

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ "ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА"**

Кафедра «Систем Автоматизованого Проектування»



**Звіт**

Лабораторна робота №5  
з курсу "Дискретні моделі"  
на тему: «ІЗОМОРФІЗМ ГРАФІВ»

Виконав:  
Ст.гр. КН-409  
Єлечко Олег  
Прийняв:  
Кривий Р.З.

**Мета роботи:** Метою лабораторної роботи є вивчення і дослідження основних підходів до встановлення ізоморфізму графів.

### **Теоретичні відомості:**

Теорія графів дає простий, доступний і потужний інструмент побудови моделей і рішення задач впорядкування взаємозв'язаних об'єктів. Нині є багато проблем де необхідно дослідити деякі складні системи з допомогою впорядкування їх елементів. До таких проблем відносяться і задачі ідентифікації в електричних схемах, в авіації, в органічній хімії і т.д. Вирішення таких проблем досягається з допомогою встановлення ізоморфізму графів.

Два графа  $G=(X,U,P)$  і  $G'=(X',U',P')$  називаються ізоморфними, якщо між їх вершинами, а також між їхніми ребрами можна встановити взаємно однозначне співвідношення  $X \leftrightarrow X'$ ,  $U \leftrightarrow U'$ , що зберігає інцидентність, тобто таке, що для всякої пари  $(x,u) \in X$  ребра  $u \in U$ , що з'єднує їх, обов'язково існує пара  $(x',u') \in X'$  і ребро  $u' \in U'$ , що з'єднує їх, і навпаки. Тут  $P$  - предикат, інцидентор графа  $G$ . Зауважимо, що відношення ізоморфізму графів рефлексивне, симетричне і транзитивне, тобто представляє собою еквівалентність.

На даний час існує досить детальна класифікація розроблених методів рішення такого типу задач. Розглядаючи комбінаторно-логічну природу вказаної задачі можна всі роботи в цьому напрямку розділити на дві групи:

рішення теоретичної задачі встановлення ізоморфізму простих графів;  
розробка наближених методів, які найбільш повно враховують обмеження і специфіку задачі з

застосуванням характерних ознак об'єкту дослідження.

До першої групи відносяться алгоритми: повного перебору і почергового “підвішування” графів за вершини.

а) Одним з найпростіших з точки зору програмної реалізації, є алгоритм перевірки ізоморфізму графів повним перебором(можливої перенумерації вершин), але складність цього алгоритму є факторіальною.

б) Почергове “підвішування” графів за вершини (всі ребра зрівноважені). Суть цього алгоритму полягає в знаходженні однакових “підвішаних” графів (за довільні вершини), ізоморфність яких визначаємо. При чому в одному з графів почергово змінюється вершина за яку він “підвішується”.

Ізоморфізм графів визначається по їх матрицях суміжності, які формуються по однотипних правилах: індекс в матриці вершини за яку закріплений (“підвішаний”) граф рівний одиниці; кортеж вершин в матриці визначається рівнями сусідів; кортеж вершин в межах кожного рівня сусідів визначається степінню вершини, а також кількістю ребер над нею і нижче її.

### **ЛАБОРАТОРНЕ ЗАВДАННЯ**

1. Отримати у викладача індивідуальне завдання.
2. Підготувати програму для вирішення виданого завдання.
3. Запустити на виконання програму відповідного методу.

4. Проглянути результат роботи програм. Результат роботи може бути: ізоморфізм встановлено або не встановлено.
  5. У випадку, коли ізоморфізм встановлено (не встановлено), необхідно модифікувати граф, коректуючи два або три зв'язки, щоб знайти такий граф, на якому ізоморфізм не встановлюється (встановлюється).
  6. Зафіксувати результати роботи у викладача.
  7. Оформити і захистити звіт
- Github-link: [https://github.com/OlehYelechko/Labs\\_DM/tree/main/Lab5](https://github.com/OlehYelechko/Labs_DM/tree/main/Lab5)

### Код алгоритму повного перебору вершин.

```
import networkx as nx
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np

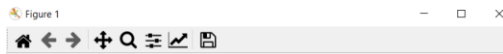
# Створюємо графи
G1 = nx.Graph()
G1.add_edges_from([(1, 2), (1, 3), (2, 3), (3, 4), (4, 5)])
layout = nx.spring_layout(G1)
nx.draw(G1, layout)
nx.draw_networkx_edge_labels(G1, pos=layout)
plt.show()

G2 = nx.Graph()
G2.add_edges_from([(10, 20), (10, 30), (20, 30), (30, 40), (40, 50)])
layout = nx.spring_layout(G2)
nx.draw(G2, layout)
nx.draw_networkx_edge_labels(G2, pos=layout)
plt.show()

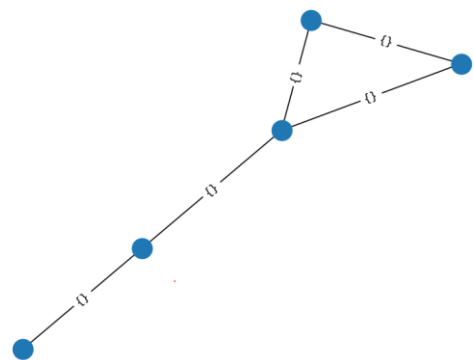
# Перевірка на ізоморфізм
isomorphic = nx.is_isomorphic(G1, G2)
print("Isomorphic: ", isomorphic)

# Якщо графи ізоморфні, модифікуємо один з графів
if isomorphic:
    # Додаємо вершину, якої немає в іншому графі
    G1.add_node(6)
    G1.add_edge(6, 1)
    G1.add_edge(6, 3)
    G1.add_edge(6, 4)
    G1.add_edge(6, 5)
    # Перевірка на ізоморфізм після модифікації
    isomorphic = nx.is_isomorphic(G1, G2)
    print("Isomorphic after modification: ", isomorphic)

layout = nx.spring_layout(G1)
nx.draw(G1, layout)
nx.draw_networkx_edge_labels(G1, pos=layout)
plt.show()
```

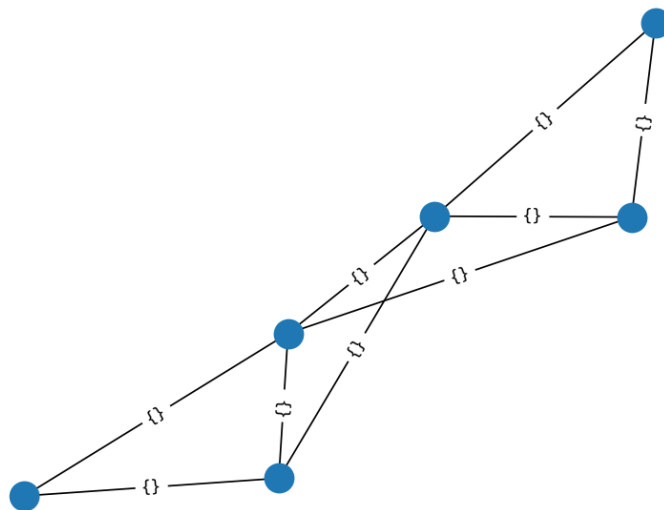


**Результат виконання:**



Isomorphic: True

Isomorphic after modification: False



**Висновок:** на цій лабораторній роботі було реалізовано метод перебору вершин для визначення ізоморфності графів на мові Python. Наведено результат роботи, коли графи є ізоморфні і не ізоморфні.