Тема: ***Системи числення та подання даних у комп’ютері*.**

План

1. Основні поняття систем числення. Арифметичні операції в позиційних системах числення.
2. Перетворення чисел у позиційній системи числення з основою Р у подання в десятковій системі числення і навпаки.

1. Основні поняття систем числення. Арифметичні операції в позиційних системах числення.

Сукупність засобів для зображення та найменування чисел називається системою числення. Існуючі системи числення діляться на позиційні та непозиційні.

В непозиційних системах числення зміст кожного знака (цифри) не залежить від позиції, яку займає цей знак в числі. Прикладом такої системи числення є римська система: IIII V X L-50 C-100 D-500 M-1000.

В позиційних системах числення значення кожної цифри змінюються з зміною її положення (позиції) в ряду цифр, що зображують число.

Розглянемо будь-яке число. Кожна цифра несе подвійну інформацію: своє безпосереднє значення та місце (позицію, яке займає в запису числа). Приклад:

2345 = 2*1000+3*100+4*10+5*1

Так, система запису звичайних арабських чисел заснована на тому, що десять одиниць кожного розряду об'єднуються в одну одиницю сусіднього, більш старшого розряду. Наприклад: в числі 2345 перша цифра (2) означає кількість тисяч, друга (3) - сотень, третя (4) - десятків, четверта (5) - одиниць.

Для позиційних систем числення існує таке поняття як основа системи числення**. Основа системи числення це - кількість цифр, що створюють її абетку**. Для звичайної системи числення якою ми користуємось, основа -10, тому її називають десятковою.

Існує велика кількість позиційних систем числення. Найбільш поширені це десяткова, двійкова, вісімкова та шістнадцяткова системи. Назва системи формується від основи системи числення. Для запису числа в різних системах числення користуються показником основи:

D – десяткова B - двійкова

O – вісімкова H - шістнідцяткова

Наприклад: 35 = 35 D; 10001(2) = 10001B

Десяткова система числення - це система з основою 10. До цієї системи входить десять цифр: 0123456789. Кожне число в десятковій системі можна зобразити у вигляді суми добутків ступенів десятки на цю цифру, де ступінь десятки визначається позицією цифри в числі.

Наприклад: $2345= 2*10^3 + 3*10^2 + 4*10^1 + 5*10^0$

для дробових чисел $23,45= 2*10^1 + 3*10^0 + 4*10^{-1} + 5*10^{-2}$

Двійкова система числення. В сучасних ЕОМ інформація кодується за допомогою двох цифр - 0 та 1. Це зв'язано з тим, що більшість фізичних елементів в ЕОМ, мають два чітко визначених стани (наприклад: наявність чи відсутність електричної напруги). Одному з таких станів відповідає символ 0 , іншому - 1. Цей спосіб застосовується тому, що відсутність або поява сигналу легко розпізнається в пристроях машини. При цьому числа зображуються в двійковій системі числення. Двійкова система числення - це система з основою 2. До цієї системи входить дві цифри - 0 та 1. Тобто будь-яке число в двійковій системі складається з цифр 0 та 1.

Вісімкова система числень. Наряду з двійковою системою числень застосовується вісімкова система числення, яка спрощує запис чисел. Вісімкова система числення - це система з основою 8. До цієї системи входять вісім цифр 01234567. Наприклад: $2345O = 2*8^3+3*8^2+4*8^1+5*8^0$

Шістнадцяткова система числення використовується як засіб кодування чисел при складанні адресів команд. Шістнадцяткова система числення - це система з основою 16. До цієї системи входять 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B C D E F.

Арифметичні операції у всіх позиційних системах обчислення виконуються за одними і тими ж правилами:

- переповнювання розряду наступає тоді, коли значення числа в ньому стає рівним або завбільшки основи;
- складання багаторозрядних чисел відбувається з урахуванням можливих перенесень з молодших розрядів в старші;
- віднімання багаторозрядних чисел відбувається з урахуванням можливих заімок в старших розрядах;
- множення багаторозрядних чисел відбувається з послідовним множенням множеного на чергову цифру множника;
- перенесення в наступний розряд при складанні і заімка із старшого розряду при відніманні визначається величиною основи системи обчислення;
- для проведення арифметичних операцій над числами, представленими в різних системах обчислення, необхідно заздалегідь перевести їх в одну систему.

Складання. В основі складання двійкової системи обчислення лежить таблиця складання однорозрядних двійкових чисел:

0 + 0 = 0

0 + 1 = 1

1 + 0 = 1

1 + 1 = (1)0 перенесення в старший розряд

Як приклад складемо в стовпчик двійкові числа 1101_2 і 1110_2.

$$\begin{array}{cccccc}
 & & 1 & & & \\
+ & & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \\
 & & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\
\hline
 & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{1}
\end{array}$$

Зробимо перевірку в десятковій системі числення:

$1101_2 = 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 13_{10}$;

$1110_2 = 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 14_{10}$;

$11011_2 = 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 27_{10}$

Віднімання. В основі лежить таблиця віднімання однозначних двійкових чисел. При відніманні з меншого числа (0) більшого (1) проводиться заімка із старшого розряду, тобто переходить у молодший як дві одиниці (тобто старший розряд подається двійкою більшого степеня) 2 – 1 = 1. Відповідь записуємо 1.

0 - 0 = 0

(1)0 - 1 = 1 Заімка зі старшого розряду

1 - 0 = 1

1 - 1 = 0

Як приклад проведемо віднімання двійкових чисел 1101_2 і 1101_2.

$$\begin{array}{cccccc}
- & 1 & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \\
 & & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \\
\hline
 & & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0}
\end{array}$$

Зробимо перевірку в десятковій системі числення:

$11101_2 = 25_{10}$;

$1101_2 = 13_{10}$;

$25_{10} – 13_{10} = 12_{10}$;

$1100_2 = 12_{10}$.

Множення. В основі множення лежить таблиця множення однозначних чисел:

$0 \cdot 0 = 0$

$0 \cdot 1 = 0$

$1 \cdot 0 = 0$

$1 \cdot 1 = 1$

Як приклад проведемо множення двійкових чисел 111_2 і 101_2.

$$
\begin{array}{rcccccc}
 & & & * & 1 & 1 & 1 \\
 & & & & 1 & 0 & 1 \\
\cline{5-7}
 & & & & 1 & 1 & 1 \\
 & & + & 0 & 0 & 0 & \\
+ & 1 & 1 & 1 & & & \\
\hline
1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 &
\end{array}
$$

Зробимо перевірку в десятковій системі числення:

$111_2 = 7_{10}$;

$101_2 = 5_{10}$;

$7_{10} \cdot 5_{10} = 35_{10}$;

$100011_2 = 1{\cdot}2^5 + 0{\cdot}2^4 + 0{\cdot}2^3 + 0{\cdot}2^2 + 1{\cdot}2^1 + 1{\cdot}2^0 = 32 + 2 + 1 = 35_{10}$.

Ділення. Ділення двійкових чисел здійснюється за тими ж правилами, що й для десяткових. При цьому використовуються таблиці двійкового множення і віднімання. Як приклад проведемо розподіл числа 101010_2 на 111_2.

$$
\begin{array}{rcccccc|ccc}
- & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\
\cline{8-10}
 & 1 & 1 & 1 & & & & 1 & 1 & 0 \\
\cline{2-6}
 & & - & 1 & 1 & 1 & & & & \\
 & & & 1 & 1 & 1 & & & & \\
\cline{3-6}
 & & & & & 0 & & & &
\end{array}
$$

Зробимо перевірку в десятковій системі числення:

$101010_2 = 42_{10}$;

$111_2 = 7_{10}$;

$42_{10} : 7_{10} = 6_{10}$;

$110_2 = 6_{10}$.

Аналогічно, можна виконувати арифметичні дії у вісімковій і шістнадцятковій системах числення.

2. Перетворення чисел у позиційній системи числення з основою Р у подання в десятковій системі числення і навпаки.

Переклад чисел з десяткової системи числення в двійкову. Для цього необхідно :

1) поділити з остачею число в десятковій системі на двійку;
2) частку від попереднього ділення поділити з остачею на 2;
3) виконувати операцію 2 доти, доки частка від ділення буде дорівнювати 0 або 1
4) записати частку від останнього ділення і далі остачу від ділення з права вліво у послідовності їх одержання. Тобто першою цифрою двійкового аналогу буде частка від останнього ділення (якщо вона не дорівнює нулю), а останні

цифри - остачі від ділення у послідовності їх одержання. Наприклад: перекласти число 21(10) в двійкову систему

21 | 2
20 10 | 2
1 10 5 | 2
0 4 2 | 2
1 2 1
0

21(10)=10101(2)

Переклад чисел з двійкової системи числення в десяткову. Для цього необхідно скласти суму добутків степенів двійки на кожну з цифр, де степінь двійки визначається позицією цифри в числі. При чому степінь двійки при останній цифрі - 0.

Наприклад : перекласти число $1011101_{(2)}$ в десяткову систему.

$1*2^6 + 0*2^5 + 1*2^4 +1*2^3 + 1*2^2 + 0*2^1 + 1*2^0= 64+0+16+8+4+0+1= 93$

$1011101_{(2)=}93_{(10)}$

Переклад чисел з десяткової системи числення в вісімкову. Для заміни десяткового цілого числа на рівне йому вісімкове використовується алгоритм послідовного ділення цього числа на 8. Наприклад: перекласти число 317(10) в вісімкову систему

317 | 8
312 39 | 8
5 32 4
7

317D=475O

Переклад чисел з вісімкової системи числення в двійкову. Розглянемо правило заміни вісімкового числа на рівне йому двійкове, попередньо звернувшись до таблиці, де кожній вісімковій цифрі відповідає трьохзначне двійкове число: кожну цифру вісімкового запису слід замінити її двійковим аналогом.

Наприклад: перекласти число $475_{(8)}$ в двійкову систему 475O = 100 111 101 B

8С/Ч	**2С/Ч**	**8С/Ч**	**2С/Ч**
0	000	4	100
1	001	5	101
2	010	6	110
3	011	7	111

Переклад чисел з двійкової системи числення в вісімкову. Зворотній перехід від двійкового представлення числа до вісімкового здійснюється за правилом: в двійковому запису числа потрібно виділити тріаду (ліворуч та праворуч від коми), замінити кожну тріаду відповідною вісімковою цифрою. У випадку необхідності неповні тріади доповнюються нулями. Наприклад: перекласти число 1010110B в вісімкову систему числення

1010110 = 001 010 110B = 126O
1 2 6

Переклад чисел з шістнадцяткової системи числення в двійкову, десяткову та навпаки. Кожну шістнадцяткову цифру потрібно замінити відповідною їй двійковою тетрадою. Неповні тетради доповнюються нулями. Розбивку виконують для цілої частини числа з права вліво, для дробової - зліва направо. Кожну з цих тетрад (груп) позначають символом у відповідності до таблиці.

Десятичні цифри	**16С/Ч**	**2С/Ч**	**Десятичні цифри**	**16С/Ч**	**2С/Ч**
0	0	0000	8	8	1000
1	1	0001	9	9	1001
2	2	0010	10	A	1010
3	3	0011	11	B	1011
4	4	0100	12	C	1100
5	5	0101	13	D	1101
6	6	0110	14	E	1110
7	7	0111	15	F	1111

Наприклад:

15D = FH

6CH = 0110 1100B

6 C

111110111_{16} = 0111 1101 1111B = 7DFH

7 D F