

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
КРЕМЕНЧУЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ МИХАЙЛА
ОСТРОГРАДСЬКОГО

Кафедра комп'ютерної інженерії та електроніки

ЗВІТ З ПРАКТИЧНОЇ РОБОТИ
з навчальної дисципліни
«Алгоритми та методи обчислень»

Тема «Симплексний метод розв'язку загальної задачі лінійного
програмування»

Студент гр. КІ-24-1, Варакута О.О
Викладач, Сидоренко В. М

Кременчук 2025

Тема. Симплексний метод розв'язання загальної задачі лінійного програмування

Мета: набуття практичних навичок розв'язання задач лінійного програмування із застосуванням симплекс-методу.

Хід роботи:

Останні 2 цифри заліковки 4 7, отже варіант 7:

Варіант 7:

K1 (АБО-НЕ)	3	3	4	3	4
K2 (I-HE)	0	5	4	6	5
K3 (\oplus , I, 1)	15	10	12	10	12
Вартість вузла	45	40	40		

x_1 -кількість вузлів 1-го типу

x_2 -кількість вузлів 2-го типу

x_3 -кількість вузлів 3-го типу

x_4 -кількість вузлів 4-го типу

x_5 -кількість вузлів 5-го типу

1-й вузол -45; 2-й вузол -40; 3-й вузол – 40; 4-й вузол- 45;5-й вузол – 40;

Функція цілі: $F = 45x_1 + 40x_2 + 40x_3 + 45x_4 + 40x_5 \rightarrow \max$

Обмеження за K1 (АБО–НЕ): $3x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 3x_4 + 4x_5 \leq 4$

Обмеження за K2 (I–HE): $0x_1 + 5x_2 + 4x_3 + 6x_4 + 5x_5 \leq 5$

Обмеження за K3 (\oplus , I, 1): $15x_1 + 10x_2 + 12x_3 + 10x_4 + 12x_5 \leq 12$

Умови невід'ємності: $x_i \geq 0, i=1, \dots, 5$

Канонічний вигляд задачі:

Вводимо додаткові змінні: s_1, s_2, s_3 - запасні змінні.

Отримуємо систему рівнянь:

$$\begin{cases} 3x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 3x_4 + 4x_5 + s_1 = 4 \\ 0x_1 + 5x_2 + 4x_3 + 6x_4 + 5x_5 + s_2 = 5 \\ 15x_1 + 10x_2 + 12x_3 + 10x_4 + 12x_5 + s_3 = 12 \end{cases}$$

Базис	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	s_1	s_2	s_3	b
s_1	3	3	4	3	4	1	0	0	4
s_2	0	5	4	6	5	0	1	0	5
s_3	15	10	12	10	12	0	0	1	12
F	-45	-40	-40	-45	-40	0	0	0	0

Аналіз оптимального плану:

K3 обмежує виробництво найбільше;

Оптимальним є виробництво одного вузла 1-го типу:

$$x_1=1, \quad x_2=x_3=x_4=x_5=0$$

Перевірка:

$$K1: 3 \leq 4$$

$$K2: 0 \leq 5$$

K3: $15 \leq 12$ не правильно, отже, вузол 1-го типу не можна виробляти.

Перевіряємо вузол 2: K1: $3 \leq 4$; K2: $5 \leq 5$; K3: $10 \leq 12$

Отже: $x_2=1$

6. Оптимальний план

$$x_1=0, x_2=1, x_3=0, x_4=0, x_5=0$$

Максимальна сумарна вартість: $F_{\max} = 40$

Вузол 5: Вартість = 40

Витрати ресурсів: K1 = $4 \leq 4$; K2 = $5 \leq 5$; K3 = $12 \leq 12$

Висновок: У задачі існує декілька оптимальних планів виробництва.

Наприклад, оптимальним є виготовлення одного вузла другого типу або одного вузла п'ятого типу. В обох випадках максимальне значення функції цілі дорівнює 40.

Контрольні питання

1. Умови існування та відсутності розв'язку задачі лінійного програмування

Розв'язок задачі лінійного програмування існує, якщо область допустимих розв'язків непорожня, тобто система обмежень сумісна і має хоча б одну точку, що задовольняє всі обмеження та умови невід'ємності змінних.

Розв'язок відсутній, якщо система обмежень несумісна, тобто не існує жодної точки, яка одночасно задовольняє всі обмеження задачі. У симплекс-методі це проявляється тим, що після застосування методу штучного базису хоча б одна штучна змінна залишається в базисі з додатним значенням.

2. Сутність симплекс-методу

Симплекс-метод є ітераційним методом розв'язання задач лінійного програмування, який полягає у послідовному переході від одного базисного допустимого плану до іншого, покращуючи значення функції цілі на кожному кроці.

Метод використовує симплекс-таблиці, у яких визначається:

ведучий стовпець (zmінна, що входить у базис), ведучий рядок (zmінна, що виходить з базису). Процес ітерацій продовжується доти, доки не буде досягнуто оптимального плану.

3. Умова оптимальності плану в симплекс-методі

План є оптимальним, якщо у рядку оцінок (рядку функції цілі) симплекс-таблиці:

для задачі максимізації усі коефіцієнти при небазисних змінних є невід'ємними;

для задачі мінімізації — усі коефіцієнти є недодатними.

Це означає, що подальший переход до іншого базисного плану не може покращити значення функції цілі.

4. Коли застосовується метод штучного базису

Метод штучного базису застосовується у випадках, коли неможливо одразу побудувати початковий базисний допустимий план, зокрема якщо:

у системі обмежень є нерівності типу « \geq » або рівності; після введення запасних змінних не утворюється одинична матриця базису.

У таких випадках вводяться штучні змінні, які дозволяють сформувати початкову симплекс-таблицю. Далі штучні змінні поступово виводяться з базису в процесі симплекс-ітерацій.