UNIVERSIDADE FEDERAL
DE SANTA CATARINA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
PROF. LUIZ RADAVELLI

PROVA 2
MTM5245 - ÁLGEBRA LINEAR

Instruções:

- Prova individual;
- Interpretação das questões também fazem parte da avaliação;
- Detalhes, justificativas, das resoluções também farão parte da avaliação;
- Procure simplificar as respostas ao máximo;
- Organize suas resoluções. Você pode fazê-las à lápis.
- A prova tem peso de 0 a 100, que corresponde à escala de 0 a 10.
- Horário da prova: 13:30 as 15:10.

NOTA

ALUNO(A): Gustavo Alegório **MATRÍCULA:** 15100742

1. Sobre as funções dadas abaixo, justifique se são ou não são transformações lineares.

   (a) (10 pontos) $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definida por $T\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} xy \\ x+y \end{pmatrix}$

   (b) (10 pontos) $T : M_{2\times 2} \to M_{2\times 2}$ definida por $T\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+b & 0 \\ 0 & c+d \end{pmatrix}$

a) $T(\alpha u) = T\begin{pmatrix} \alpha x \\ \alpha y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha x \alpha y \\ \alpha x + \alpha y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha^2 xy \\ \alpha(x+y) \end{pmatrix} = \alpha \begin{pmatrix} \alpha xy \\ x+y \end{pmatrix}$

não é uma T.L.

b) $T(u+v) = T\begin{pmatrix} a+e & b+f \\ c+g & d+h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+e+b+f & 0 \\ 0 & c+g+d+h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+b & 0 \\ 0 & c+d \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e+f & 0 \\ 0 & g+h \end{pmatrix}$

$T(\alpha u) = T\begin{pmatrix} \alpha a & \alpha b \\ \alpha c & \alpha d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha a + \alpha b & 0 \\ 0 & \alpha c + \alpha d \end{pmatrix} = \alpha \begin{pmatrix} a+b & 0 \\ 0 & c+d \end{pmatrix}$

é uma T.L

2. Para os vetores $u = (-3, 1, 0)$ e $v = (2, -1, 3)$, $\Rightarrow \langle u, v \rangle = -6-1+0 = -7$

   (a) (5 pontos) Verifique a *desigualdade de Cauchy-Schwarz.*

   (b) (5 pontos) Verifique a *desigualdades triangular.* $\|u\| = \sqrt{9+1+0} = \sqrt{10}$; $\|v\| = \sqrt{4+1+9} = \sqrt{14}$

a) $|\langle u, v \rangle| \leq \|u\| \cdot \|v\|$

$|-7| \leq \sqrt{10} \cdot \sqrt{14}$

$7 \leq \sqrt{140}$

$\|u+v\| \leq \|u\| + \|v\|$

$\|(-1, 0, 3)\| \leq \sqrt{10} + \sqrt{14}$

$\sqrt{1+0+9} \leq \sqrt{10} + \sqrt{14}$

$\sqrt{10} \leq \sqrt{10} + \sqrt{14}$