МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»

Кафедра систем штучного інтелекту

Лабораторна робота №3

3 дисципліни «Дискретна математика»

Побудова матриці бінарного відношення

Виконав:

студент групи КН-110

Єлечкл Олег Андрійович

Викладач:

Мельникова Наталія Іванівна

Мета: набуття практичних вмінь та навичок при побудові матриць бінарних відношень та визначенні їхніх типів.

1. Практична частина

1.1 Перевірити рівність

$$(A \cup B) \times (C \cup D) = (A \times C) \cup (B \times C) \cup (A \times D) \cup (B \times D)$$

Щоби перевірити цю рівність, складемо предикат множини, що утворюється в результаті обчислень правої та лівої частини:

$$(A \cup B) \times (C \cup D) = \{(x, y) \mid x \in (A \cup B) \& y \in (C \cup D)\}$$
 (1) $(A \times C) \cup (B \times D) = \{(x, y) \mid x \in A \& y \in C\} \cup \{(x, y) \mid x \in B \& y \in D\} = \{(x, y) \mid x \in A \& y \in C \& x \in B \& y \in D\}$, при цьому, якщо $x \in A \& x \in B$, то отже $x \in (A \cup B)$, аналогічно $y \in (C \cup D)$. Звідси випливає, що $(A \times C) \cup (B \times C) \cup (A \times D) \cup (B \times D) = \{(x, y) \mid x \in (A \cup B) \& y \in (C \cup D)\}$, а це те ж саме, що і у формулі (1).

Отже рівність справджується.

1.2 Знайти матрицю відношення

Потрібно знайти матрицю відношення $R \subset 2^A \times 2^B$, $R = \{(x, y) | x \subset A \& y \subset B \& y \subset x\}$, де $A = \{2,4\}$, $B = \{1,2,4\}$.

За означенням множини A, $2^A = \{\emptyset, \{2\}, \{4\}, \{2,4\}\}.$

3а означенням множини $B, 2^B = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{4\}, \{1,2\}, \{1,4\}, \{2,4\}, \{1,2,4\}\}.$

Матриця, що задовольнить всі умови, виглядатиме так:

2 ^B	Ø	{1}	{2}	{4}	{1,2}	{1,4}	{2,4}	{1,2,4}
Ø	0	0	0	0	0	0	0	0

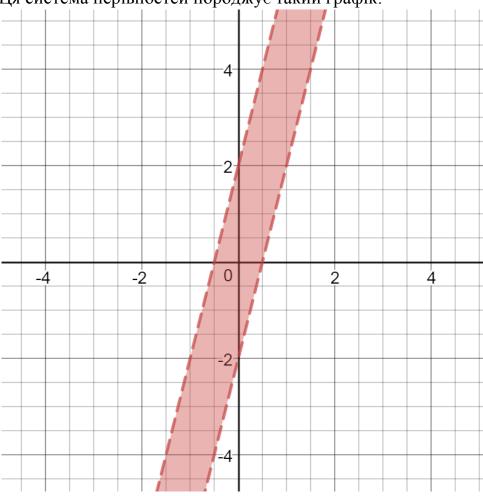
{2}	0	0	0	0	1	0	1	1
{4}	0	0	0	0	0	1	1	1
{2,4}	0	0	0	0	0	0	0	1

1.3 Зобразити відношення графічно

$$\alpha = \{(x, y)/(x, y) \in \mathbb{R}^2 \&/ y - 4x/ < 2$$
, де R - множина дійсних чисел.

$$-y + 4x < 2$$
 $y > 4x - 2$
 $\{ \Leftrightarrow \{ y - 4x < 2 \}$ $y < 4x + 2$

Ця система нерівностей породжує такий графік:



1.4 Побудувати матрицю для різних видів відношення

3. Маємо бінарне відношення $R \subset A \times A$, де $A = \{a, b, c, d, e\}$, яке задане своєю матрицею:

$$A(R) = \begin{array}{c} 1\ 0\ 0\ 0\ 0 \\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1 \\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0 \\ 0\ 0\ 1\ 1\ 1 \\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1 \end{array}$$

. Перевірити чи ϵ дане відношення рефлексивним, симетричним, транзитивним, антисиметричним?

Дане відношення є рефлексивне так як головна діагональ дорівнює 1, не симетричним так як $\{2,4\} \neq \{4,2\}$ і тд., і не транзитивне так як $\{2,4\} = \{4,5\} \neq \{5,2\}$.

1.5 Визначити множину (якщо це можливо), на якій дане відношення ϵ : а) функціональним; б) бієктивним:

$$\alpha = \{(x,y)|(x,y)\} \in R^2 \& y = e^{x-1}\}$$

Задано відношення $\alpha = \{(x,y)|(x,y)\} \in \mathbb{R}^2 \& y = e^{-1}\}$. Перепишемо рівняння $y = e^{x-1}$ його відносно x:

$$ln(y) = x-1 \Rightarrow x = ln(y)+1$$

3 поданого рівняння випливає, що $(x, y) \in \alpha \Rightarrow x \in (-\infty; \infty)$.

Графічним представленням такого відношення буде графік показникової функції яка перетинає вісь Оу у точці $(0;e^{-1})$.

Оскільки кожному значенню y відповідає значення x, дане відношення є функціональним коли $\alpha \subset \{(0; \infty)\}$. Аналогічно, тільки на цій же множині задане відношення може бути бієктивним.

2. Комп'ютерна програма

Потрібно написати програму, що знаходить матрицю бінарного відношення $\alpha \subset A \times B$, заданого на двох числових множинах, що потрібно вводити вручну. Програма має виводити на екран матрицю відношення та перевіряти його тип. Її код виглядає так:

```
3.
     #include <stdio.h>
4.
     #include <math.h>
5.
6.
     int main(){
7.
8.
       /* Enter arrays A and B */
9.
       int size;
10.
       printf("Enter size of arrays: ");
11.
       scanf("%d", &size);
12.
       printf("Enter array A\n");
13.
       int A[size];
14.
       for(int i=0; i<size; i++){
15.
          printf("A[%d] = ", i);
16.
          scanf("%d", &A[i]);
17.
       }
18.
       int B[size];
19.
       printf("\nEnter array B\n");
20.
       for(int i=0; i<size; i++){
          printf("B[%d] = ", i);
21.
22.
          scanf("%d", &B[i]);
23.
       }
       printf("\nA = ");
24.
25.
       for(int i=0; i<size; i++){
26.
          printf("%d ", A[i]);
```

```
}
27.
       printf("\n");
28.
       printf("B = ");
29.
       for(int i=0; i<size; i++){
30.
31.
          printf("%d ", B[i]);
32.
       }
       printf("\n");
33.
34.
35.
       /* Generate the binary matrix */
36.
37.
       int matr[size][size];
       for(int r=0; r<size; r++){
38.
          for(int c=0; c<size; c++){
39.
            if(A[r] < (2*B[c] + 1))
40.
41.
               matr[r][c] = 1;
42.
            else
43.
               matr[r][c] = 0;
44.
          }
       }
45.
46.
47.
       /* Print generated binary matrix */
48.
       printf("\n");
49.
50.
       for(int r=0; r<size; r++){
```

```
51.
          for(int c=0; c<size; c++){
            printf("%d ", matr[r][c]);
52.
53.
            if(c==size-1)
54.
               printf("\n");
55.
          }
56.
       }
57.
58.
       /* Generate the inverse matrix */
59.
60.
       int antimatr[size][size];
61.
       for(int r=0; r<size; r++){
62.
          for(int c=0; c<size; c++){
            antimatr[r][c] = matr[c][r];
63.
64.
          }
65.
       }
66.
67.
       /* Check for 0 */
68.
       int flag7 = 0;
69.
70.
        for(int r=0; r<size; r++){
71.
          for(int c=0; c<size; c++){
            if(matr[r][c]==1)
72.
               flag7 = 1;
73.
          }
74.
```

```
}
75.
76.
77.
78.
       /* Check for reflexivity */
79.
        printf("\n");
80.
81.
        int flag1=1;
82.
        for(int i=0; i<size; i++){
83.
          if (matr[i][i]==0)
84.
             flag1=0;
        }
85.
        if(flag1==1)
86.
          printf("This relation is reflexive.\n");
87.
        else if(flag1==0)
88.
          printf("This relation is not reflexive.\n");
89.
90.
91.
       /* Check for antireflexivity */
92.
93.
        int flag2=0;
94.
        for(int i=0; i<size; i++){
95.
          if (matr[i][i]==1)
96.
             flag2=1;
97.
        }
98.
        if(flag2==0)
```

```
99.
          printf("This relation is antireflexive.\n");
       else if(flag2==1)
100.
101.
          printf("This relation is not antireflexive.\n");
102.
103.
104.
       /* Check for symmetry */
105.
       int flag3=1;
106.
       for(int r=0; r<size; r++){
107.
          for(int c=0; c<size; c++){
108.
            if((r!=c) && (antimatr[r][c]!=matr[r][c]))
109.
               flag3 = 0;
110.
         }
111.
       }
112.
113.
       if(flag3==1)
114.
          printf("This relation is symmetric\n");
115.
       else if(flag3==0)
          printf("This relation is not symmetric\n");
116.
117.
118.
       /* Check for antisymmetry */
119.
120.
       int flag4=0;
       for(int r=0; r<size; r++){
121.
122.
          for(int c=0; c<size; c++){
```

```
123.
            if((r!=c) && (antimatr[r][c]==matr[r][c]))
               flag4 = 1;
124.
125.
          }
126.
       }
127.
       if(flag4==0)
          printf("This relation is antisymmetric\n");
128.
       else if(flag4==1)
129.
          printf("This relation is not antisymmetric\n");
130.
131.
132.
       /* Check for transitivity */
133.
134.
       int Asize = pow(size, 3);
       int Aflag[Asize];
135.
136.
       int ai=0;
137.
       for(int i=0; i<size; i++){
138.
          for(int j=0; j<size; j++){
            for(int k=0; k<size; k++){
139.
               if((i!=j \&\& i!=k \&\& j!=k) \&\& (matr[i][j] == 0 ||
140.
matr[j][k] == 0)
                 Aflag[ai]=1;
141.
142.
               else if((i!=j && i!=k && j!=k) && (matr[i][j] == 1 &&
matr[j][k] == 1 && matr[i][k] == 1)
                 Aflag[ai]=1;
143.
144.
               else if ((i!=j \&\& i!=k \&\& j!=k) \&\& (matr[i][j]==1 \&\&
matr[j][k] == 1 && matr[i][k] == 0)
```

```
145.
                 Aflag[ai]=0;
146.
               else
147.
                 Aflag[ai]=1;
148.
               ai++;
149.
            }
150.
       }
151.
       }
       int flag5 = 1;
152.
153.
       for (int i=0; i<Asize; i++){
154.
          if(Aflag[i]==0)
155.
            flag5=0;
156.
       }
       if(flag7 == 0)
157.
158.
          flag5 = 0;
159.
       if(flag5==1)
160.
          printf("This relation is transitive\n");
161.
       else if(flag5==0)
          printf("This relation is not transitive\n");
162.
163.
164.
       /* Check for antitransitivity */
165.
166.
       int Bsize = pow(size, 3);
       int Bflag[Bsize];
167.
168.
       int bi=0;
```

```
169.
       for(int i=0; i<size; i++){
          for(int j=0; j<size; j++){
170.
171.
            for(int k=0; k<size; k++){
172.
               if((i!=j \&\& i!=k \&\& j!=k) \&\& (matr[i][j] == 0 ||
matr[j][k] == 0)
173.
                 Bflag[bi]=1;
               else if((i!=j && i!=k && j!=k) && (matr[i][j] == 1 &&
174.
matr[j][k] == 1 && matr[i][k] == 1)
                 Bflag[bi]=0;
175.
               else if ((i!=j \&\& i!=k \&\& j!=k) \&\& (matr[i][j] == 1 \&\&
176.
matr[j][k] == 1 && matr[i][k] == 0)
177.
                 Bflag[bi]=1;
178.
               else
179.
                 Bflag[bi]=1;
180.
               bi++;
181.
            }
182.
         }
183.
       }
       int flag6 = 1;
184.
185.
       for (int i=0; i<Bsize; i++){
186.
          if(Bflag[i]==0)
187.
            flag6=0;
188.
       }
       if(flag7 == 0 || flag5 == 1)
189.
190.
          flag6 = 0;
```

```
191.
       if(flag6==1)
          printf("This relation is antitransitive\n");
192.
       else if(flag6==0)
193.
          printf("This relation is not antitransitive\n");
194.
195.
       printf("\n");
196.
```

Висновок:

На цій лабораторній роботі я набув практичних вмінь з побудови матриць бінарних відношень та визначенні їхніх типів.