Optimálne riadenie fyzikálneho systému

Roiko Oleksii

23.01.2024

1 Úvod

Tento dokument popisuje návrh optimálneho riadenia pre vybraný fyzikálny systém. Cieľom je dosiahnuť rovnovážny stav a ustálený stav systému prostredníctvom vhodne navrhnutého riadiaceho zákona.

2 Riadenie do rovnovážneho stavu

Máme teda systém zadaný stavovým opisom (9), pričom máme zadaný kvadratický funkcionál:

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \left(x(t)^T Q x(t) + 50u(t)^2 \right) dt \tag{1}$$

Kde za stavové veľičiny $x(t)$ s $x_2(t)$ považujem výšky hladín v nádržiach $h_1(t)$ a $h_2(t)$. Z funkcionálu J určíme maticu Q a prvok R

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad R = 50. \tag{2}$$

Keďže sa jedná o stavové riadenie založené na P regulačných stavov, navrhujeme riadenie v tvare

$$\tilde{u}(t) = -R^{-1}B^T K x(t) \tag{3}$$

Kde K z $2x2$ je riešením Riccatiho rovnice:

$$0 = -KA - A^T K + KBR^{-1}B^T K - Q. \tag{4}$$

Pre riadenie podľa kvadratického kritéria (LQ) definujeme pre

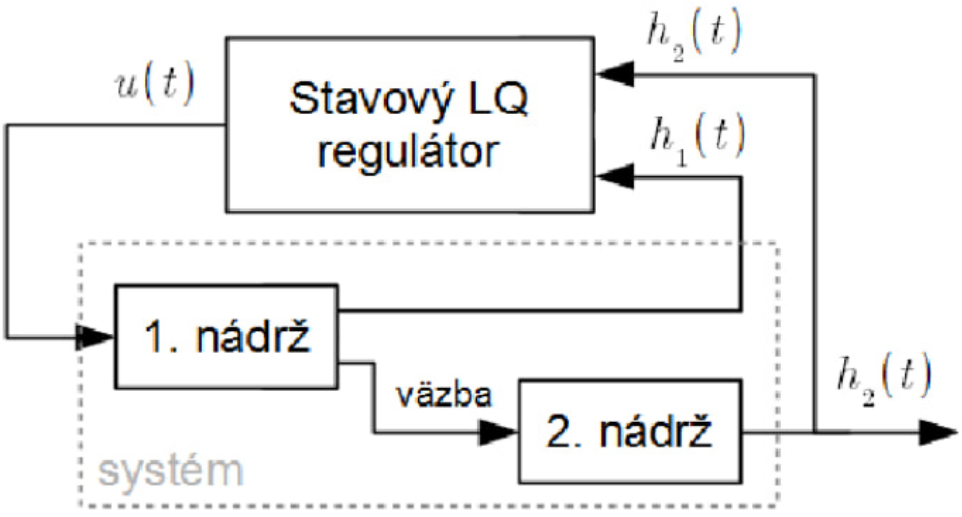
A) Nelineárny model:

- akčný zásah $u(t)$ ako prítok do prvej nádrže,
- stavové veľičiny ako výšky hladín $x_1(t) = h_1(t), x_2(t) = h_2(t)$ v nádržiach.

2.1 Algoritmické/programové riešenie

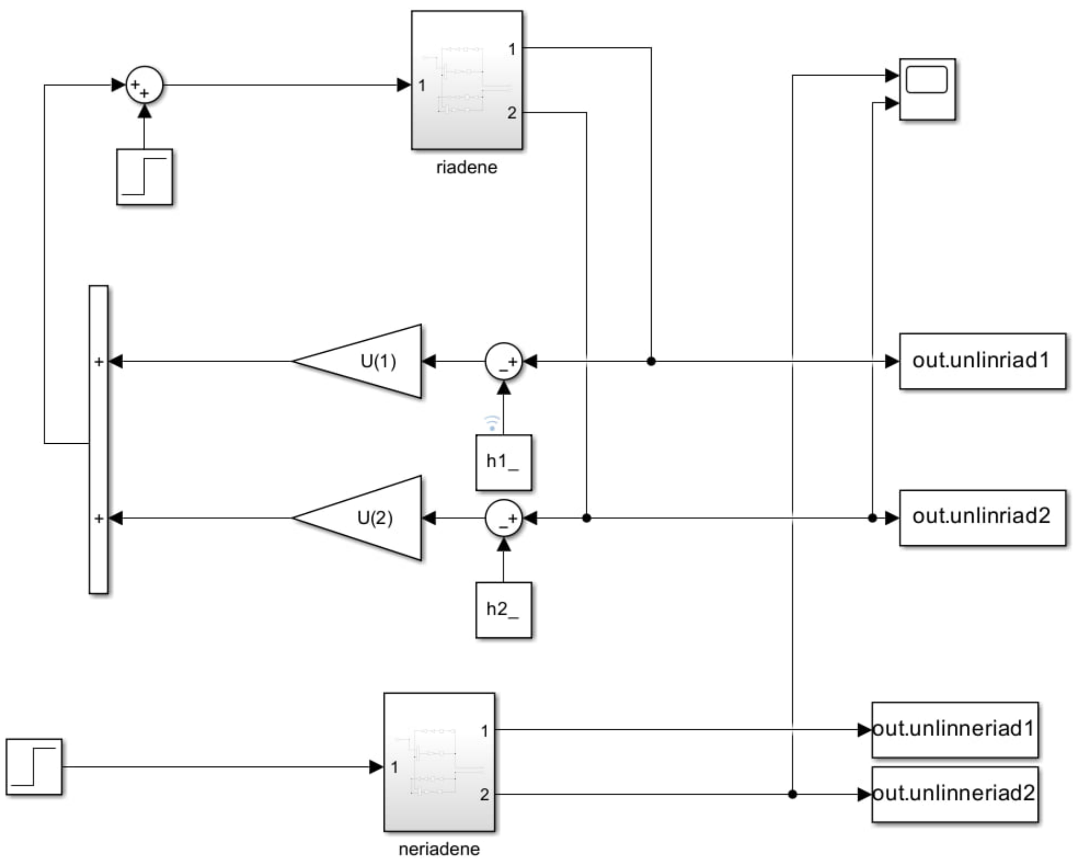
- Funkcia v Matlabu pre výpočet K:

```
A = jacobian(f, [h1, h2]);
simplify(A);
A = double(subs(A, [q0, g, h1, h2, p1, p2, s1, s2, R1, R2, S2, S1], ...
    [q0_, g_, h1_, h2_, p1_, p2_, s1_, s2_, R1_, R2_, S2_, S1_]));

B = jacobian(f, q0);
simplify(B);
B = double(subs(B, [q0, g, h1, h2, p1, p2, s1, s2, R1, R2, S2, S1], ...
    [q0_, g_, h1_, h2_, p1_, p2_, s1_, s2_, R1_, R2_, S2_, S1_]));

C = eye(2);
D = [0;0];

sys = ss(A,B,C,D);

Q = eye(2);
R = 50;

[K_lqr,S,P] = lqr(sys,Q,R);

KK = -K*A - A'*K + K*B*inv(R)*B'*K - Q;
KK_vpa = vpa(KK,5);

disp(KK_vpa)

fun = @(x) [0.000013699*x(1)^2 + 0.029864*x(1) - 0.030286*x(2) - 1.0,
            0.033848*x(2) - 0.015143*x(3) + 0.000013699*x(1)*x(2),
            0.033848*x(2) - 0.015143*x(3) + 0.000013699*x(1)*x(2),
            0.000013699*x(2)^2 + 0.037831*x(3) - 1.0];

x0 = [0, 0, 0];

options = optimoptions('fsolve', 'Display', 'iter');
K1 = fsolve(fun, x0, options);

K1 = [44.3433 11.5960;11.5960 26.3847];
disp(K1);
disp(S);

%K1 == S

U = -inv(R)*B'*S;
disp(U)
disp(K_lqr);

%U = K_lqr;

N = 1/([0 1]*inv((B.*K_lqr-A))*B);
disp(N);
```



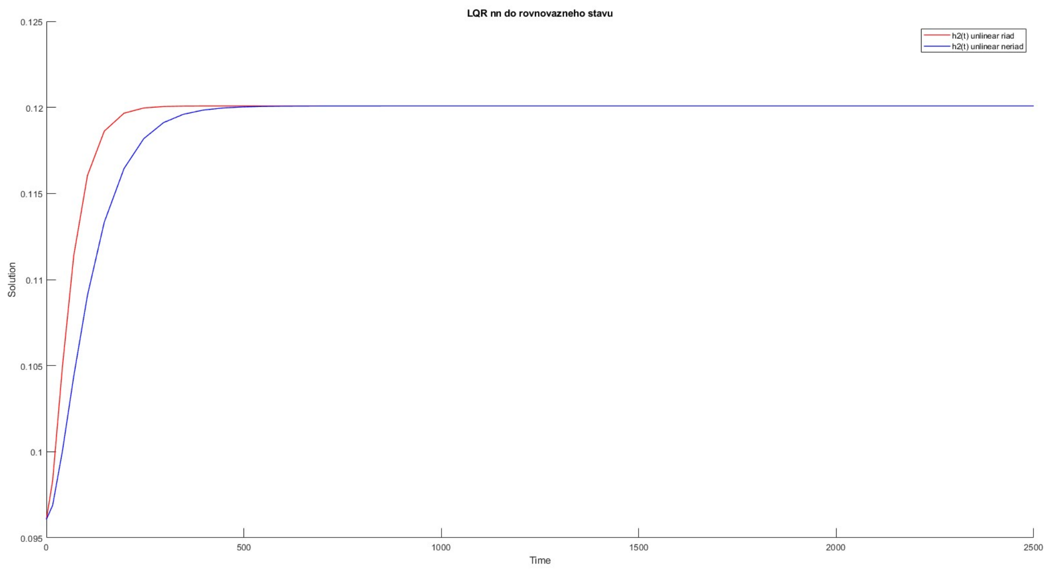
Obr. 1: Ridiaca schema

- Simulačná schéma v Simulinku na overenie riadiaceho zákona:

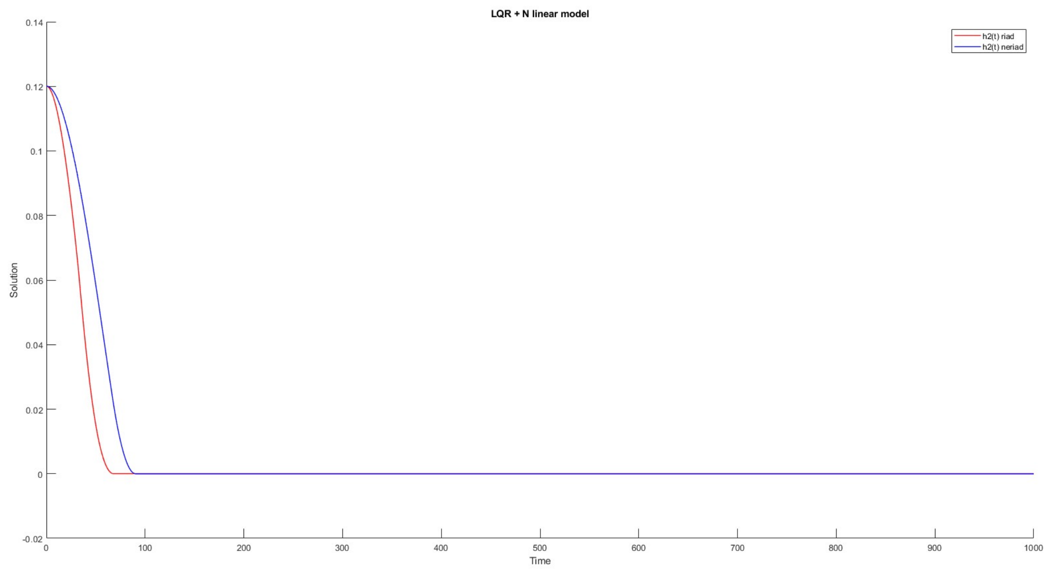


Obr. 2: Simulačná schéma v Simulinku

- Grafy výsledkov simulácie:



Obr. 3: Riadenie do rovnovážneho stavu (nelinearny system)



Obr. 4: Vypustanie nadrzi(nelinearny system)

3 Riadenie na ustálený stav

V tomto prípade sa jedná o napúšťanie nádrží z nenulových počiatočných podmienok. Pre riadenie $u(t)$ podľa kvadratického kritéria platí

$$\tilde{u}(t) = -R^{-1}B^T K x(t) + Nw \tag{5}$$

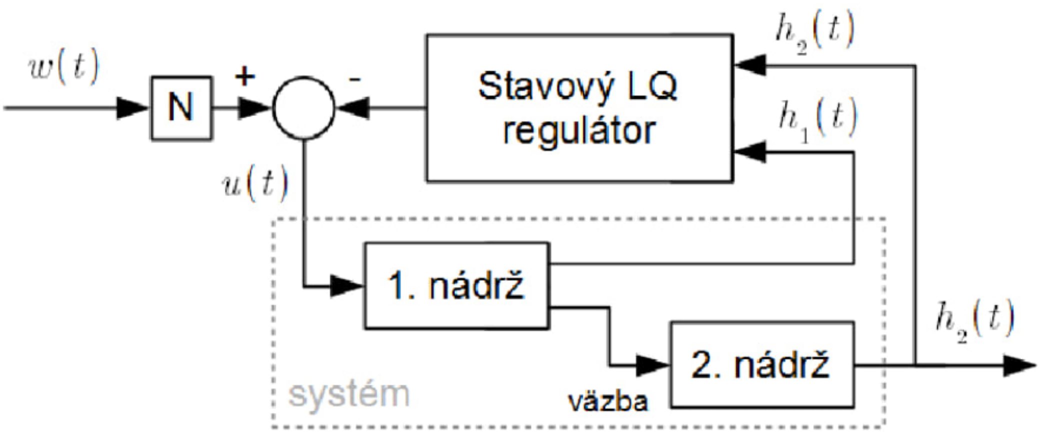
kde N je dopredné zosilnenie a vypočíta sa podľa vzťahu

$$N = \frac{1}{C(-A - BK)^{-1}B} \tag{6}$$

$K[2x2]$ je riešením Riccatiho rovnice

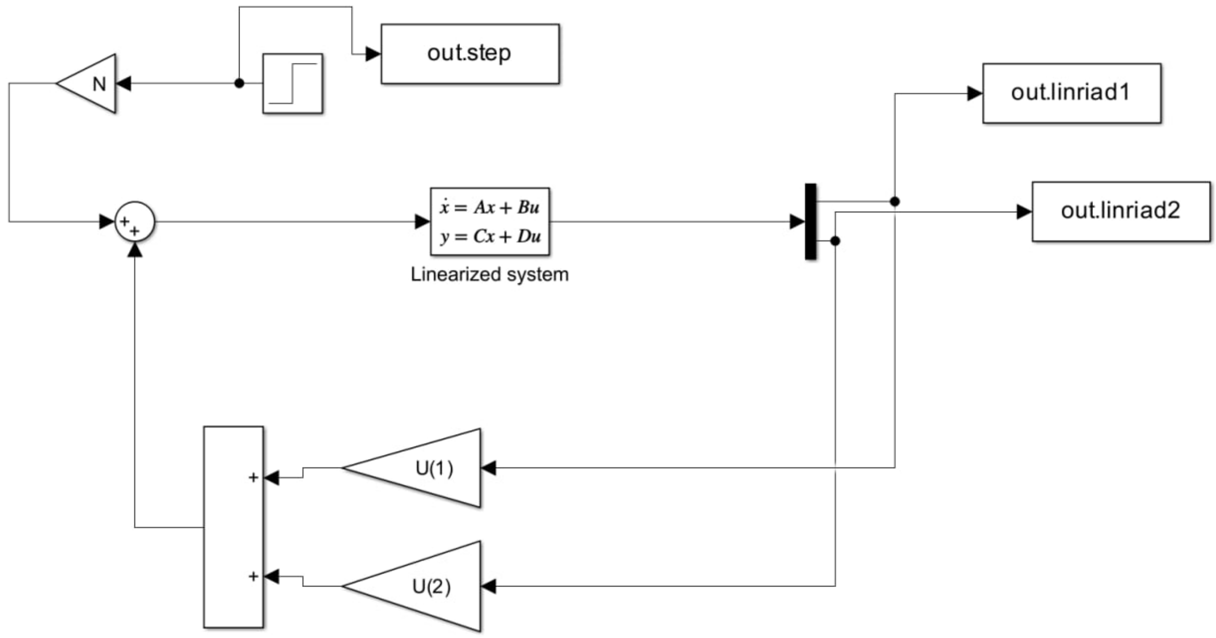
$$0 = -KA - A^T K + KBR^{-1}B^T K - Q \tag{7}$$

Pre v tomto prípade si volíme požadovanú výšku hladiny v druhej nádrži h_a a dopredné zosilnenie N zabezpečí reguláciu do ustáleného stavu. Tento typ riadenia je znázornený na nasledujúcej schéme:

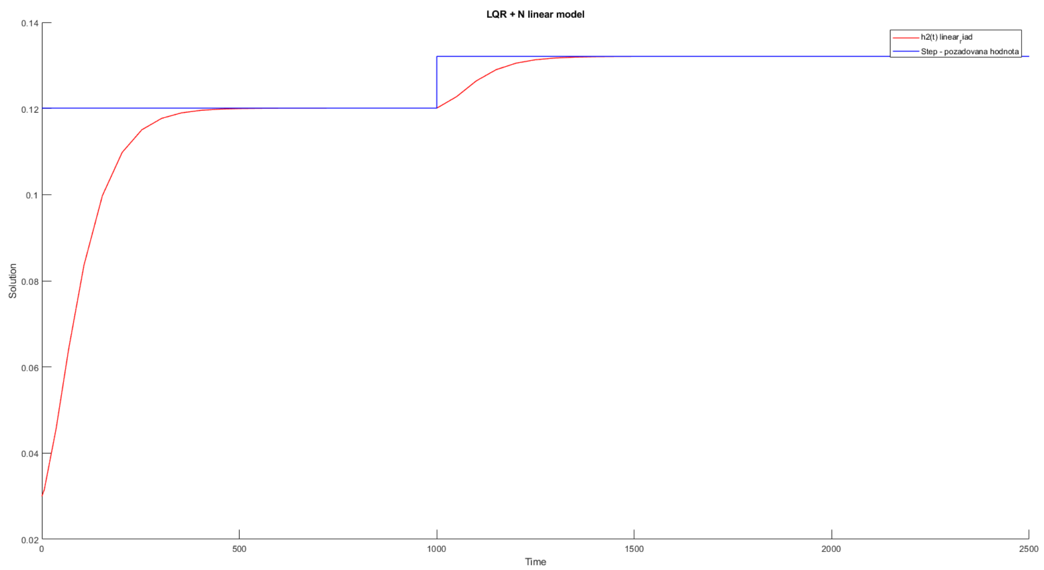


Obr. 5: LQ riadenie na ustálený stav - lineárny model

Aby sme mohli dosimulovať tento typ riadenia, použijeme nami vytvorený lineárny model a v prostredí Simulink si naprogramujeme nasledujúcu blokovú schému, kde zároveň demonštrujeme rozdiel voči skokovej zmene na konštantný prítok.



Obr. 6: Simulačná schéma v Simulinku



Obr. 7: Riadenie do pozadovaneho stavu (nelinearny system)