Отчет по лабораторной работе №4

Модель гармонических колебаний . Вариант 34

Бармина Ольга Константиновна

2022 March 1st

Содержание

List of Figures

List of Tables

1 Цель работы

Целью данной работы является построение математической модели гармонических колебаний с помощью OpenModelica.

2 Задание

В ходе работы необходимо:

1. Построить решение уравнения гармонического осциллятора без затухания.

2. Записать уравнение свободных колебаний гармонического осциллятора с затуханием, построить его решение. Построить фазовый портрет гармонических колебаний с затуханием.

3. Записать уравнение колебаний гармонического осциллятора, если на систему действует внешняя сила, построить его решение. Построить фазовый портрет колебаний с действием внешней силы.

4. Записать простейшую модель гармонических колебаний, дать определение осциллятора, записать модель математического маятника и алгоритм перехода от дифференциального уравнения второго порядка к двум дифференциальным уравнениям первого порядка, объяснить, что такое фазовый портрет и фазовая траектория. [1]

3 Теоретическое введение

Гармонические колебания — колебания, при которых физическая величина изменяется с течением времени по гармоническому (синусоидальному, косинусоидальному) закону. [2]

Осциллятор — система, совершающая колебания, то есть показатели которой периодически повторяются во времени.

Уравнение свободных колебаний гармонического осциллятора имеет следующий вид:

$$x'' + 2\gamma x' + \omega^2 x = 0$$

где x – переменная, описывающая состояние системы, γ – параметр, характеризующий потери энергии, ω – собственная частота колебаний, t – время.

Данное уравнение есть линейное однородное дифференциальное уравнение второго порядка и оно является примером линейной динамической системы. При отсутствии потерь в системе вместо этого уравнения получаем уравнение консервативного осциллятора энергия колебания которого сохраняется во времени.

$$x'' + \omega_0^2 x = 0$$

Для однозначной разрешимости уравнения второго порядка (2) необходимо задать два начальных условия вида

$$\begin{cases} x(t_0) = x_0 \\ x'(t_0) = y_0 \end{cases}$$

Уравнение второго порядка можно представить в виде системы двух уравнений первого порядка:

$$\begin{cases} x' = y \\ y' = -\omega_0^2 x \end{cases}$$

Начальные условия примут вид:

$$\begin{cases} x(t_0) = x_0 \\ y(t_0) = y_0 \end{cases}$$

Независимые переменные x, y определяют пространство, в котором «движется» решение. Это фазовое пространство системы, поскольку оно двумерно будем называть его фазовой плоскостью.

Значение фазовых координат x, y в любой момент времени полностью определяет состояние системы. Решению уравнения движения как функции времени отвечает гладкая кривая в фазовой плоскости. Она называется фазовой траекторией. Если множество различных решений изобразить на одной фазовой плоскости, возникает общая картина поведения системы. Такую картину, образованную набором фазовых траекторий, называют фазовым портретом.

4 Выполнение лабораторной работы

1. Напишем программу для построения решениz уравнения гармонического осциллятора без затухания.

```
model lab04_1

parameter Real w = sqrt(8.7);
parameter Real g = 0.00;

parameter Real x0 = 0.6;
parameter Real y0 = -0.6;

Real x(start=x0);
Real y(start=y0);

function f
  input Real t;
  output Real res;
algorithm
    res := 0;
end f;

equation
der(x) = y;
der(y) =  -w*w*x-g*y-f(time);

end lab04_1;
```

Figure 4.1: рис 1. Код задачи №1

2. Совершим симуляцию результатов в период от 0 до 67 с шагом 0.05. Выведем параметрический график по x на экран.

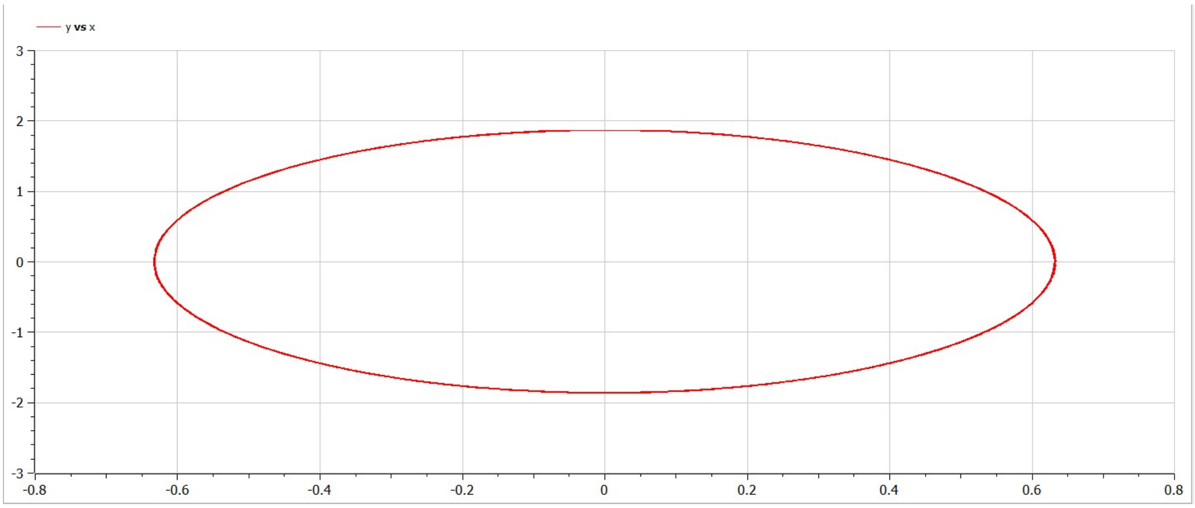

Figure 4.2: рис 2. Результат симуляции №1

3. Изменим программу для уравнения свободных колебаний гармонического осциллятора с затуханием.

```
model lab04_2

parameter Real w = sqrt(8.7);
parameter Real g = 8.7;

parameter Real x0 = 0.6;
parameter Real y0 = -0.6;

Real x(start=x0);
Real y(start=y0);

function f
  input Real t;
  output Real res;
algorithm
    res := 0;
end f;

equation
der(x) = y;
der(y) =  -w*w*x-g*y-f(time);

end lab04_2;
```

Figure 4.3: рис 3. Код задачи №2

4. Совершим симуляцию результатов в период от 0 до 67 с шагом 0.05. Выведем параметрический график по x на экран.

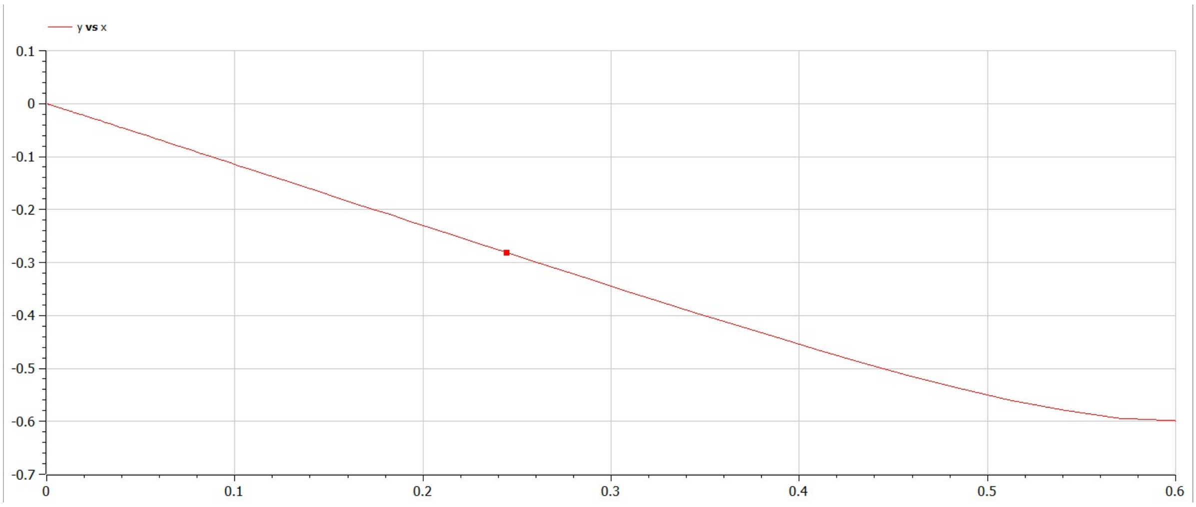

Figure 4.4: рис 4. Результат симуляции №2

5. Изменим программу для уравнения колебаний гармонического осциллятора, если на систему действует внешняя сила

```
model lab04_3

parameter Real w = sqrt(8.7);
parameter Real g = 8.7;

parameter Real x0 = 0.6;
parameter Real y0 = -0.6;

Real x(start=x0);
Real y(start=y0);

function f
  input Real t;
  output Real res;
algorithm
    res := 8.7*sin(2*t);
end f;

equation
der(x) = y;
der(y) =  -w*w*x-g*y-f(time);

end lab04_3;
```

Figure 4.5: рис 5. Код задачи №3

6. Совершим симуляцию результатов в период от 0 до 67 с шагом 0.05. Выведем параметрический график по x на экран.

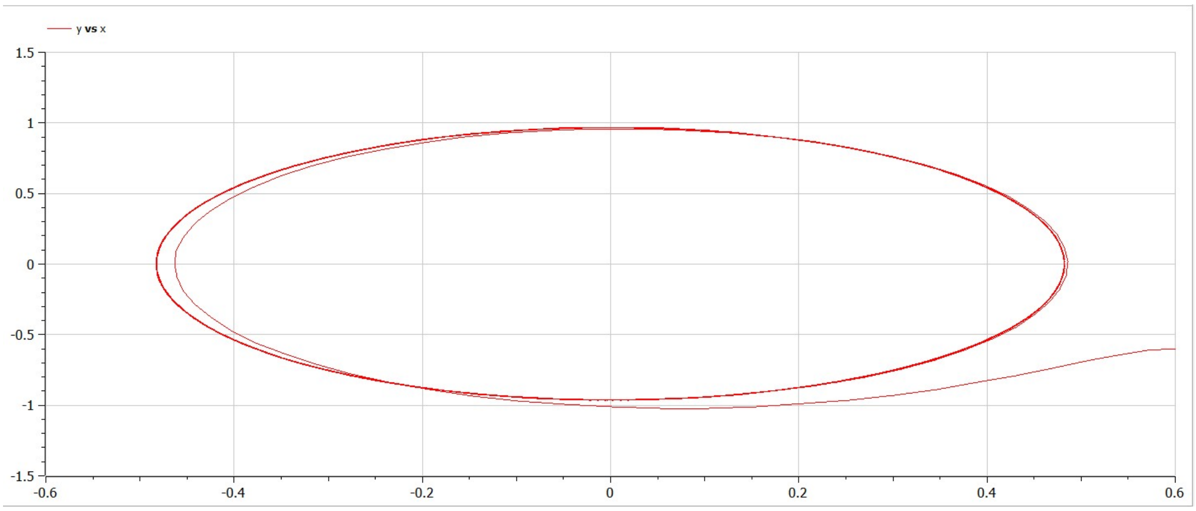

Figure 4.6: рис 6. Результат симуляции №3

5 Выводы

В ходе работы мы построили решение уравнения гармонического осциллятора без затухания, записали уравнение свободных колебаний гармонического осциллятора с затуханием, построили его решение, построили фазовый портрет гармонических колебаний с затуханием, и записали уравнение колебаний гармонического осциллятора, если на систему действует внешняя сила, построили его решение, построили фазовый портрет колебаний с действием внешней силы.

6 Список литературы

1. Методические материалы курса

2. Википедия: Гармонические колебания (https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%93%D0%B0%D