Санкт-Петербургский Политехнический Университет Петра Великого
Институт компьютерных наук и технологий
Кафедра компьютерных систем и программных технологий

Телекоммуникационные технологии

Отчет по лабораторной работе №1-2

Сигналы телекоммуникационных систем. Ряд Фурье. Преобразование Фурье. Корреляция

Работу выполнил:
Шустенков О.А.
Группа: 33501/1
Преподаватель:
Богач Н.В.

Санкт-Петербург
2018

Содержание

1. Цель работы

- Познакомиться со средствами генерации и визуализации простых сигналов.
- Получить представление о спектрах телекоммуникационных сигналов.

2. Постановка задачи

В командном окне MATLAB и в среде Simulink промоделировать синусоидальный и прямоугольный сигналы с различными параметрами. Получить их спектры. Вывести на график.

С помощью функции корреляции найти позицию синхропосылки [101] в сигнале

[0001010111000010]. Получить пакет данных, если известно, что его длина составляет 8 бит без учета синхропосылки. Вычислите корреляцию прямым методом, воспользуйтесь алгоритмом быстрой корреляции, сравните время работы обоих алгоритмов.

3. Теоретическая часть

Сигнал (в теории информации и связи) — материальный носитель информации, используемый для передачи сообщений в системе связи. Сигнал может генерироваться, но его приём не обязателен, в отличие от сообщения, которое должно быть принято принимающей стороной, иначе оно не является сообщением. Сигналом может быть любой физический процесс, параметры которого изменяются в соответствии с передаваемым сообщением. Сигнал, детерминированный или случайный, описывают математической моделью, характеризующей изменение параметров сигнала. Математическая модель представления сигнала, как функции времени, является основополагающей концепцией теоретической радиотехники, оказавшейся плодотворной как для анализа, так и для синтеза радиотехнических устройств и систем.

Спектр сигнала— в радиотехнике это результат разложения сигнала на более простые в базисе ортогональных функций. В качестве разложения обычно используются преобразование Фурье.

3.1. Ряд и интеграл Фурье

Любая ограниченная, периодическая функция, имеющая конечное число экстремумов на протяжении периода, может быть представлена в виде ряда Фурье:

$$\varphi_p(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k e^{j2\pi k f_1 t} \tag{1}$$

где $f_1 = 1/T_1; T_1$ период функции $\varphi_p(t)$; C_k - постоянные коэффициенты. Коэффициенты могут быть найдены следующим образом:

$$C_k = \frac{1}{T_1} \int_{t_0}^{t_0+T_1} \varphi_p(t) e^{-j\pi k f_1 t} dt \tag{2}$$

При этом значение выражение не зависит от t_0. Обычно берется $t_0 = 0$ или $t_0 = -T_1/2$.

Приведенные формулы можно записать в виде одного выражения:

$$\varphi_p(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left[\frac{1}{T_1} \int_{t_0}^{t_0+T_1} \varphi_p(t) e^{-j\pi k f_1 t} dt \right] e^{j2\pi k f_1 t} \quad (3)$$

Ряд Фурье справедлив для периодических сигналов, однако на его основе можно вывести соотношения и для непериодических сигналов. В этом случае период $T_1 \to \infty$, в связи с этим частота $f_1 \to 0$ и обозначается как df, kf_1 является текущим значением частоты f, а сумма меняется на интеграл. В результате получается выражение:

$$\varphi_p(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{\infty} \varphi_p(t) e^{-j2\pi f t} dt \right] e^{j2\pi f t} df. \quad (4)$$

Это выражение называется интегралом Фурье и объединяет прямое преобразование Фурье:

$$\Phi(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_p(t) e^{-j2\pi f t} dt \quad (5)$$

и обратное преобразование Фурье:

$$\varphi(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(f) e^{j2\pi f t} dt. \quad (6)$$

Приведенные преобразования существуют только для функций с ограниченной энергией:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\varphi(t)|^2 dt \neq \infty \quad (7)$$

В большинстве случаев термин преобразование Фурье(ПФ) обозначает именно интеграл Фурье. Преоб разование Фурье сигнала так же называется спектром сигнала.

3.2. Свойства преобразования Фурье

Преобразование Фурье имеет ряд свойств:

- Суммирование функций.

Преобразование Фурье – линейное преобразование. Отсюда следует:

$$\sum_{i=1}^{n} \alpha_i \varphi_i(t) \leftrightarrow \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \Phi_i(f) \quad (8)$$

где α_i постоянный коэффициент.

- Смещение функций.

При смещении функции на t_0 ее ПФ умножается на $e^{j2\pi f t_0}$

$$\varphi(t - t_0) \leftrightarrow e^{-j2\pi f t_0} \Phi(f). \quad (9)$$

- Изменение масштаба аргумента функции.

При домножении аргумента функции t на постоянный коэффициент α, ПФ функции имеет вид $\frac{1}{|\alpha|}\Phi(\frac{f}{\alpha})$:

$$\varphi(\alpha t) \leftrightarrow \frac{1}{\alpha}\Phi\left(\frac{f}{\alpha}\right) \tag{10}$$

- Перемножение функций.

ПФ произведения двух функции равно свертки ПФ этих функций:

$$\varphi_1(t)\varphi_2(t) \leftrightarrow \Phi_1(f) * \Phi_2(f). \tag{11}$$

- Свертывание функций.

ПФ свертки двух функций равно произведению ПФ этих функций:

$$\varphi_1(t) * \varphi_2(t) \leftrightarrow \Phi_1(f)\Phi_2(f). \tag{12}$$

- Дифференцирование функции.

При дифференцировании функции ее ПФ домножается на $j2\pi f$:

$$\frac{d[\varphi(t)]}{dt} \leftrightarrow j2\pi f\Phi(f) \tag{13}$$

- Интегрирование функции.

При интегрировании функции ее ПФ делится на $j2\pi f$:

$$\int_{-\infty}^{t} \varphi(t')dt' \leftrightarrow \frac{1}{j2\pi f}\Phi(f) \tag{14}$$

- Обратимость преобразования.

Преобразование обратимо с точность до знака аргумента.

$$\varphi(t) \leftarrow \Phi(f) \tag{15}$$

$$\Phi(t) \leftrightarrow \varphi(-f), \Phi(-t) \leftrightarrow \varphi(f) \tag{16}$$

3.3. Корреляция

Для нахождения посылки в сигнале можно использовать алгоритм взаимной корреляции, где N- длинна всех x и y. Для нахождения посылки можно сдвигать один вектор относительно другого, каждый раз находя значение корреляции. Максимальная корреляция будет соответствовать месту искомой посылки:

$$R = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i * y_i \tag{17}$$

Алгоритм быстрой корреляции:

$$R = \frac{1}{N}F_d^{-1}[X's * Y] \tag{18}$$

4. Ход выполнения работы

В данной работе была выполнена генерация синусоидального и прямоугольного сигналов. Каждый из обрабатываемых сигналов содержит 512 отсчетов.

Спектр гармонического сигнала представляет собой набор дискретных отсчетов на частоте, которая совпадает с частой гармоник в сигнале. Значение спектра в отсчетах зависит от амплитуды соответствующих гармоник.

4.1. Построение синусоидального сигнала и его спектра в командном окне Matlab

В командном окне Matlab был сформирован синусоидальный сигнал с помощью функции *sin*.

Амплитуда = 1.

Длительность каждого импульса = 1 мс.

Частота дискретизации = 20 Гц

Листинг 1: Код в программе MatLab

```
Fs = 20;%Sample frequency
x = 0:1/Fs:30;

y = sin(pi.*2*x);

plot(x,y);
title('Signal')
xlabel('Time (ms)')
grid

figure

N = 512;% number of samples
ffty = fft(y,N); %Fast Fourier transform
f = (0:N-1)*Fs/N; % frequency range
plot(f,abs(ffty)/N) %Amplitude
title('Signal Spector');
xlabel('Frequency (Hz)');
```

Сверху представлен код программы, который создает синусоидальный сигнал и его спектр(преобразование Фурье) (рис 4.1.1).

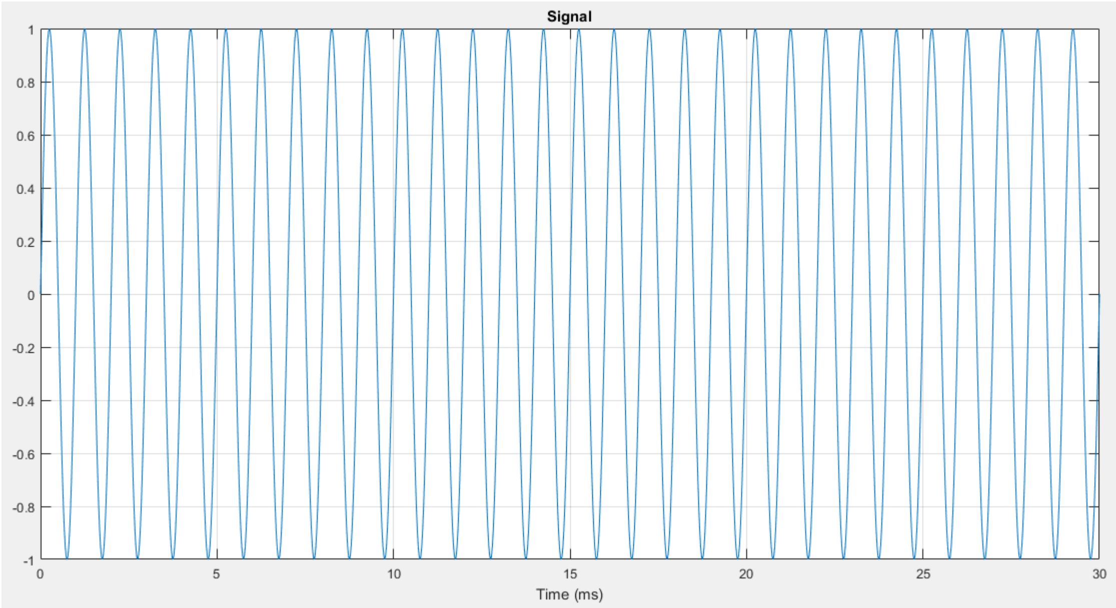

рис. 4.1.1. График синусоидального сигнала

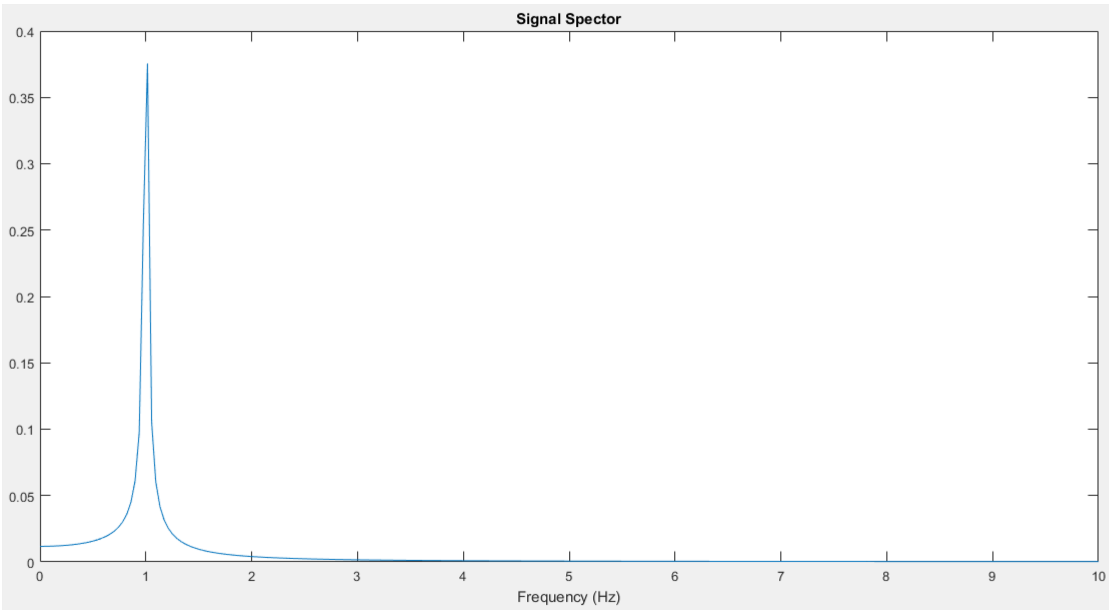

рис. 4.1.2. Спектр синусоидального сигнала

4.2. Построение прямоугольного сигнала и его спектра в командном окне Matlab

В командном окне Matlab был сформирован прямоугольный сигнал с помощью функции *square*.

Амплитуда = 1.

Длительность каждого импульса = 0.5 мс.

Частота дискретизации = 33 Гц

Листинг 2: Код в программе MatLab

```
Fs = 33;%Sample frequency
x = 0:1/Fs:30;

y = square(pi.*2*x);

plot(x,y);
title('Signal')
xlabel('Time (ms)')
grid

figure

N = 512;% number of samples
ffty = fft(y,N); %Fast Fourier transform
f = (0:N-1)*Fs/N; % frequency range
plot(f,abs(ffty)/N) %Amplitude
title('Signal Spector');
xlabel('Frequency (Hz)');
```

Сверху представлен код программы, который создает прямоугольный сигнал и его спектр (преобразование Фурье) (рис 4.2.1).

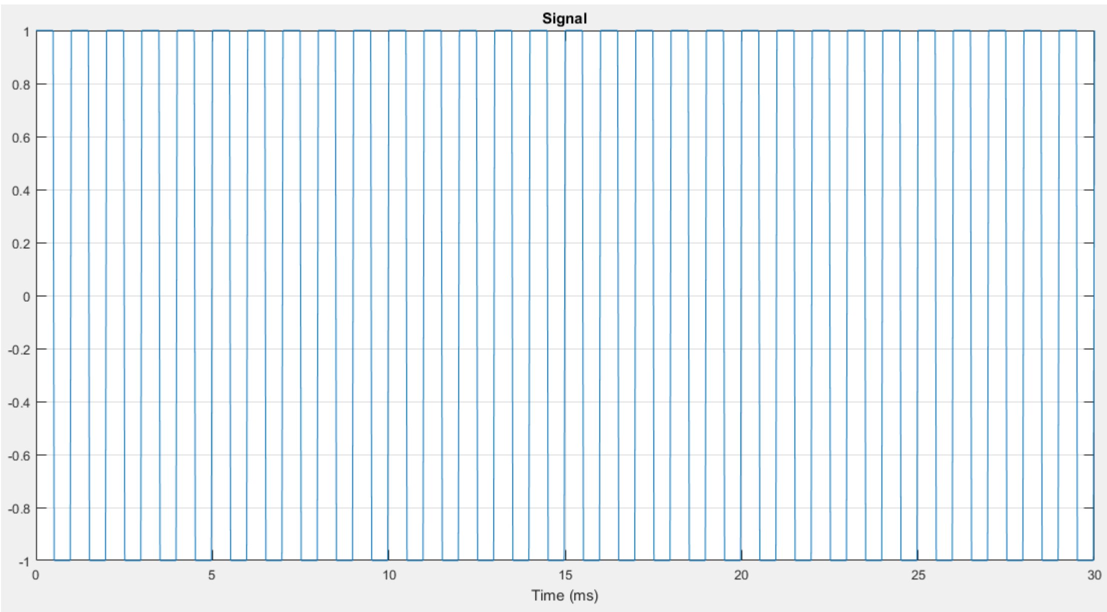

рис. 4.2.1. График прямоугольного сигнала

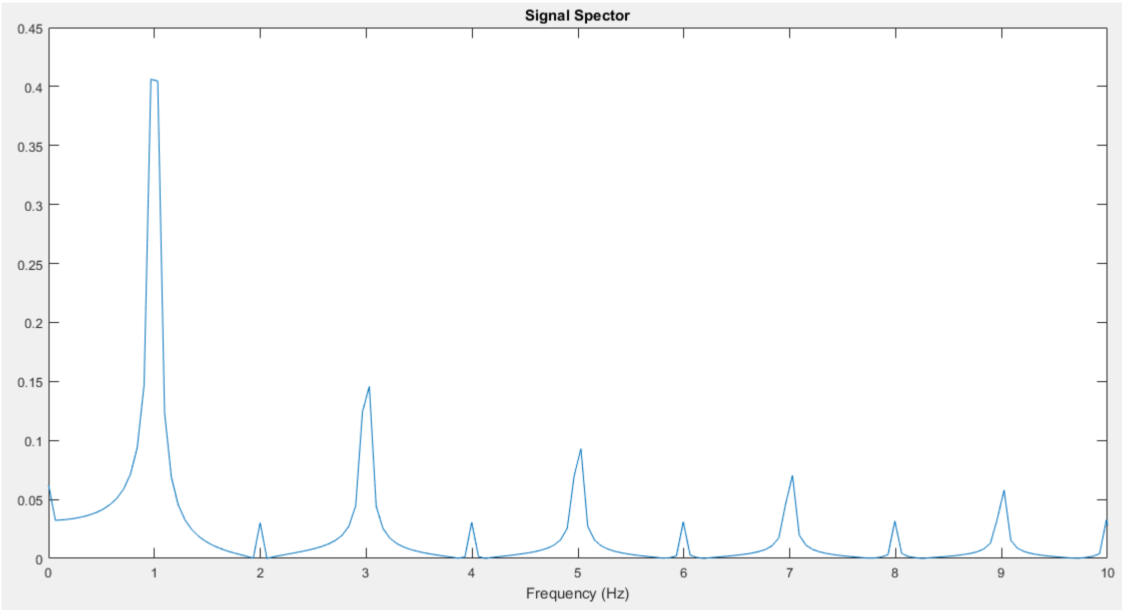

рис. 4.2.2. Спектр прямоугольного сигнала

4.3. Построение синусоидального сигнала и его спектра в Simulink

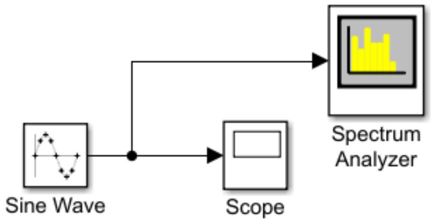

рис. 4.3.1. Схема синусоидального сигнала в Simulink

Сверху представлена схема, созданная для отображения синусоидального сигнала и его спектра в Simulink (рис 4.3.1). В блоке 'Sine Wave' были выбранны те же параметры синусоидального сигнала, что и в Matlab.

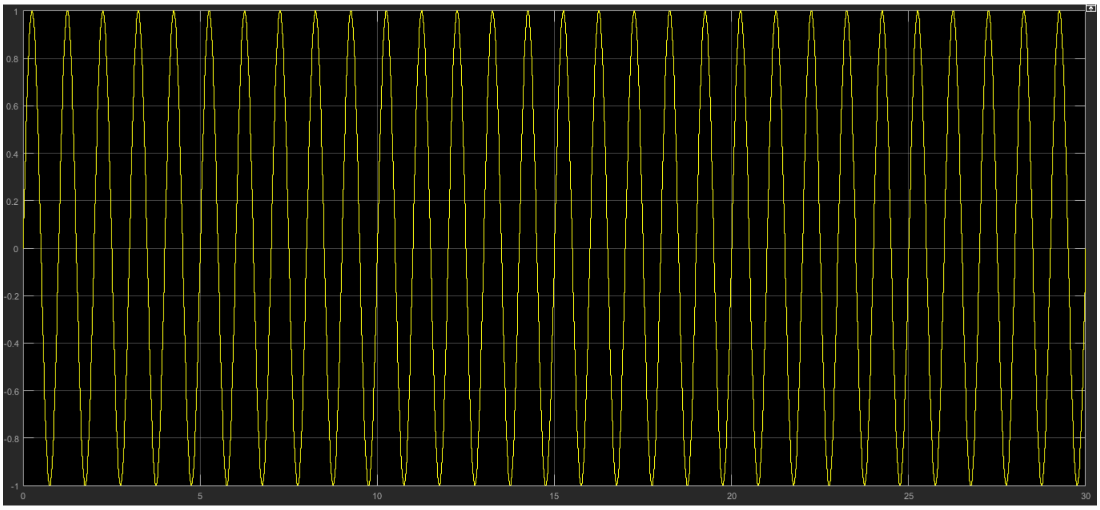

рис. 4.3.2. График синусоидального сигнала в Simulink

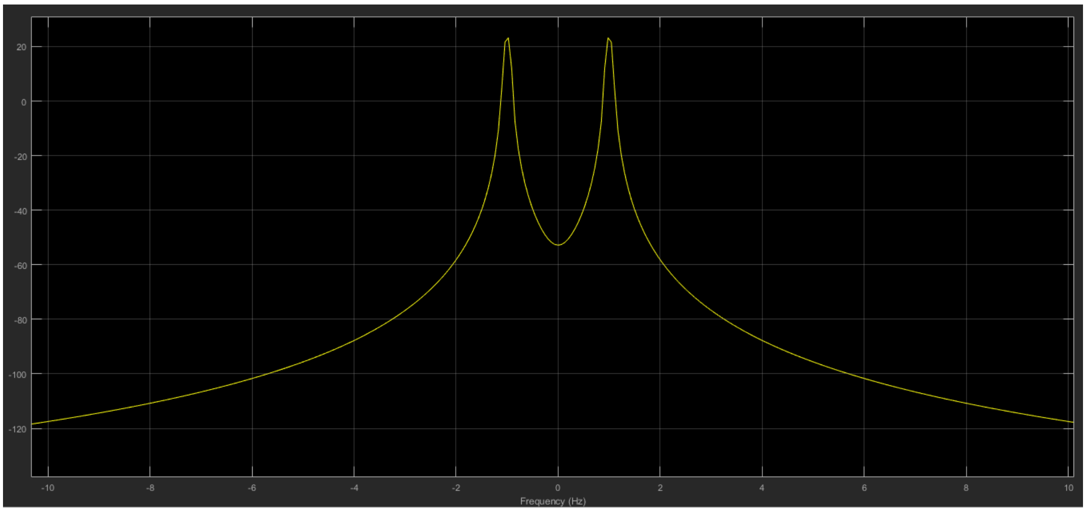

рис. 4.3.3. Спектр синусоидального сигнала в Simulink

4.4. Построение прямоугольного сигнала и его спектра в Simulink

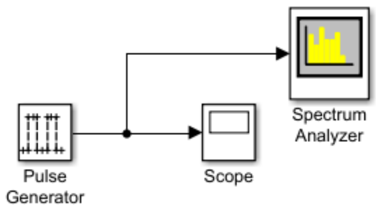

рис. 4.4.1. Схема прямоугольного сигнала в Simulink

Сверху представлена схема, созданная для отображения прямоугольного сигнала и его спектра в Simulink (рис 4.4.1). В блоке 'Pulse Generator' были выбранны те же параметры прямоугольного сигнала, что и в Matlab.

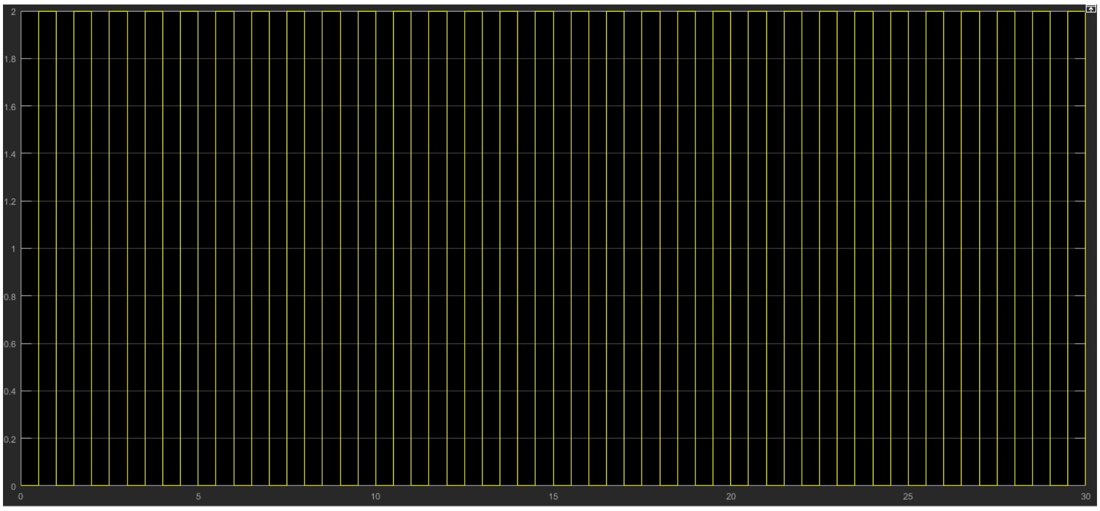

рис. 4.4.2. График прямоугольного сигнала в Simulink

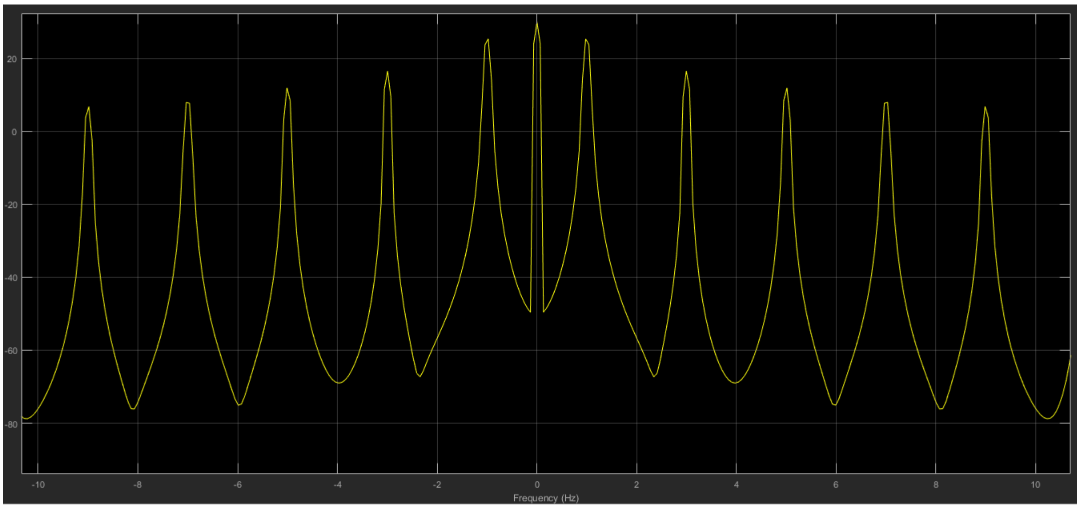

рис. 4.4.3. Спектр прямоугольного сигнала в Simulink

4.5. Сравнение прямой и быстрой корреляции

Нахождение синхропосылки [101] в сигнале [00010101110000010].

Листинг 3: Код в программе MatLab

```
x = [0 0 0 1 0 1 0 1 1 1 0 0 0 0 1 0];
y = [1 0 1];
tic
for i = 1:length(xx)
    R(i) = sum(xx .* circshift(yy, i-1, 2)) / length(xx);
end
toc

```

```
tic
xx = fft(xx);
yy = fft(yy);
xx = conj(xx);
BR = ifft(xx .* yy)/length(xx);
toc
```

Вывод: при запусте программы оба алгоритма показали, что посылка в сигнале была найдена 2 раза.

Время выполнения прямой корреляции: 0.246 мс

Время выполнения быстрой корреляции: 0.093 мс

5. Выводы

В данной лабораторной работе мы ознакомились с различными средствами генерации и визуализации простых сигналов (синусоидальный и прямоугольный) в пакете MatLab и Simulink. Также были созданны их спектры.

5.1. Признаки классификации сигналов

Основными признаками классификации сигналов являются:

- Характер измерения информативного и временного параметров (аналоговый, дискретный, цифровой).
- Характер изменения во времени (постоянные и переменные).
- По степени наличия априорной информации (детерминированные, квазидетерминированные и случайные).
- Периодичность сигналов

5.2. Примеры применения преобразования Фурье в телекоммуникационных технологиях

Примеры применения преобразования Фурье в телекоммуникационных технологиях - обработка звука и изображений (их сжатие и кодировка, восстановление и улучшение, обработка массивов отсчетов).

Также модуляция и демодуляция данных для передачи по каналам связи, фильтрация сигналов.