

Tvorba Fázových Portrétov v MATLAB

Zadanie č. 1

Roiko Oleksii

12. januára 2024

Definícia Problému

Napíšte program v simulačnom prostredí MATLAB/Simulink na generovanie fázových portrétov autonómneho ($u=0$) LDS rádu $n = 2$. Úlohu riešte s využitím vlastných funkcií pre všetky typy koreňov charakteristickej rovnice LDS rádu $n = 2$ (vstupom môžu byť koeficienty charakteristickej rovnice systému, resp. matica stavu - Jakobián). Výsledné fázové portréty (sedlo, uzol stabilný/nestabilný, ohnisko stabilné/nestabilné, stred) znázorníte vo fázovej rovine pri meniacich sa počiatočných podmienkach.

Moje Riešenie (MATLAB Kód)

```
file lin.m

function xder = lin(~,u,par)
    xder = par*u;
return

file main.m

par_stable_node = [-2 0; 0 -3]; %jordan
par_unstable_node = [2 0; 0 3]; %jordan
par_saddle = [2 0; 0 -2]; %jordan
par_center = [0 1; -1 0]; %jacobian
par_spiral_stable = [-1 -1; 1 -1]; %jacobian
par_spiral_unstable = [1 1; -1 1]; %jacobian

tspan = [0 10];

figure;

for i = -10:2:10
    for j = -10:2:10
        x0 = [i j];
        [t, x] = ode45(@(t,x) lin(t,x,par_spiral_unstable),
            tspan, x0);
        plot(x(:,1), x(:,2), 'r');
        %plot(t, x(:,2), 'g')
        hold on;
    end
end

title('Spiral-Unstable');
xlabel('x1');
ylabel('x2');
[x1, x2] = meshgrid(-20:2:20, -20:2:20);
x1dot = par_spiral_unstable(1,1) .* x1 + par_spiral_unstable
    (1,2) .* x2;
x2dot = par_spiral_unstable(2,1) .* x1 + par_spiral_unstable
    (2,2) .* x2;
quiver(x1, x2, x1dot, x2dot, 1.2, 'g');
xlim([-20,20])
ylim([-20,20])
```

Rovnice Charakteristických Koreňov

$$\begin{array}{ll} \text{par_stable_node:} & \lambda^2 + 5\lambda + 6 \\ \text{par_unstable_node:} & \lambda^2 - 5\lambda + 6 \\ \text{par_saddle:} & \lambda^2 - 4 \\ \text{par_center:} & \lambda^2 + 1 \\ \text{par_spiral_stable:} & \lambda^2 + 2\lambda + 2 \\ \text{par_spiral_unstable:} & \lambda^2 - 2\lambda + 2 \end{array}$$

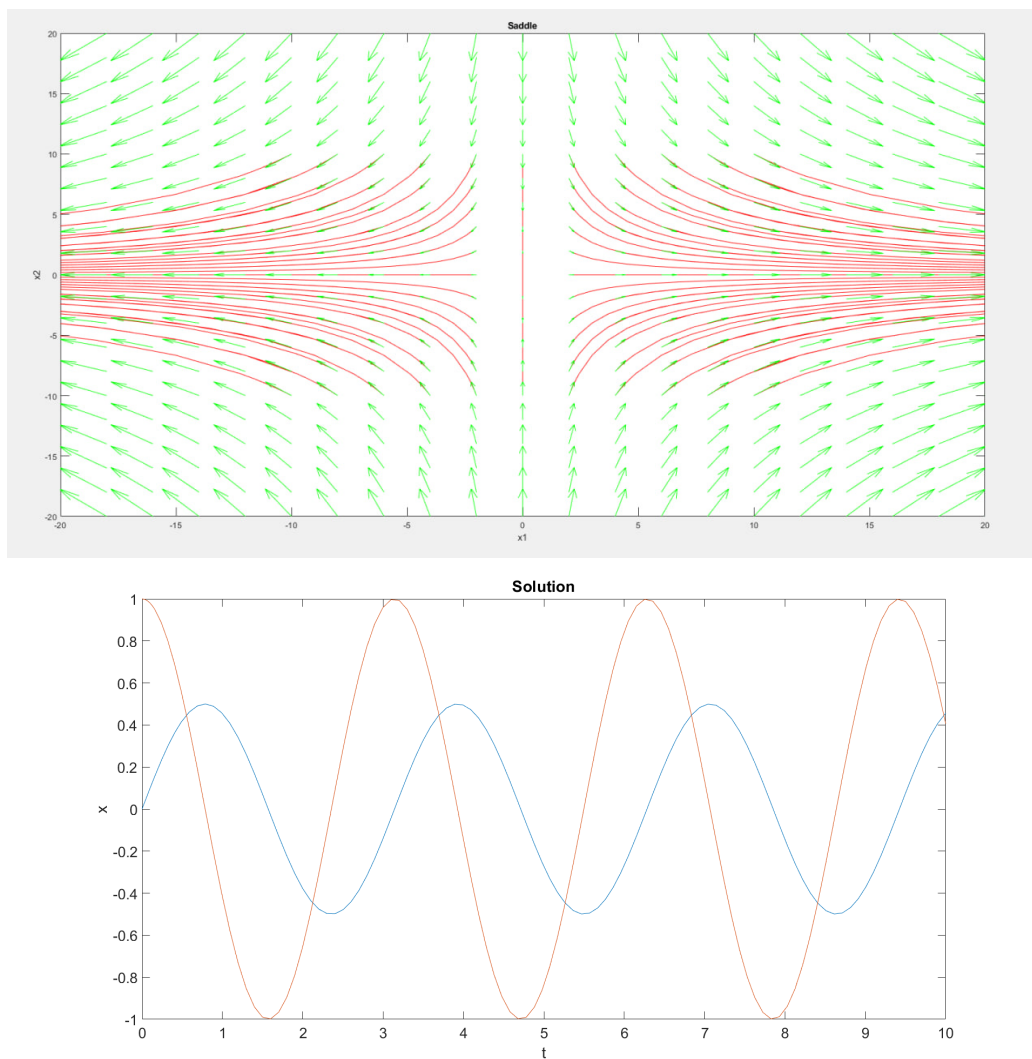
Podmienky Pre Korene Charakteristických Rovníc

Eigenvalues	Eigenvalues (symbolic description)	Behavior
Both real negative	$\lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}; \lambda_1, \lambda_2 < 0$	Stable node
Both real positive	$\lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}; \lambda_1, \lambda_2 > 0$	Unstable node
One real negative, one real positive	$\lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}; \lambda_1 > 0, \lambda_2 < 0 \text{ or } \lambda_1 < 0, \lambda_2 > 0$	Saddle point (unstable)
Complex conjugate eigenvalues with negative real parts	$\lambda_1 = -a - bi, \lambda_2 = -a + bi \text{ or } \lambda_1 = -a + bi, \lambda_2 = -a - bi$ $a, b \in \mathbb{R}; a, b > 0$	Stable spiral
Complex conjugate eigenvalues with positive real parts	$\lambda_1 = a - bi, \lambda_2 = a + bi \text{ or } \lambda_1 = a + bi, \lambda_2 = a - bi$ $a, b \in \mathbb{R}; a, b > 0$	Unstable spiral
Complex conjugate with zero parts	$\lambda_1 = -bi, \lambda_2 = bi \text{ or } \lambda_1 = bi, \lambda_2 = -bi$ $b \in \mathbb{R}; b > 0$	Stable center

Obr. 1: Korene charakteristických rovníc

Sedlo

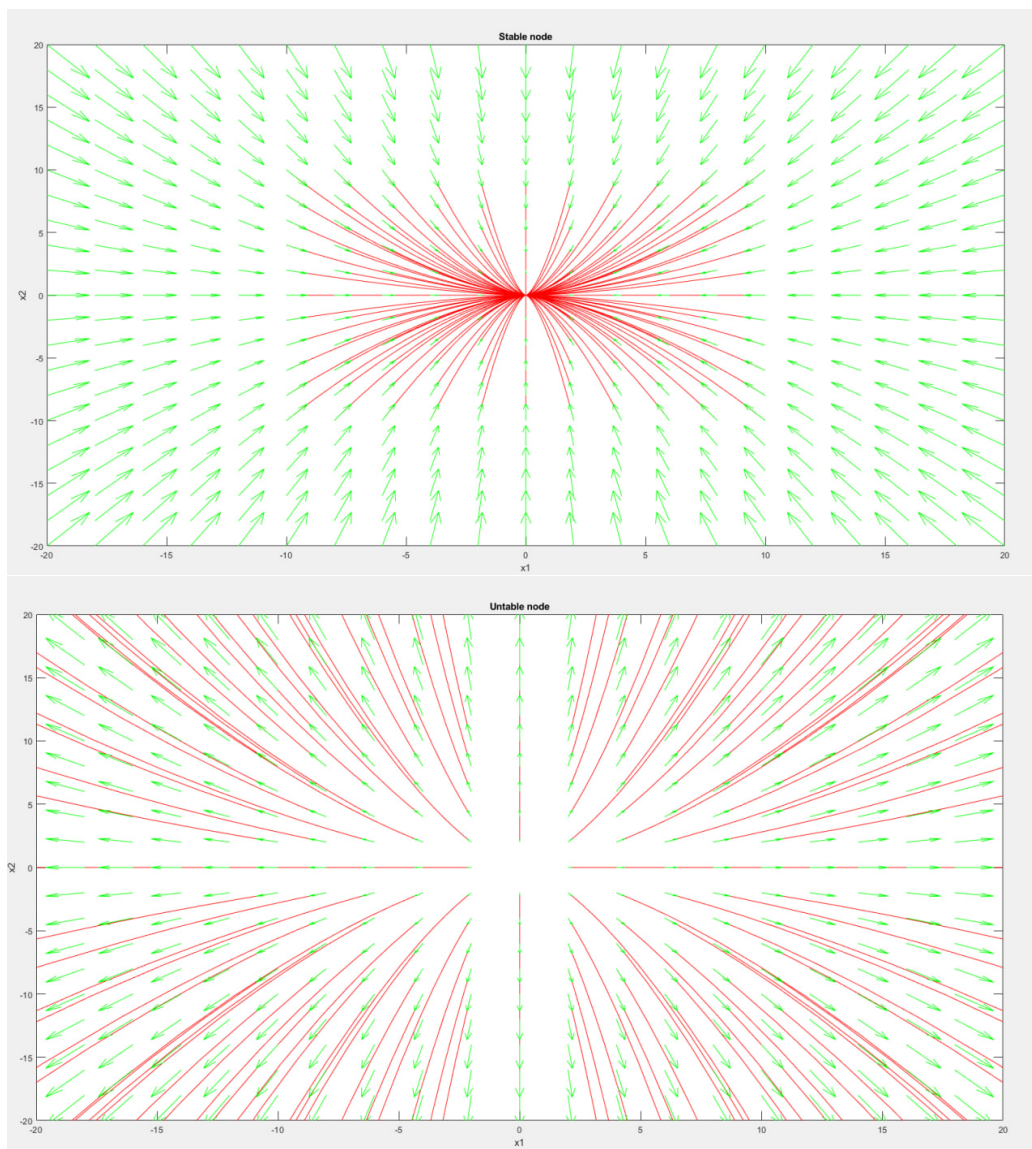
Pre fázový portrét sedla sú potrebné dva reálne korene s opačnými znamienkami: $\lambda > 0$ a $\lambda < 0$.



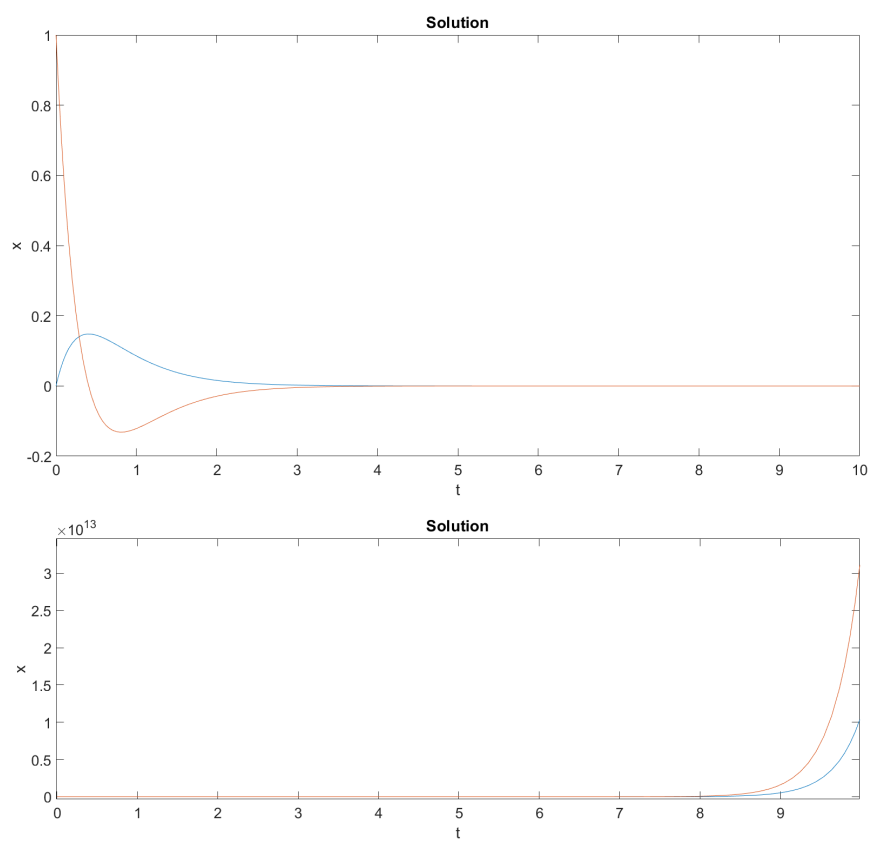
Obr. 2: Fázový portrét sedla/priebeh v case

Uzol (Stabilný/Nestabilný)

Pre stabilný uzol je potrebný pár koreňov s negatívnou reálnou časťou: $\text{Re}(\lambda) < 0$. Pre nestabilný uzol sú potrebné korene s pozitívnou reálnou časťou: $\text{Re}(\lambda) > 0$.



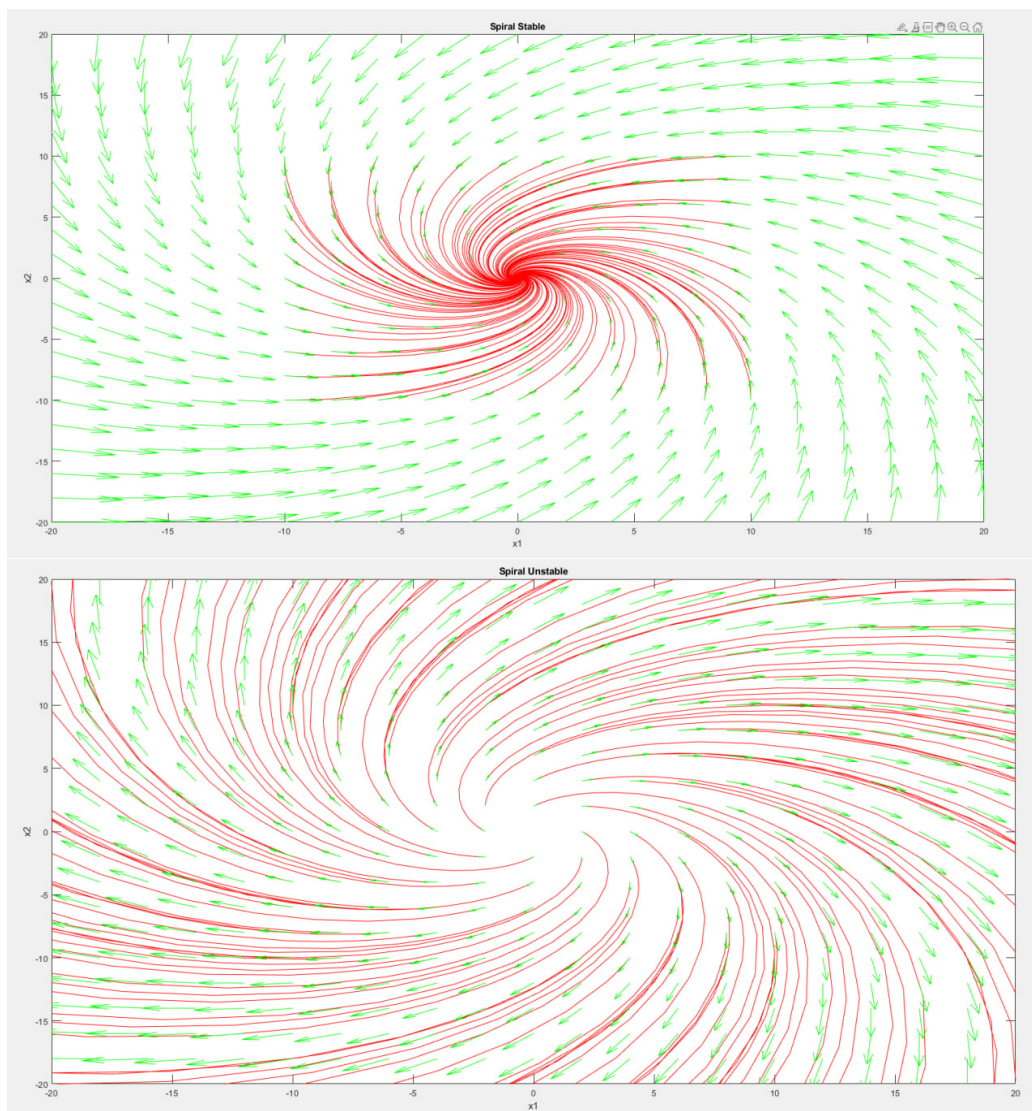
Obr. 3: Fázový portrét uzla (stabilný/nestabilný)



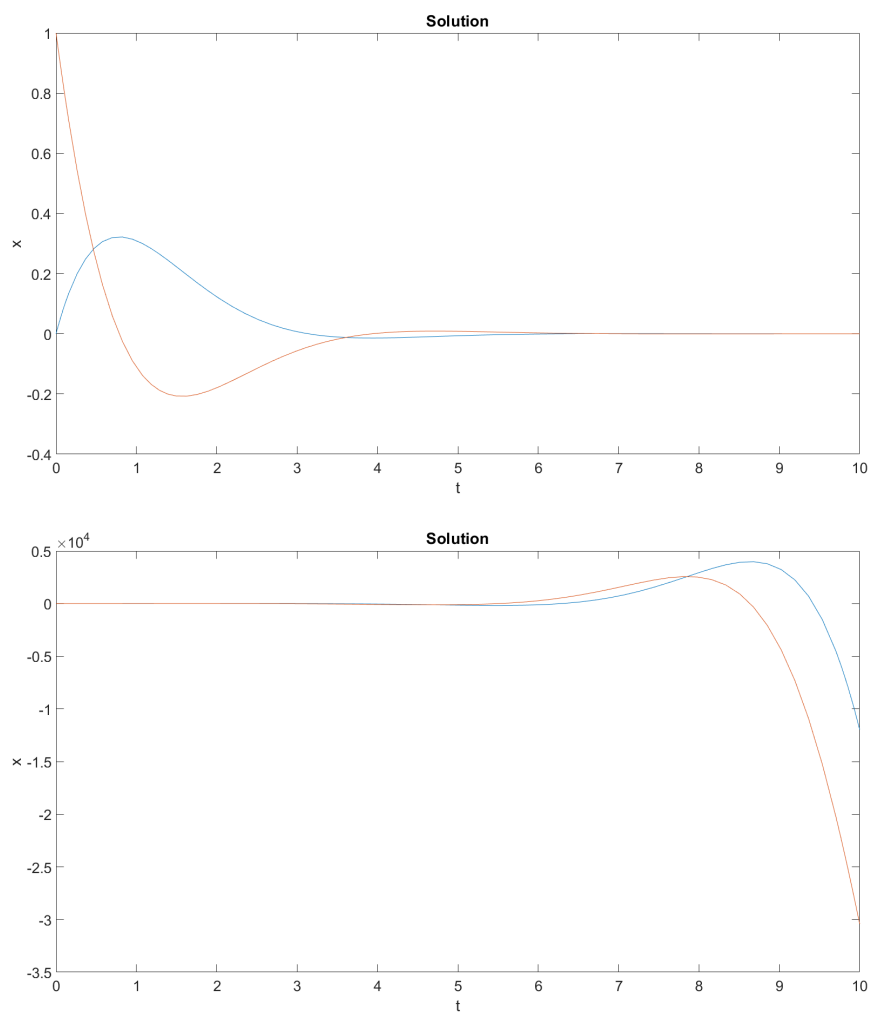
Obr. 4: Priebeh v case

Ohnisko (Stabilné/Nestabilné)

Pre stabilné ohnisko sú potrebné dva komplexné konjugované korene s negatívnou reálnou časťou: $\text{Re}(\lambda) < 0$. Pre nestabilné ohnisko sú potrebné korene s pozitívnou reálnou časťou: $\text{Re}(\lambda) > 0$.



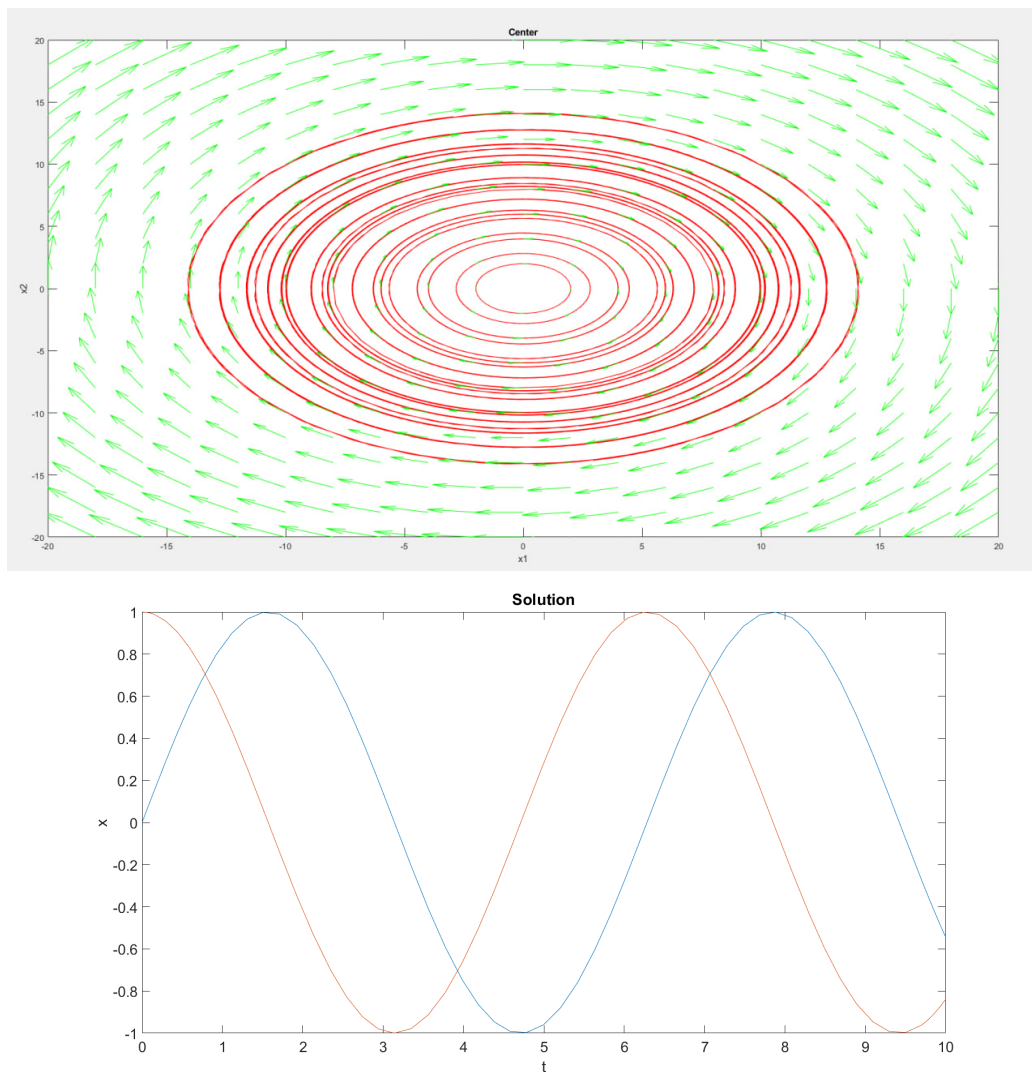
Obr. 5: Fázový portrét ohniska (stabilné/nestabilné)/pribeh v case



Obr. 6: Priebeh v case

Stred

Pre fázový portrét stredú sú potrebné čisté imaginárne korene: $\text{Re}(\lambda) = 0$.



Obr. 7: Fázový portrét stredú/priebeh v case/priebeh v case