...ja a transformação linear $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ definida por $T(x_1, x_2) = (x_1 - 2x_2, 3x_1 + x_2, x_1 + x_2)$.

(a) (10 pontos) Verifique se T é uma transformação linear injetora e se é sobrejetora.

(b) (10 pontos) Calcule uma base ortonormal para o espaço imagem de T.

a) Sabe-se que se $T: U \to V$, então

$$\dim U = \dim N(T) + \dim Im(T)$$

no problema,

$$\left.\begin{array}{l}\dim U = 2\\ \dim N = 0\end{array}\right\} \dim Im = 2$$

logo, não é sobrejetora $(\dim \mathbb{R}^3 = 3)$

b) $$y = T(x) = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} x_1 + \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} x_2$$