:

$$\frac{1}{S_1} = \left| \frac{1}{T_⊕} - \frac{1}{T_1} \right|$$

$$\frac{1}{S_2} = \left| \frac{1}{T_⊕} - \frac{1}{T_2} \right|$$

$$\frac{T_2^2}{T_1^2} = \frac{R_2^3}{R_1^3} = 8 \quad \Rightarrow T_2 = 2\sqrt{2}\, T_1$$

$$\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_⊕} = \frac{1}{T_⊕} - \frac{1}{T_2}$$

$$\frac{1}{T_1} + \frac{1}{2\sqrt{2}T_1} = \frac{2}{T_⊕} \quad \Rightarrow 2\sqrt{2}\, T_1 = \frac{T_⊕(1+2\sqrt{2})}{2}$$

$$T_1 = \frac{T_⊕(1+2\sqrt{2})}{4\sqrt{2}} \approx 16{,}2^h; \quad T_2 \approx 45{,}9^h$$

$$\boxed{R_1 = \sqrt[3]{\frac{GM_⊕ T_1^2}{4\pi^2}} \approx 32{,}5 \cdot 10^3 \text{ км}}$$

$$\boxed{R_2 = 2R_1 = 65 \cdot 10^3 \text{ км}}$$

Ответ: $32{,}5 \cdot 10^3$ км и $65 \cdot 10^3$ км