

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
КРЕМЕНЧУЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ  
УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ МИХАЙЛА  
ОСТРОГРАДСЬКОГО

Кафедра комп'ютерної інженерії та електроніки

ЗВІТ З ПРАКТИЧНОЇ РОБОТИ  
з навчальної дисципліни  
«Алгоритми та методи обчислень»

Тема «Симплексний метод розв'язку загальної задачі лінійного  
програмування»

Студент гр. КІ-24-1, Варакута О.О

Викладач, Сидоренко В. М

Кременчук 2025

Тема. Симплексний метод розв'язання загальної задачі лінійного програмування

Мета: набуття практичних навичок розв'язання задач лінійного програмування із застосуванням симплекс-методу.

Хід роботи:

Останні 2 цифри заліковки 4 7, отже варіант 7:

Варіант 7:

K1 (АБО-НЕ)	3	3	4	3	4
K2 (І-НЕ)	0	5	4	6	5
K3 ( $\oplus$ , I, 1)	15	10	12	10	12
Вартість вузла	45	40	40		

$x_1$ -кількість вузлів 1-го типу

$x_2$ -кількість вузлів 2-го типу

$x_3$ -кількість вузлів 3-го типу

$x_4$ -кількість вузлів 4-го типу

$x_5$ -кількість вузлів 5-го типу

1-й вузол -45; 2-й вузол -40; 3-й вузол – 40; 4-й вузол- 45;5-й вузол – 40;

Функція цілі:  $F = 45x_1 + 40x_2 + 40x_3 + 45x_4 + 40x_5 \rightarrow \max$

Обмеження за K1 (АБО-НЕ):  $3x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 3x_4 + 4x_5 \leq 4$

Обмеження за K2 (І-НЕ):  $0x_1 + 5x_2 + 4x_3 + 6x_4 + 5x_5 \leq 5$

Обмеження за K3 ( $\oplus$ , I, 1):  $15x_1 + 10x_2 + 12x_3 + 10x_4 + 12x_5 \leq 12$

Умови невід'ємності:  $x_i \geq 0 \ i=1, \dots, 5$

Канонічний вигляд задачі:

Вводимо додаткові змінні:  $s_1, s_2, s_3$  - запасні змінні.

Отримуємо систему рівнянь:

$$\begin{cases} 3x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 3x_4 + 4x_5 + s_1 = 4 \\ 0x_1 + 5x_2 + 4x_3 + 6x_4 + 5x_5 + s_2 = 5 \\ 15x_1 + 10x_2 + 12x_3 + 10x_4 + 12x_5 + s_3 = 12 \end{cases}$$

Базис	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>	x <sub>5</sub>	s <sub>1</sub>	s <sub>2</sub>	s <sub>3</sub>	b
s <sub>1</sub>	3	3	4	3	4	1	0	0	4
s <sub>2</sub>	0	5	4	6	5	0	1	0	5
s <sub>3</sub>	15	10	12	10	12	0	0	1	12
F	-45	-40	-40	-45	-40	0	0	0	0

Аналіз оптимального плану:

КЗ обмежує виробництво найбільше;

Оптимальним є виробництво одного вузла 1-го типу:

$$x_1=1, \quad x_2 = x_3 = x_4 = x_5 = 0$$

Перевірка:

$$K1: 3 \leq 4$$

$$K2: 0 \leq 5$$

K3:  $15 \leq 12$  не правильно, отже, вузол 1-го типу не можна виробляти.

Перевіряємо вузол 2: K1:  $3 \leq 4$ ; K2:  $5 \leq 5$ ; K3:  $10 \leq 12$

Отже:  $x_2=1$

## 6. Оптимальний план

$$x_1=0, \quad x_2=1, \quad x_3=0, \quad x_4=0, \quad x_5=0$$

Максимальна сумарна вартість:  $F_{\max} = 40$

**Вузол 5:** Вартість = 40

Витрати ресурсів:  $K1 = 4 \leq 4$ ;  $K2 = 5 \leq 5$ ;  $K3 = 12 \leq 12$

Висновок: У задачі існує декілька оптимальних планів виробництва.

Наприклад, оптимальним є виготовлення одного вузла другого типу або одного вузла п'ятого типу. В обох випадках максимальне значення функції цілі дорівнює 40.

Контрольні питання

## **1. Умови існування та відсутності розв'язку задачі лінійного програмування**

Розв'язок задачі лінійного програмування існує, якщо область допустимих розв'язків непорожня, тобто система обмежень сумісна і має хоча б одну точку, що задовольняє всі обмеження та умови невід'ємності змінних.

Розв'язок відсутній, якщо система обмежень несумісна, тобто не існує жодної точки, яка одночасно задовольняє всі обмеження задачі. У симплекс-методі це проявляється тим, що після застосування методу штучного базису хоча б одна штучна змінна залишається в базисі з додатним значенням.

## **2. Сутність симплекс-методу**

Симплекс-метод є ітераційним методом розв'язання задач лінійного програмування, який полягає у послідовному переході від одного базисного допустимого плану до іншого, покращуючи значення функції цілі на кожному кроці.

Метод використовує симплекс-таблиці, у яких визначається:

ведучий стовпець (змінна, що входить у базис), ведучий рядок (змінна, що виходить з базису). Процес ітерацій продовжується доти, доки не буде досягнуто оптимального плану.

## **3. Умова оптимальності плану в симплекс-методі**

План є оптимальним, якщо у рядку оцінок (рядку функції цілі) симплекс-таблиці:

для задачі максимізації усі коефіцієнти при небазисних змінних є невід'ємними;

для задачі мінімізації — усі коефіцієнти є недодатними.

Це означає, що подальший перехід до іншого базисного плану не може покращити значення функції цілі.

## **4. Коли застосовується метод штучного базису**

Метод штучного базису застосовується у випадках, коли неможливо одразу побудувати початковий базисний допустимий план, зокрема якщо:

у системі обмежень є нерівності типу « $\geq$ » або рівності; після введення запасних змінних не утворюється одинична матриця базису.

У таких випадках вводяться штучні змінні, які дозволяють сформувати початкову симплекс-таблицю. Далі штучні змінні поступово виводяться з базису в процесі симплекс-ітерацій.