

Test task for Sports Mathematician

Эта задача - миниатюра того, с чем ты будешь работать на позиции спортивного математика.

В идеале, задание не должно занять у тебя более чем 4 часа.

Пожалуйста, реализуй решение на языке Python и пришли нам архив скрипта или ipython notebook с коротким объяснением решений.

Условия

Есть стандартный матч по настольному теннису.

Игроки по очереди делают по 2 подачи, пока счет не станет 10-10 или один из них не наберет 11. После 10-10 начинается овертайм. Овертайм заканчивается, как только один из игроков наберет преимущество в 2 очка.

Допустим, у нас есть 2 параметра:

- p_1 – вероятность взятия раунда (подачи) первым игроком на своей подаче
- p_2 – вероятность взятия раунда (подачи) первым игроком на подаче соперника.

Задание

1) Считаем, что матч не переходит в овертайм (при счете 10-10 игра заканчивается). Нужно реализовать алгоритм, который на вход принимает p_1 и p_2 , на выход выдает распределение финальных счетов в формате $\{(score_1, score_2): probability\}$ тремя способами:

А) Оценка методом Монте Карло.

Б) Проход возможных исходов по дереву.

В) Поиском стационарного распределения, используя матрицу переходов Марковского процесса.

2) Считаем, что что стартовый счёт 10-10. Реализуй алгоритм оценки вероятности победы каждого игрока в овертайме при условии, что $p_1=p_2$, теми же способами.

3) Опиши сравнительные плюсы и минусы методов А, Б, В для обоих пунктов.

4) Допустим, мы делаем аналогичную оценку для игры Counter Strike.

Одна из главных особенностей – в случае взятия раунда, команда набирает преимущество в экономике, что может помочь во взятии следующего раунда. Опиши применимость вышеуказанных методов для такого случая.