Міністерство освіти і науки України
Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут ім. Ігоря Сікорського»
Факультет інформатики та обчислювальної техніки
Кафедра обчислювальної техніки

Лабораторна робота №5

З дисципліни «Методи оптимізації та планування»

Проведення трьохфакторного експерименту при використанні рівняння регресії з урахуванням квадратичних членів

ВИКОНАВ:
Студент ІІ курсу ФІОТ
Групи ІВ-92
Хоменко Олег

ПЕРЕВІРИВ:
асистент
Регіда П.Г.

Київ 2021 р.

Мета: Провести трьохфакторний експеримент з урахуванням квадратичних членів, використовуючи центральний ортогональний композиційний план. Знайти рівняння регресії, яке буде адекватним для опису об'єкту.

Варіант завдання:

Варіант	X_1		X_2		X_3	
	min	max	min	max	min	max
225	-8	9	-1	8	-9	9

Лістинг програми:

```
import random
import sklearn.linear_model as lm
from scipy.stats import f, t
from functools import partial
from pyDOE2 import *


def regression(x, b):
    y = sum([x[i] * b[i] for i in range(len(x))])
    return y


x_range = ((-8, 9), (-1, 8), (-9, 9))
x_aver_max = sum([x[1] for x in x_range]) / 3
x_aver_min = sum([x[0] for x in x_range]) / 3
y_max = 200 + int(x_aver_max)
y_min = 200 + int(x_aver_min)


# квадратна дисперсія
def s_kv(y, y_aver, n, m):
    res = []
    for i in range(n):
        s = sum([(y_aver[i] - y[i][j]) ** 2 for j in range(m)]) / m
        res.append(round(s, 3))
    return res


def plan_matrix5(n, m):
    print(f'\nГенеруємо матрицю планування для n = {n}, m = {m}')

    y = np.zeros(shape=(n, m))
    for i in range(n):
        for j in range(m):
            y[i][j] = random.randint(y_min, y_max)

    if n > 14:
        no = n - 14
    else:
        no = 1
    x_norm = ccdesign(3, center=(0, no))
    x_norm = np.insert(x_norm, 0, 1, axis=1)

    for i in range(4, 11):
        x_norm = np.insert(x_norm, i, 0, axis=1)

    l = 1.215
```

```
    for i in range(len(x_norm)):
        for j in range(len(x_norm[i])):
            if x_norm[i][j] < -1 or x_norm[i][j] > 1:
                if x_norm[i][j] < 0:
                    x_norm[i][j] = -l
                else:
                    x_norm[i][j] = l

    def add_sq_nums(x):
        for i in range(len(x)):
            x[i][4] = x[i][1] * x[i][2]
            x[i][5] = x[i][1] * x[i][3]
            x[i][6] = x[i][2] * x[i][3]
            x[i][7] = x[i][1] * x[i][3] * x[i][2]
            x[i][8] = x[i][1] ** 2
            x[i][9] = x[i][2] ** 2
            x[i][10] = x[i][3] ** 2
        return x

    x_norm = add_sq_nums(x_norm)

    x = np.ones(shape=(len(x_norm), len(x_norm[0])), dtype=np.int64)
    for i in range(8):
        for j in range(1, 4):
            if x_norm[i][j] == -1:
                x[i][j] = x_range[j - 1][0]
            else:
                x[i][j] = x_range[j - 1][1]

    for i in range(8, len(x)):
        for j in range(1, 3):
            x[i][j] = (x_range[j - 1][0] + x_range[j - 1][1]) / 2

    dx = [x_range[i][1] - (x_range[i][0] + x_range[i][1]) / 2 for i in range(3)]

    x[8][1] = l * dx[0] + x[9][1]
    x[9][1] = -l * dx[0] + x[9][1]
    x[10][2] = l * dx[1] + x[9][2]
    x[11][2] = -l * dx[1] + x[9][2]
    x[12][3] = l * dx[2] + x[9][3]
    x[13][3] = -l * dx[2] + x[9][3]

    x = add_sq_nums(x)

    print('\nX:\n', x)
    print('\nX нормоване:\n')
    for i in x_norm:
        print([round(x, 2) for x in i])
    print('\nY:\n', y)

    return x, y, x_norm


def find_coef(X, Y, norm=False):
    skm = lm.LinearRegression(fit_intercept=False)
    skm.fit(X, Y)
    B = skm.coef_

    if norm == 1:
        print('\nКоефіцієнти рівняння регресії з нормованими X:')
    else:
        print('\nКоефіцієнти рівняння регресії:')
```

```
    B = [round(i, 3) for i in B]
    print(B)
    print('\nРезультат рівняння зі знайденими коефіцієнтами:\n', np.dot(X, B))
    return B


def kriteriy_cochrana(y, y_aver, n, m):
    f1 = m - 1
    f2 = n
    q = 0.05
    S_kv = s_kv(y, y_aver, n, m)
    Gp = max(S_kv) / sum(S_kv)
    print('\nПеревірка за критерієм Кохрена')
    return Gp


def cohren(f1, f2, q=0.05):
    q1 = q / f1
    fisher_value = f.ppf(q=1 - q1, dfn=f2, dfd=(f1 - 1) * f2)
    return fisher_value / (fisher_value + f1 - 1)


# оцінки коефіцієнтів
def bs(x, y_aver, n):
    res = [sum(1 * y for y in y_aver) / n]

    for i in range(len(x[0])):
        b = sum(j[0] * j[1] for j in zip(x[:, i], y_aver)) / n
        res.append(b)
    return res


def kriteriy_studenta(x, y, y_aver, n, m):
    S_kv = s_kv(y, y_aver, n, m)
    s_kv_aver = sum(S_kv) / n

    # статистична оцінка дисперсії
    s_Bs = (s_kv_aver / n / m) ** 0.5  # статистична оцінка дисперсії
    Bs = bs(x, y_aver, n)
    ts = [round(abs(B) / s_Bs, 3) for B in Bs]

    return ts


def kriteriy_fishera(y, y_aver, y_new, n, m, d):
    S_ad = m / (n - d) * sum([(y_new[i] - y_aver[i]) ** 2 for i in range(len(y))])
    S_kv = s_kv(y, y_aver, n, m)
    S_kv_aver = sum(S_kv) / n

    return S_ad / S_kv_aver


def check(X, Y, B, n, m):
    print('\n\tПеревірка рівняння:')
    f1 = m - 1
    f2 = n
    f3 = f1 * f2
    q = 0.05

    ### табличні значення
    student = partial(t.ppf, q=1 - q)
    t_student = student(df=f3)
```

```
    G_kr = cohren(f1, f2)
    ###

    y_aver = [round(sum(i) / len(i), 3) for i in Y]
    print('\nСереднє значення y:', y_aver)

    disp = s_kv(Y, y_aver, n, m)
    print('Дисперсія y:', disp)

    Gp = kriteriy_cochrana(Y, y_aver, n, m)
    print(f'Gp = {Gp}')
    if Gp < G_kr:
        print(f'З ймовірністю {1 - q} дисперсії однорідні.')
    else:
        print("Необхідно збільшити кількість дослідів")
        m += 1
        main(n, m)

    ts = kriteriy_studenta(X[:, 1:], Y, y_aver, n, m)
    print('\nКритерій Стьюдента:\n', ts)
    res = [t for t in ts if t > t_student]
    final_k = [B[i] for i in range(len(ts)) if ts[i] in res]
    print('\nКоефіцієнти {} статистично незначущі, тому ми виключаємо їх з
рівняння.'.format(
        [round(i, 3) for i in B if i not in final_k]))

    y_new = []
    for j in range(n):
        y_new.append(regression([X[j][i] for i in range(len(ts)) if ts[i] in res],
final_k))

    print(f'\nЗначення "y" з коефіцієнтами {final_k}')
    print(y_new)

    d = len(res)
    if d >= n:
        print('\nF4 <= 0')
        print('')
        return
    f4 = n - d

    F_p = kriteriy_fishera(Y, y_aver, y_new, n, m, d)

    fisher = partial(f.ppf, q=0.95)
    f_t = fisher(dfn=f4, dfd=f3)  # табличне знач
    print('\nПеревірка адекватності за критерієм Фішера')
    print('Fp =', F_p)
    print('F_t =', f_t)
    if F_p < f_t:
        print('Математична модель адекватна експериментальним даним')
    else:
        print('Математична модель не адекватна експериментальним даним')


def main(n, m):
    X5, Y5, X5_norm = plan_matrix5(n, m)

    y5_aver = [round(sum(i) / len(i), 3) for i in Y5]
    B5 = find_coef(X5, y5_aver)

    check(X5_norm, Y5, B5, n, m)
```

```
if __name__ == '__main__':
    main(15, 3)
```

X:

```
[[   1   -8   -1   -9    8   72    9  -72   64    1   81]
 [   1    9   -1   -9   -9  -81    9   81   81    1   81]
 [   1   -8    8   -9  -64   72  -72  576   64   64   81]
 [   1    9    8   -9   72  -81  -72 -648   81   64   81]
 [   1   -8   -1    9    8  -72   -9   72   64    1   81]
 [   1    9   -1    9   -9   81   -9  -81   81    1   81]
 [   1   -8    8    9  -64  -72   72 -576   64   64   81]
 [   1    9    8    9   72   81   72  648   81   64   81]
 [   1   10    3    1   30   10    3   30  100    9    1]
 [   1  -10    3    1  -30  -10    3  -30  100    9    1]
 [   1    0    8    1    0    0    8    0    0   64    1]
 [   1    0   -2    1    0    0   -2    0    0    4    1]
 [   1    0    3   11    0    0   33    0    0    9  121]
 [   1    0    3   -9    0    0  -27    0    0    9   81]
 [   1    0    3    1    0    0    3    0    0    9    1]]
```

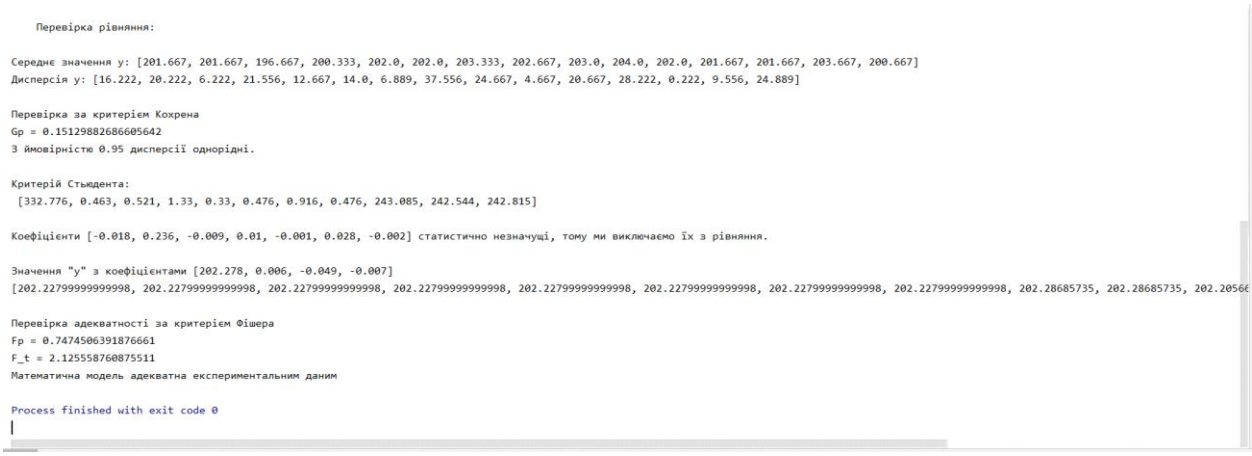
X нормоване:

```
[1.0, -1.0, -1.0, -1.0, 1.0, 1.0, 1.0, -1.0, 1.0, 1.0, 1.0]
[1.0, 1.0, -1.0, -1.0, -1.0, -1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0]
[1.0, -1.0, 1.0, -1.0, -1.0, 1.0, -1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0]
[1.0, 1.0, 1.0, -1.0, 1.0, -1.0, -1.0, -1.0, 1.0, 1.0, 1.0]
[1.0, -1.0, -1.0, 1.0, 1.0, -1.0, -1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0]
[1.0, 1.0, -1.0, 1.0, -1.0, 1.0, -1.0, -1.0, 1.0, 1.0, 1.0]
[1.0, -1.0, 1.0, 1.0, -1.0, -1.0, 1.0, -1.0, 1.0, 1.0, 1.0]
[1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0]
[1.0, -1.22, 0.0, 0.0, -0.0, -0.0, 0.0, -0.0, 1.48, 0.0, 0.0]
[1.0, 1.22, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 1.48, 0.0, 0.0]
[1.0, 0.0, -1.22, 0.0, -0.0, 0.0, -0.0, -0.0, 0.0, 1.48, 0.0]
[1.0, 0.0, 1.22, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 1.48, 0.0]
[1.0, 0.0, 0.0, -1.22, 0.0, -0.0, -0.0, -0.0, 0.0, 0.0, 1.48]
[1.0, 0.0, 0.0, 1.22, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 1.48]
[1.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0]
```

```
Y:
 [[205. 196. 204.]
 [207. 196. 202.]
 [196. 194. 200.]
 [202. 194. 205.]
 [205. 204. 197.]
 [206. 197. 203.]
 [202. 201. 207.]
 [207. 194. 207.]
 [206. 207. 196.]
 [202. 203. 207.]
 [201. 197. 208.]
 [202. 195. 208.]
 [202. 202. 201.]
 [201. 202. 208.]
 [202. 206. 194.]]

Коефіцієнти рівняння регресії:
[202.278, -0.018, 0.236, -0.009, 0.01, -0.001, 0.028, -0.002, 0.006, -0.049, -0.007]

Результат рівняння зі знайденими коефіцієнтами:
 [202.439 201.912 197.192 200.949 201.629 201.408 203.51  202.065 203.263
 203.163 201.238 201.538 202.523 201.303 202.613]
```



```
Перевірка рівняння:

Середнє значення y: [201.667, 201.667, 196.667, 200.333, 202.0, 202.0, 203.333, 202.667, 203.0, 204.0, 202.0, 201.667, 201.667, 203.667, 200.667]
Дисперсія y: [16.222, 20.222, 6.222, 21.556, 12.667, 14.0, 6.889, 37.556, 24.667, 4.667, 20.667, 28.222, 0.222, 9.556, 24.889]

Перевірка за критерієм Кохрена
Gp = 0.15129882686605642
З ймовірністю 0.95 дисперсії однорідні.

Критерій Стьюдента:
 [332.776, 0.463, 0.521, 1.33, 0.33, 0.476, 0.916, 0.476, 243.085, 242.544, 242.815]

Коефіцієнти [-0.018, 0.236, -0.009, 0.01, -0.001, 0.028, -0.002] статистично незначущі, тому ми виключаємо їх з рівняння.

Значення "y" з коефіцієнтами [202.278, 0.006, -0.049, -0.007]
[202.22799999999998, 202.22799999999998, 202.22799999999998, 202.22799999999998, 202.22799999999998, 202.22799999999998, 202.22799999999998, 202.22799999999998, 202.28685735, 202.28685735, 202.2056
Перевірка адекватності за критерієм Фішера
Fp = 0.7474506391876661
F_t = 2.125558760875511
Математична модель адекватна експериментальним даним

Process finished with exit code 0
```

Висновок:

В даній лабораторній роботі я провів трьохфакторний експеримент з урахуванням квадратичних членів, використовуючи центральний ортогональний композиційний план. Знайшов рівняння регресії, яке буде адекватним для опису об'єкту.