Multiple hypothesis testing in the task of AB testing

O.O.Yashchuk

21 декабря 2016 г.

Аннотация

Sequential testing with likelihood ratios which requires fewer observations than classical hypothesis testing is proposed. It allows to speed up A/B testing. Decisions about effectiveness of variations of web pages are made as soon as possible. Software implementation of A/B testing has been developed in R.

Содержание

1 Введение

- Описать простую задачу AB тестирования, **и её приминение на практике**.

- Способ решения простой задачи AB тестирования.
- Цель исследования представленного в работе.

2 Постановка задачи

Структура раздела

- Рассмотреть проблематику множественной проверки гипотез.
  - Таблица $(V, R, m, m_0 ...)$
  - Описание $FWER = P(V > 1)$ и необходимости контроля $FWER \leq \alpha$
  - FDR загвоздка в нём???
  - Небольшой пример?
- Для каких случаев множественной проверки гипотез растет вероятность ошибки I рода? (Когда гипотезы проверяются на одних и тех же данных?)
- Показать, что при множественной проверке гиппотиз растет вероятность груповой ошибки I рода $FWER$.
  - Пример при помощи теореммы Пуассона идея отсюда
  - На графике показать рост вероятности ошибки вот как здесь
  - **Проверить на AA тестирование верность этого утверждения!**

title

Вероятность допустить хотя-бы одну ошибку I рода. Воспользуемся предельной теоремой Пуассона.

$$P(V > k) = 1 - \sum_{i=1}^{k} C_n^k \alpha^i (1-\alpha)^{n-i} = 1 - \exp -\lambda \sum_{i=0}^{k} \frac{\lambda^i}{i!}, \text{ where } \lambda = n\alpha \quad (1)$$

Example. Вероятность допустить хотя бы одну ошибку I рода при 10 проверках гипотез. При заданом ограничении вероятности ошибки I рода равной 5%.

$$P(V > 0) = 1 - \exp^{-\lambda} \sum_{i=0}^{k} \frac{\lambda^i}{i!} = 1 - \exp -\frac{1}{2} = 0.39 \equiv 39\%$$

$$
\begin{aligned}
P(V > 1) =& 1 - \exp -\lambda \sum_{i=0}^{k} \frac{\lambda^i}{i!} = 1 - \exp -0.5 \sum_{i=0}^{1} \frac{0.5^i}{i!} = \\
& 1 - \exp -0.5 \left(\frac{0.5^0}{0!} + \frac{0.5^1}{1!} \right) = 1 - \exp -0.5 \left(1 + 0.5\right) = \\
& 1 - 1.5 \exp -0.5 = 0.09 \equiv 9\%
\end{aligned}
$$

3 Класична перевірка статистичних гіпотез

Звичайне A/B-тестування

Множинне A/B-тестування

4 Послідовна перевірка статистичних гіпотез

Звичайне A/B-тестування

Множинне A/B-тестування

5 Порівняння класичної та послідовної перевірки статистичних гіпотез при множинному A/B-тестуванні