

# **Отчет по лабораторной работе №5**

**Модель хищник-жертва. Вариант 34**

Бармина Ольга Константиновна

2022 March 8th

# Содержание

<b>1</b>	<b>Цель работы</b>	<b>5</b>
<b>2</b>	<b>Задачи</b>	<b>6</b>
<b>3</b>	<b>Теоретические сведения</b>	<b>7</b>
<b>4</b>	<b>Начальные данные</b>	<b>9</b>
<b>5</b>	<b>Ход работы</b>	<b>10</b>
<b>6</b>	<b>Выводы</b>	<b>13</b>
<b>7</b>	<b>Библиография</b>	<b>14</b>

# List of Figures

5.1	Рис 1. Код программы . . . . .	10
5.2	Рис 2. График зависимости численности хищников от численности жертв . . . . .	11
5.3	Рис 3. График изменения численности хищников и численности жертв с течением времени . . . . .	11
5.4	Рис 4. Стационарное состояние системы . . . . .	12

## List of Tables

# 1 Цель работы

Ознакомление с простейшей моделью взаимодействия двух видов типа «хищник — жертва» - модель Лотки-Вольтерры и построение графиков на языке Modelica.

## 2 Задачи

1. Построить график зависимости  $x$  от  $y$  и графики функций  $x(t)$ ,  $y(t)$ ;
2. Найти стационарное состояние системы.

### 3 Теоретические сведения

Простейшая модель взаимодействия двух видов типа «хищник — жертва» - модель Лотки-Вольтерры. Данная двухвидовая модель основывается на следующих предположениях:

1. Численность популяции жертв  $x$  и хищников  $y$  зависят только от времени (модель не учитывает пространственное распределение популяции на занимаемой территории).
2. В отсутствии взаимодействия численность видов изменяется по модели Мальтуса, при этом число жертв увеличивается, а число хищников падает.
3. Естественная смертность жертвы и естественная рождаемость хищника считаются несущественными.
4. Эффект насыщения численности обеих популяций не учитывается.
5. Скорость роста численности жертв уменьшается пропорционально численности хищников.

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -ax(t) + bx(t)y(t) \\ \frac{dy}{dt} = cx(t) - dx(t)y(t) \end{cases}$$

В этой модели  $x$  – число жертв,  $y$  - число хищников. Коэффициент  $a$  описывает скорость естественного прироста числа жертв в отсутствие хищников,  $-d$  - естественное вымирание хищников, лишенных пищи в виде жертв. Вероятность взаимодействия жертвы и хищника считается пропорциональной как количеству

жертв, так и числу самих хищников ( $xu$ ). Каждый акт взаимодействия уменьшает популяцию жертв, но способствует увеличению популяции хищников (члены  $-bxu$  и  $dxu$  в правой части уравнения).

Математический анализ этой (жесткой) модели показывает, что имеется стационарное состояние, всякое же другое начальное состояние приводит к периодическому колебанию численности как жертв, так и хищников, так что по прошествии некоторого времени система возвращается в состояние В.

Стационарное состояние системы (положение равновесия, не зависящее от времени решение) будет в точке:  $x_0 = \frac{b}{d}, y_0 = \frac{a}{c}$ .

Если начальные значения задать в стационарном состоянии  $x(0) = x_0, y(0) = y_0$ , то в любой момент времени численность популяций изменяться не будет. При малом отклонении от положения равновесия численности как хищника, так и жертвы с течением времени не возвращаются к равновесным значениям, а совершают периодические колебания вокруг стационарной точки. Амплитуда колебаний и их период определяется начальными значениями численностей  $x(0), y(0)$ . Колебания совершаются в противофазе.



## 4 Начальные данные

В варианте 34 дано:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0.26x(t) + 0.027x(t)y(t) \\ \frac{dy}{dt} = 0.28x(t) - 0.031x(t)y(t) \end{cases}$$

Начальные условия  $x_0 = 6, y_0 = 12$

## 5 Ход работы

1. Напишем программу на языке Modelica.

```
1 model Predator
2 parameter Real a = 0.26;
3 parameter Real c = 0.027;
4 parameter Real b = 0.28;
5 parameter Real d = 0.031;
6
7 parameter Real x0 = 6;
8 parameter Real y0 = 12;
9
10 //parameter Real x0 = b/d;
11 //parameter Real y0 = a/c;
12
13 Real x(start=x0);
14 Real y(start=y0);
15
16 equation
17
18 der(x) = -a*x + c*x*y;
19 der(y) = b*y - d*x*y;
20
21 end Predator;
22
```

Figure 5.1: Рис 1. Код программы

1. Построим график зависимости численности хищников от численности жертв.

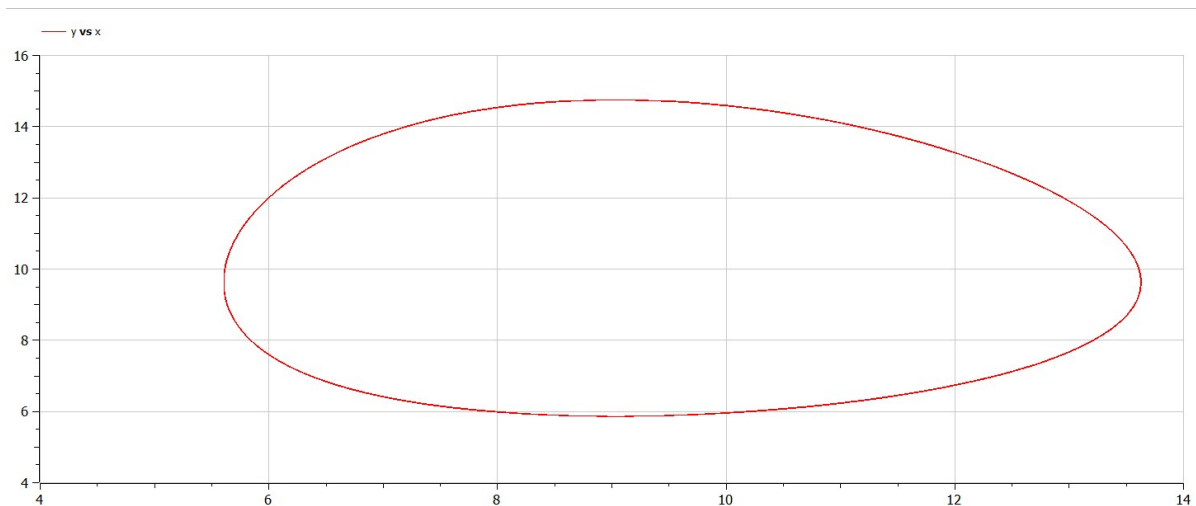


Figure 5.2: Рис 2. График зависимости численности хищников от численности жертв

2. Построим графики изменения численности популяции хищников и численности жертв с течением времени.

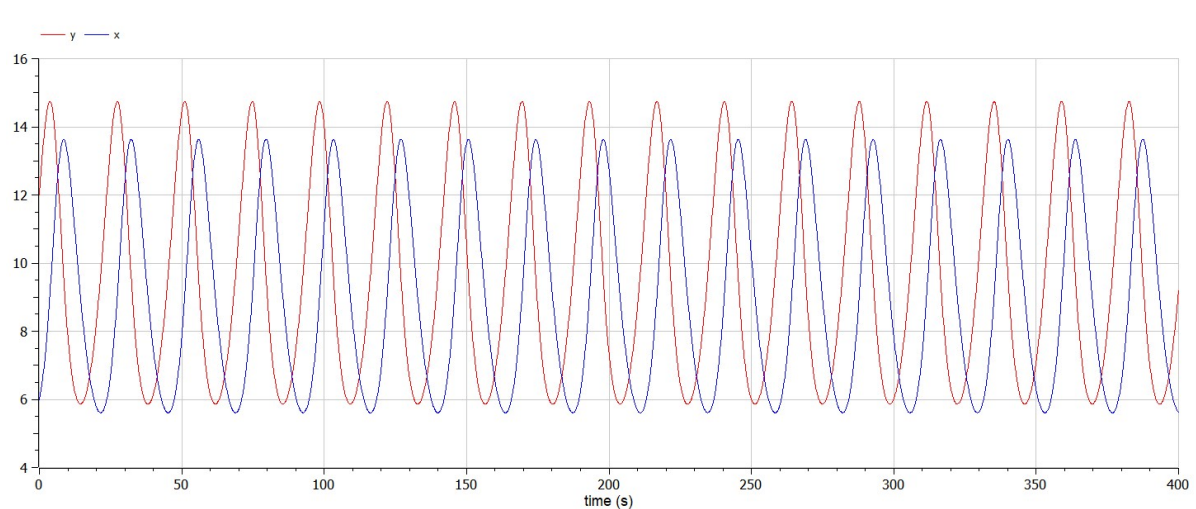


Figure 5.3: Рис 3. График изменения численности хищников и численности жертв с течением времени

3. Для того, чтобы найти стационарное состояние системы, приравниваем производные каждой из функций  $x$  и  $y$  к нулю и выражаем значения  $y$  и  $x$  соответственно.

Получим следующие значения:  $x_0 = \frac{b}{d} = \frac{0.027}{0.031} = 0.87$ ,  $y_0 = \frac{a}{c} = \frac{0.26}{0.28} = 0.93$  При стационарном состоянии значений числа и хищников не меняется во времени.

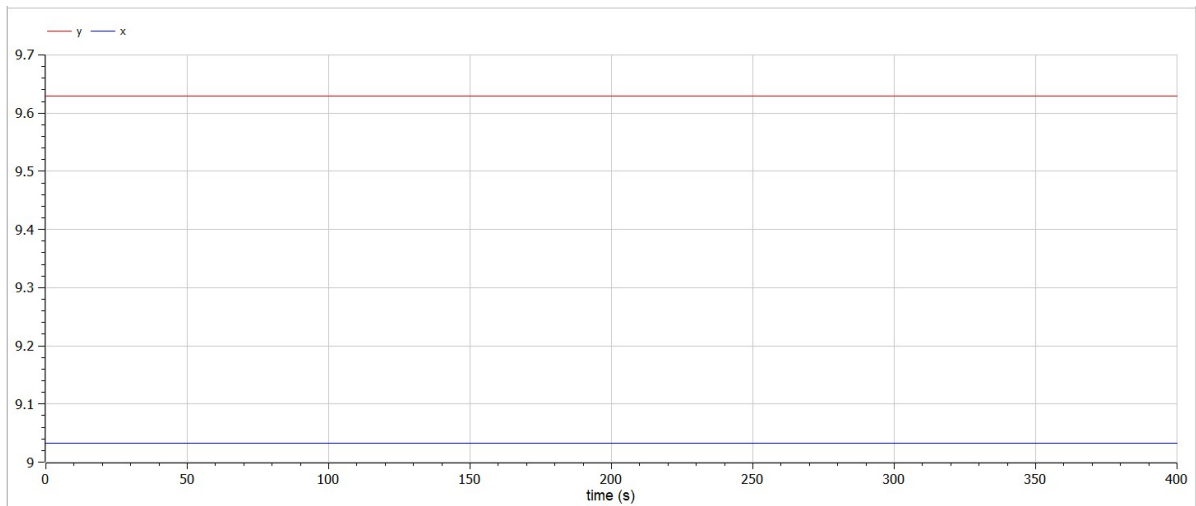


Figure 5.4: Рис 4. Стационарное состояние системы

## 6 Выводы

В ходе работы мы ознакомились с простейшей моделью взаимодействия двух видов типа «хищник — жертва» - модель Лотки-Вольтерры и построили графики на языке Modelica.

## 7 Библиография

1. Методические материалы курса
2. Wikipedia: Система «хищник — жертва»(<https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D0%B8%D0%BB%D0%B9%D0%BD%D0%BA>)