

## Приложение. Спецификация моделей. Выбор переменных.

Используемые ARCH-модели:

GARCH(1,1)

$$\begin{aligned} Y_{t,T} &= \gamma_0 + \gamma_1 R_{rub,t} + \gamma_2 X_{1,t} + \gamma_3 X_{2,t} + z_t \\ z_t &= \sqrt{\sigma_t^2} e_t \\ \sigma_t^2 &= \alpha_0 + \alpha_1 z_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 \end{aligned}$$

ARCH(1)

$$\begin{aligned} Y_{t,T} &= \gamma_0 + \gamma_1 R_{rub,t} + \gamma_2 X_{1,t} + \gamma_3 X_{2,t} + z_t \\ z_t &= \sqrt{\sigma_t^2} e_t \\ \sigma_t^2 &= \alpha_0 + \alpha_1 z_{t-1}^2 \end{aligned}$$

IGARCH(1,1)

$$\begin{aligned} Y_{t,T} &= \gamma_0 + \gamma_1 R_{rub,t} + \gamma_2 X_{1,t} + \gamma_3 X_{2,t} + z_t \\ z_t &= \sqrt{\sigma_t^2} e_t \\ \sigma_t^2 &= \alpha_0 + \alpha_1 z_{t-1} + \beta_1 \sigma_{t-1}^2, \quad \alpha_1 + \beta = 1 \end{aligned}$$

ARIMA

$$Y_{t,T} = \gamma_0 + \gamma_1 R_{rub,t} + \gamma_2 X_{1,t} + \gamma_3 X_{2,t} + \gamma_4 Y_{t-1} + z_t,$$

Асимметричные ARCH-модели:

EGARCH(1,1)

$$\begin{aligned} Y_{t,T} &= \gamma_0 + \gamma_1 R_{rub,t} + \gamma_2 X_{1,t} + \gamma_3 X_{2,t} + z_t \\ z_t &= \sqrt{\sigma_t^2} e_t \\ \log \sigma_t^2 &= \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i g(z_{t-i}) + \sum_{j=1}^p \beta_j \log \sigma_{t-j}^2, \quad g(z_t) = \delta_1 z_t + \delta_2 (|z_t| - \sqrt{2/\Pi}), \quad z_t \sim iid(0, 1) \\ \log \sigma_t^2 &= \alpha_0 + \alpha_1 (\delta_1 z_{t-1} + \delta_2 (|z_{t-1}| - \sqrt{2/\Pi})) + \beta_1 \log \sigma_{t-1}^2 \end{aligned}$$

SAGARCH(1,1)

$$Y_{t,T} = \gamma_0 + \gamma_1 R_{rub,t} + \gamma_2 X_{1,t} + \gamma_3 X_{2,t} + z_t$$

$$z_t = \sqrt{\sigma_t^2} e_t$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 z_{t-1} + \beta_1 \sigma_{t-1}^2$$

TARCH(1)

$$Y_{t,T} = \gamma_0 + \gamma_1 R_{rub,t} + \gamma_2 X_{1,t} + \gamma_3 X_{2,t} + z_t$$

$$z_t = \sqrt{\sigma_t^2} e_t$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 z_{t-1} + \alpha_2 I_{t-1} z_{t-1},$$

$$I_t = \begin{cases} 1, & z_t < 0 \\ 0, & z_t \geq 0 \end{cases}$$

TGARCH(1,1)

$$Y_{t,T} = \gamma_0 + \gamma_1 R_{rub,t} + \gamma_2 X_{1,t} + \gamma_3 X_{2,t} + z_t$$

$$z_t = \sqrt{\sigma_t^2} e_t$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 z_{t-1} + \alpha_2 I_{t-1} z_{t-1} + \beta_1 \sigma_{t-1}^2,$$

$$I_t = \begin{cases} 1, & z_t < 0 \\ 0, & z_t \geq 0 \end{cases}$$

Таблица 8. Спецификация моделей. Часть 1.

Срок погашения, лет	Номер сегмента	Метод множителей Лагранжа. Значимы ли arch-эффекты?		GARCH(1,1) Значимы ли		Если используется ARCH	
		+/-	уровень значимости	arch-эффекты?	garch-эффекты?	Выполняется ли ограничение $\alpha+\beta<1$	Если нет - равны ли они в сумме 1?
0,25	Сегмент 1	+	***	+	+	+	
	Сегмент 2	+	**	+	-	+	
	Сегмент 3	+	***	+	+	+	
0,5	Сегмент 1	+	***	+	+	+	
	Сегмент 2	+	***	+	-	+	
	Сегмент 3	+	***	+	+	+	
0,75	Сегмент 1	+	***	+	+	+	
	Сегмент 2	+	***	+	-	+	
	Сегмент 3	+	***	+	+	+	
1	Сегмент 1	+	***	+	+	+	
	Сегмент 2	+	***	+	-	+	
	Сегмент 3	+	***	+	+	+	
2	Сегмент 1	+	***	+	+	+	
	Сегмент 2	+	*	-	+	+	
	Сегмент 3	+	***	+	+	+	
3	Сегмент 1	+	***	+	+	-	+
	Сегмент 2	+	*	+	+	+	
	Сегмент 3	+	***	+	+	+	
5	Сегмент 1	+	***	-	+	-	+
	Сегмент 2	-					
	Сегмент 3	+	**	-	+	+	
7	Сегмент 1	+	***	-	+	-	+
	Сегмент 2	-					
	Сегмент 3	+	**	+	+	-	+
10	Сегмент 1	+	***	-	+	-	+
	Сегмент 2	-					
	Сегмент 3	+	**	+	+	-	+
15	Сегмент 1	-					
	Сегмент 2	-					
	Сегмент 3	+	*	-	+	+	
20	Сегмент 1	-					
	Сегмент 2	-					
	Сегмент 3	+	***	-	+	+	
30	Сегмент 1	+	**	+	+	+	
	Сегмент 2	+	*	-	-	+	
	Сегмент 3	+	***	+	+	+	

Примечания: «\*\*\*» – уровень значимости 1%, «\*\*» – уровень значимости 5%, «\*» – уровень значимости 10%. «+» – да, «-» – нет.

Таблица 9. Спецификация моделей. Часть 2.

Срок погашения, лет	Номер сегмента	Если необходимо моделировать arch-эффекты, но в GARCH(1,1) незначим arch-коэффициент	Есть ли улучшения с использованием асимметричных моделей?	Какая из асимметричных моделей лучше всего представляет данные?	Итог: наилучшая модель
		Улучшает ли качество модели переход к ARCH(1)			
0,25	Сегмент 1				GARCH(1,1)
	Сегмент 2				ARCH(1)
	Сегмент 3				GARCH(1,1)
0,5	Сегмент 1				GARCH(1,1)
	Сегмент 2				AR(1)-ARCH(1)
	Сегмент 3				GARCH(1,1)
0,75	Сегмент 1				GARCH(1,1)
	Сегмент 2				AR(1)-ARCH(1)
	Сегмент 3				GARCH(1,1)
1	Сегмент 1				GARCH(1,1)
	Сегмент 2				AR(1)-ARCH(1)
	Сегмент 3				GARCH(1,1)
2	Сегмент 1				GARCH(1,1)
	Сегмент 2	-	+	TGARCH	TGARCH(1,1)
	Сегмент 3				GARCH(1,1)
3	Сегмент 1				IGARCH(1,1)
	Сегмент 2		+	TARCH	TARCH(1)
	Сегмент 3				GARCH(1,1)
5	Сегмент 1	-	+	TGARCH	TGARCH(1,1)
	Сегмент 2				ARIMA(0,0,0)
	Сегмент 3	-	+	SAGARCH	SAGARCH(1,1)
7	Сегмент 1	-			IGARCH(1,1)
	Сегмент 2				ARIMA(0,0,0)
	Сегмент 3				IGARCH(1,1)
10	Сегмент 1	-			IGARCH(1,1)
	Сегмент 2				ARIMA(0,0,0)
	Сегмент 3				IGARCH(1,1)
15	Сегмент 1				ARIMA(0,0,0)
	Сегмент 2				ARIMA(0,0,0)
	Сегмент 3	-	+	EGARCH	EGARCH(1,1)
20	Сегмент 1				ARIMA(0,0,0)
	Сегмент 2				ARIMA(0,0,0)
	Сегмент 3	+			ARCH(1)
30	Сегмент 1				AR(1)-GARCH(1,1)
	Сегмент 2	-	+	EGARCH	EGARCH(1,1)
	Сегмент 3				GARCH(1,1)

Примечания: «+» – да, «-» – нет.

Доходности g-кривой являются стационарными временными рядами, коэффициент эксцесса больше нуля, что обуславливает необходимость использовать не нормальное распределение ошибок (тесты также отвергают нормальность распределения). При этом не наблюдается ярко выраженного смещения распределения, поэтому будем использовать несмещенное распределение ошибок. В дальнейшем во всех моделях будем использовать обобщенное распределение ошибок (GED), с помощью пакета Stata будем автоматически определять величину share parameter для каждой построенной модели и потом с помощью теста Колмогорова-Смирнова проверять соответствие выбранного распределения ошибок. В результате тест Колмогорова-Смирнова не отвергает гипотезу о соответствии ошибок GED-

распределению для каждого из временных сегментов.

Рассматриваемые переменные курса рубля, цены на нефть и биржевых индексов:

- (1) доходность значений индекса Московской биржи на момент открытия торговой сессии;
- (2) доходность значений индекса Московской биржи на момент закрытия;
- (3) доходность межбанковской ставки кредитования;
- (4) доходность цены на нефть марки Brent на момент открытия биржи;
- (5) доходность цены на нефть марки Brent на момент закрытия биржи;
- (6) доходность дневного изменения цены на нефть марки Brent (от предыдущего показателя разница появляется только в дни несовпадения российских выходных дней с общемировыми);
- (7) доходность цены на нефть марки Brent на 18:30 по московскому времени (примерное время опубликования значений g-кривой);
- (8) доходность курса рубля к доллару США на момент открытия биржи;
- (9) доходность курса рубля к доллару США на момент закрытия биржи;
- (10) доходность дневного изменения курса рубля к доллару США (от предыдущего показателя разница появляется только в дни несовпадения российских выходных дней с общемировыми);
- (11) доходность курса рубля к доллару США на 18:30 по московскому времени (примерное время опубликования значений g-кривой).

Результаты спецификации уравнения условного среднего для всех сроков погашения  $T$  и различных сегментов можно посмотреть в таблице ниже, для показателей (1)-(11) показан показатель, минимизирующий информационные критерии, для остальных – необходимость включения их в модель на основе информационных критериев и  $p$ -value:

Таблица 10. Спецификация набора регрессоров.

Срок погашения, лет	Номер сегмента	Состояние экономики	Изменения ключевой ставки	Внеочередные заседания и первые рабочие дни года
		(1)-(11)		
0,25	Сегмент 1	(11)	+	+
	Сегмент 2	(11)	+	+
	Сегмент 3	(6)	-	+
0,5	Сегмент 1	(11)	+	+
	Сегмент 2	(11)	+	+
	Сегмент 3	(11)	+	+
0,75	Сегмент 1	(9)/(11)	+	+
	Сегмент 2	(11)	+	+
	Сегмент 3	(11)	+	+
1	Сегмент 1	(9)/(11)	+	+
	Сегмент 2	(11)	+	+
	Сегмент 3	(11)	-	+
2	Сегмент 1	(11)	+	+
	Сегмент 2	(11)	-	+
	Сегмент 3	(11)	+	+
3	Сегмент 1	(11)	+	+
	Сегмент 2	(9)/(11)	-	+
	Сегмент 3	(11)	-	+
5	Сегмент 1	(11)	-	+
	Сегмент 2	(9)/(11)	+	+
	Сегмент 3	(11)	-	+
7	Сегмент 1	(11)	-	+
	Сегмент 2	(11)	-	+
	Сегмент 3	(11)	+	+
10	Сегмент 1	(11)	-	+
	Сегмент 2	(11)	-	+
	Сегмент 3	(11)	+	+
15	Сегмент 1	(11)	+	+
	Сегмент 2	(11)	-	+
	Сегмент 3	(11)	-	+
20	Сегмент 1	(11)	+	+
	Сегмент 2	(11)	-	+
	Сегмент 3	(11)	-	+
30	Сегмент 1	(11)	+	-
	Сегмент 2	(11)	+	+
	Сегмент 3	(11)	-	+

Примечания: «+» – данный регрессор необходимо включить в модель, «-» – добавление данного регрессора не улучшает качество модели.

Как можно видеть, для учета состояния экономики лучше всего подходит доходность курса рубля к доллару США на 18:30 по московскому времени. В тех случаях, когда регрессии с доходностью курса рубля на момент закрытия биржи столь же качественно представляют данные мы тем не менее оставляем показатель (11) в качестве объясняющей переменной для большего единообразия моделей. Однако, в одном из случаев (для  $T = 0,25$  в третьем временном сегменте) мы будем использовать доходность внутридневного изменения цены на нефть марки Brent.

Помимо этого, были проверены гипотезы наличия линейного тренда (отвергнута), гипотеза влияния санкций с помощью введения дамми-переменной, принимающей значение равное единице с момента введения санкций, методология построения данного регрессора взята из работы Аганина и Пересецкого (2018) (гипотеза о необходимости добавления эффекта санкций отвергнута). Также была проверена необходимость добавления четырех дамми-переменных на дни недели (Кузнецова, Ульянова, 2018). Некоторые из дней недели в различных моделях оказались значимы, однако, в целом подобный подход не повышает качество представления данных, так что в дальнейшем данные переменные не использовались.

