

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ  
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»  
Інститут комп'ютерних наук та інформаційних технологій  
Кафедра систем штучного інтелекту



Лабораторна робота №2  
з курсу “Дискретна математика”

Моделювання основних операцій для числових множин

Виконав:  
ст. гр. КН-110  
Помірко Олег

Викладач:  
Мельникова Н.І.

Львів – 2018

## Тема:

### Моделювання основних операцій для числових множин

**Мета роботи:** Ознайомитись на практиці із основними поняттями теорії множин, навчитись будувати діаграми Ейлера-Венна операцій над множинами, використовувати закони алгебри множин, освоїти принцип включень-виключень для двох і трьох множин та комп'ютерне подання множин.

#### 2.1. Основні поняття теорії множин. Операції над множинами

**Множина** – це сукупність об'єктів, які називають елементами.

Кажуть, що множина  $A$  є **підмножиною** множини  $S$  (цей факт позначають  $A \subseteq S$ , де  $\subseteq$  – знак нестрогого включення), якщо кожен її елемент автоматично є елементом множини  $S$ . Досить часто при цьому кажуть, що множина  $A$  міститься в множині  $S$ .

Якщо  $A \subseteq S$  і  $S \neq A$ , то  $A$  називають **власною (строгою, істинною) підмножиною**  $S$  (позначають  $A \subset S$ , де  $\subset$  – знак строгого включення).

Дві множини  $A$  та  $S$  називаються **рівними**, якщо вони складаються з однакових елементів. У цьому випадку пишуть  $A=S$ .

Якщо розглядувані множини є підмножинами деякої множини, то її називають **універсумом** або **універсальною множиною** і позначають літерою  $U$  (зауважимо, що універсальна множина існує не у всіх випадках). Множини як об'єкти можуть бути елементами інших множин, Множину, елементами якої є множини, інколи називають **сімейством**.

Множину, елементами якої є всі підмножини множини  $A$  і тільки вони (включно з порожньою множиною та самою множиною  $A$ ), називають **булеаном** або **множиною-степенем** множини  $A$  і позначають  $P(A)$ . **Потужністю** скінченної множини  $A$  називають число її елементів, позначають  $|A|$ .

Множина, яка не має жодного елемента, називається **порожньою** і позначається  $\emptyset$ .

Вважається, що порожня множина є підмножиною будь-якої множини, а також  $A \subset A$ .

Множина всіх підмножин множини  $A$  називається *булеаном* і позначається  $P(A)$ . Потужність скінченної множини дорівнює кількості її елементів, позначається  $|A|$ . Потужність порожньої множини дорівнює 0.

Якщо  $|A| = n$ , то  $|P(A)| = 2^n$ .

Приклад.  $\{1, 4, 5\} \subset \{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 7\}$ , але

$$\{1, 4, 5\} \notin \{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 7\}$$

Приклад. Знайти булеан множини  $A = \{a, b, c\}$ .

*Розв'язання.*

Потужності множин  $|A| = 3$ ,  $|P(A)| = 8$ . Булеан має вигляд

$$P(A) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}\}.$$

Дві множини  $A$  і  $B$  *рівні* між собою, якщо  $A \subset B$  і  $B \subset A$ .

Над множинами можна виконувати дії: об'єднання, переріз, доповнення, різницю, симетричну різницю, декартів добуток.

**Об'єднанням** двох множин  $A$  і  $B$  (рис. 2.1, а) називають множину

$$A \cup B = \{x : (x \in A) \vee (x \in B)\}.$$

**Перетином (перерізом)** двох множин  $A$  і  $B$  (рис. 2.1, б) називають множину

$$A \cap B = \{x : (x \in A) \wedge (x \in B)\}.$$

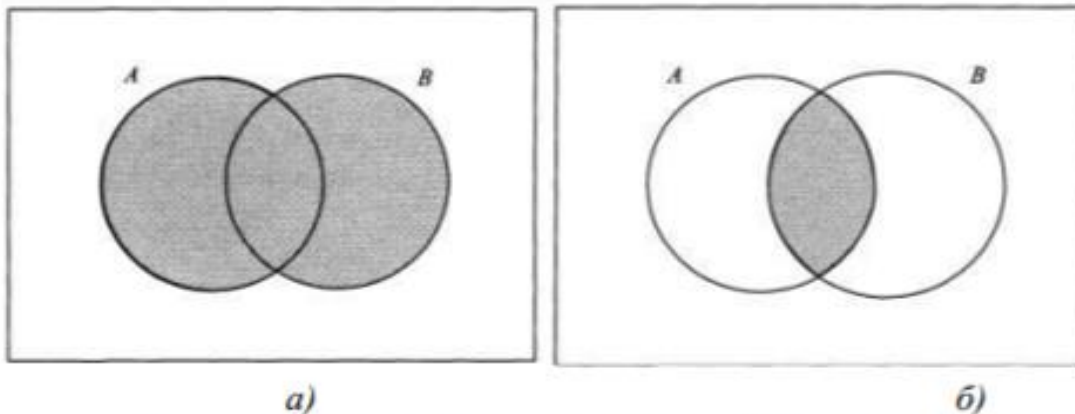


Рис. 2.1. Діаграми Ейлера-Венна об'єднання та перетину двох множин

**Різницею** множин  $A$  та  $B$  (рис. 2.2, а) називають множину

$$A \setminus B = \{x : (x \in A) \wedge (x \notin B)\}.$$



Зазначимо, що  $A \setminus B = A \cap \overline{B}$ .

**Симетричною різницею** множин  $A$  та  $B$  (рис. 2.2, а) називають множину

$$A \Delta B = \{x : ((x \in A) \wedge (x \notin B)) \vee ((x \in B) \wedge (x \notin A))\}.$$

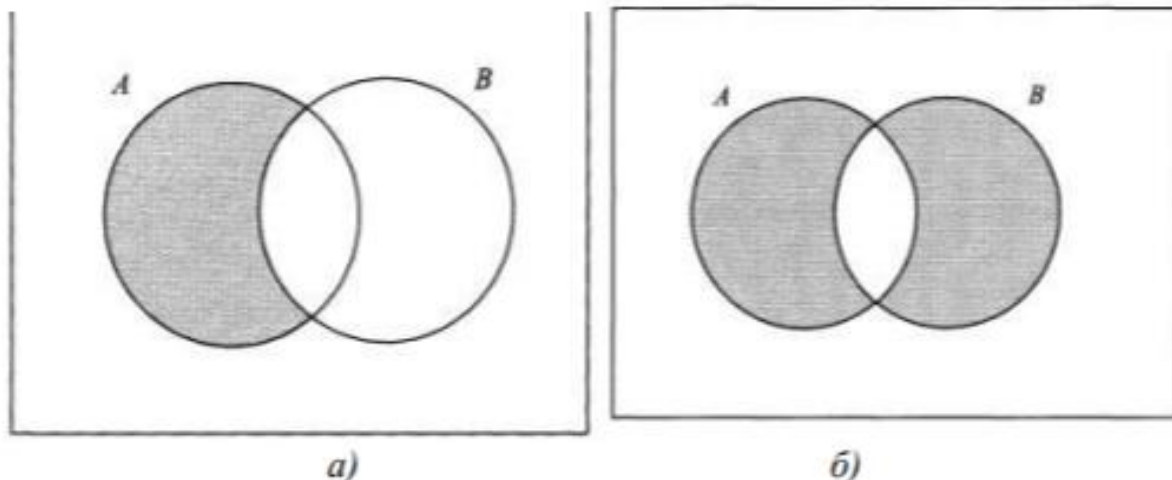


Рис. 2.2. Діаграма Ейлера-Венна різниці та симетричної різниці двох множин

В означенні різниці не розглядають випадок  $B \subset A$ . Якщо  $B \subset A$ , то різницю  $A \setminus B$  називають **доповненням множини  $B$  до множини  $A$**  і позначають  $B_A$ . Для підмножини  $A$  універсальної множини  $U$  можна розглядати доповнення  $A$  до  $U$ , тобто  $U \setminus A$ , її позначають  $\overline{A} = \{x : \neg(x \in A)\} \Leftrightarrow \overline{A} = \{x : x \notin A\}$  і називають **доповненням множини  $A$**  (рис. 2.3).

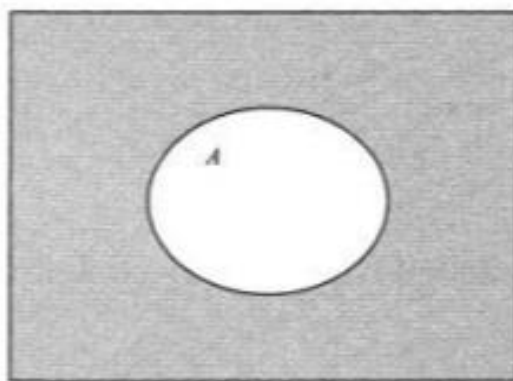


Рис. 2.3. Діаграма Ейлера-Венна доповнення множини

*Пріоритет виконання операцій у спадному порядку – доповнення, переріз, об'єднання, різниця, симетрична різниця.*

## Варіант № 7

1. Для даних скінчених множин  $A = \{1,2,3,4,5,6,7\}$ ,  $B = \{4,5,6,7,8,9,10\}$ ,  $C = \{2, 4, 6, 8, 10\}$  та універсума  $U = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$  знайти множину, яку задано за допомогою операцій: а)  $A \Delta B$ ; б)  $B \cap C \cap A$ . Розв'язати, використовуючи комп'ютерне подання множин.

а)  $A \Delta B$ ;

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	1	0	0	0	0	1	1	1

б)  $B \cap C \cap A$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	0	1	0	1	0	0	0	0

2. На множинах задачі 1 побудувати булеан множини  $\overline{A \Delta C} \cap B$ . Знайти його потужність.

$$(\overline{A \Delta C} \cap B) = \{4,6,9\}$$

$$|\overline{A \Delta C} \cap B| = 3$$

$$|P(\overline{A \Delta C} \cap B)| = 2^3 = 8$$

$$P(\overline{A \Delta C} \cap B) = \{\emptyset, \{4\}, \{6\}, \{9\}, \{4,6\}, \{4,9\}, \{6,9\}, \{4,6,9\}\}$$

3. Нехай маємо множини:  $N$  – множина натуральних чисел,  $Z$  – множина цілих чисел,  $Q$  – множина раціональних чисел,  $R$  – множина дійсних чисел;  $A, B, C$  – будь-які множини. Перевірити які твердження є вірними (в останній задачі у випадку невірному твердження достатньо навести контрприклад, якщо твердження вірне – навести доведення):

а)  $\{1, 2\} \in \{\{1, 2, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2\}\}$ ; -True

б)  $N \cap R \subset Z$ ; -True

в)  $Z \cup N \subset N$ ; -False

г)  $R \setminus (N \cap Z) \subset Q$ ; -True

д) якщо  $A \cup C \subset B \cup C$ , то  $A \subset B$ . -False. Оскільки:  $C$ -може бути довільною множиною, як і множини  $A$  і  $B$ . Нехай  $A = \{1,2,3\}$ ;  $B = \{1,2,4,5,6,9\}$ ;  $C = \{3,6,9\}$ , тоді  $A \cup C = \{1,2,3,6,9\}$  і  $B \cup C = \{1,2,3,4,5,6,9\}$ , тоді  $A \cup C \subset B \cup C$ , але  $A \not\subset B$ .

4. Логічним методом довести тотожність:

$$A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \cup (A \cap C).$$

Перетворимо ліву частину:

$$1. A \setminus (B \setminus C) = A \setminus (B \cap \bar{C}) \text{ за ozn. «\»}$$

$$2. A \setminus (B \cap \bar{C}) = A \cap \overline{(B \cap \bar{C})} \text{ за ozn. «\»}$$

$$3. A \cap \overline{(B \cap \bar{C})} = A \cap (\bar{B} \cup C) \text{ з. де Моргана}$$

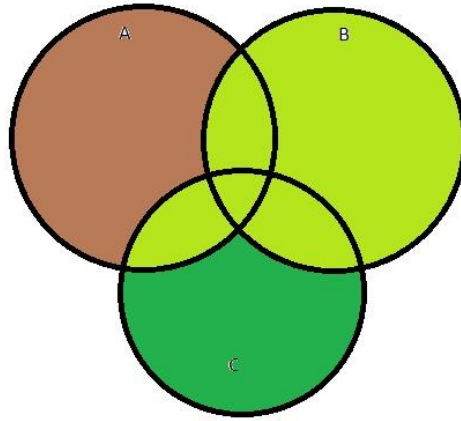
Перетворимо праву частину:

$$1. (A \setminus B) \cup (A \cap C) = (A \cap \bar{B}) \cup (A \cap C) \text{ за ozn. «\»}$$

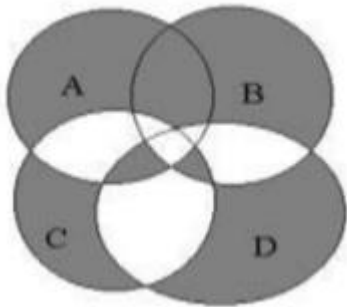
$$2. (A \cap \bar{B}) \cup (A \cap C) = A \cap (\bar{B} \cup C) \text{ з. Дистрибутивності}$$

Бачимо, що ліва частина = правій, а отже вони тотожні.

5. Зобразити на діаграмі Ейлера-Венна множину:  
 $((A \setminus B) \cap (C \setminus B)) \Delta B$ .



6. Множину зображено на діаграмі. Записати її за допомогою операцій



$$(A \cup B \cup C \cup D) \setminus ((A \Delta C) \cup (C \Delta D) \cup (B \Delta D)) \cup ((A \cap D) \setminus B) \cup ((C \cap B) \setminus A)$$

7. Спростити вигляд множини, яка задана за допомогою операцій, застосовуючи закони алгебри множин (у відповідь множини можуть входити не більше одного разу):  $((A \cup B) \Delta C) \cup (B \cap C) \cup (A \cap C)$ .

З правої частини:  $(B \cap C) \cup (A \cap C) = ((A \cup B) \cap C)$  з.дистрибутивності

З лівої частини  $((A \cup B) \Delta C) = ((A \cup B) \cup C) \cap \overline{((A \cup B) \cap C)}$  з означення  $\Delta$

Тоді отримуємо:  $((A \cup B) \cup C) \cap \overline{((A \cup B) \cap C)} \cup ((A \cup B) \cap C)$

Звідси:  $\overline{((A \cup B) \cap C)} \cup ((A \cup B) \cap C) = \bar{U}$

Отже:  $((A \cup B) \cup C) \cap \bar{U} = ((A \cup B) \cup C)$ , оскільки будь-яка множина у перетині з  $\bar{U}$  = сама собі.

8. Скільки чисел серед 1, 2, 3,..., 999, 1000 таких, що не діляться на жодне з чисел 2, 3, 7?

Кількість таких чисел=286;

$$1000-(500+333+142-166-71-47+23)=286$$

1.Спочатку знаходимо кількість чисел,які діляться на 2 =500-A

2.Потім знаходимо кількість чисел,які діляться на 3 =333-B

3.Далі знаходимо кількість чисел,які діляться на 7 =142-C

4. Включаємо кількість чисел,які діляться на 2і3=166-D

5. Включаємо кількість чисел,які діляться на 2і7=71-E

6. Включаємо кількість чисел,які діляться на 7і3=47-F

7. Виключаємо кількість чисел,які діляться на 7,3і2=23-R

$$U/((A \cup B \cup C) \cap (D \cup E \cup F))$$

## Додаток 2

Ввести з клавіатури множину символьних даних. Реалізувати операцію доповнення до цієї множини. Вивести на екран новоутворену множину. Знайти її булеан.

Код програми:

```
1  #include<stdio.h>
2  #include<cs50.h>
3  #include<ctype.h>
4  #include<math.h>
5  int main(void)
6  {
7      int n,i,j=0;
8      bool b=true;
9      printf("Input number of elements array A\n");
10
11     scanf("%d", &n);
12     int r=n*2;
13     printf("enter elements of array A\n");
14     char A[r];
15     for (i=0; i<r;i++){
16         scanf("%c", &A[i]);
17     }
18
19     printf("{");
20     for(i=0;i<r;i++)
21     {
22         printf("%c ", A[i]);
23     }
24     printf("}\n");
25     char U[26]={'q','w','e','r','t','y','u','i','o','p','l','k','j','h','g','f','d','s','a','z','x','c','v','b'.
26     printf("addition to array A:\n");
27     printf("{");
28     for (int k=0;k<26;k++)
29     {
30         b=true;
31         for(i=0;i<r;i++)
32         {
33             if(U[k]==A[i])
34             {
35                 b=false;
36                 j++;
37             }
38         }
```

```

30 b=true;
31 for(i=0;i<r;i++)
32 {
33     if(U[k]==A[i])
34     {
35         b=false;
36         j++;
37     }
38 }
39 if(b)
40 {
41     printf("%c ",U[k]);
42 }
43 }
44 printf("}\n");
45 int o = 26-j;
46 double p= pow(2,o);
47 printf("power=");
48 printf("%f",p);
49 return 0;
50 }

```

```

addition to array A.
{r t y u i o p l k j h g f d s a z x c v b n m }
power=8388608.000000~/workspace/ $ make dmmm
clang -fsanitize=signed-integer-overflow -fsanitize=undefined -ggdb3 -O0 -std=c11 -Wall -Werror -Wextra -Wno-s
~/workspace/ $ ./dmmm
Input number of elements array A
3
enter elements of array A
q
w
e
{
q
w
e }
addition to array A:
{r t y u i o p l k j h g f d s a z x c v b n m }
power=8388608.000000~/workspace/ $ 

```

Висновок: На лабораторній роботі я ознайомився з основними поняттями множин, навчився будувати діаграми Ейлера-Вена, освоїв комп'ютерне подання множин.