Отчет по лабораторной работе №6

Задача об эпидемии. Вариант 34

Бармина Ольга Константиновна

2022 March 15th

Содержание

List of Figures

List of Tables

1 Цель работы

Ознакомление с простейшей моделью Эпидемии и ее построение с помощью языка программирования Modelica.

2 Задачи

1. Построить графики изменения числа особей в каждой из трех групп.

2. Рассмотреть, как будет протекать эпидемия в случае:

- если $I(0) \leq I^*$

- если $I(0) > I^*$

3 Теоретические сведения

Предположим, что некая популяция, состоящая из N особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через S(t). Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их I(t). А третья группа, обозначающаяся через R(t) – это здоровые особи с иммунитетом к болезни. [1]

До того, как число заболевших не превышает критического значения I* считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда I(t)>I*, тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей.

Таким образом, скорость изменения числа S(t) меняется по следующему закону:

$$\frac{dS}{dt} = \begin{cases} -\alpha S & \text{,если I(t) > I*} \\ 0 & \text{,если I(t)} \leq \text{I*} \end{cases}$$

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится. Т.е.:

$$\frac{dI}{dt} = \begin{cases} \alpha S - \beta I & \text{,если I(t) > I*} \\ -\beta I & \text{,если I(t)} \leq \text{I*} \end{cases}$$

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни):

$$\frac{dR}{dt} = \beta I$$

Постоянные пропорциональности α, β - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно. Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялось однозначно, необходимо задать начальные условия. Считаем, что на начало эпидемии в момент времени $t = 0$ нет особей с иммунитетом к болезни $R(0) = 0$, а число инфицированных и восприимчивых к болезни особей $I(0)$ и $S(0)$ соответственно. Для анализа картины протекания эпидемии необходимо рассмотреть два случая: $I(0) \leq I*$ и $I(0) > I*$

4 Начальные данные

В варианте 34 дано:

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове $(N = 12200)$ в момент начала эпидемии $(t = 0)$ число заболевших людей $()$ I(0)=130, А число здоровых людей с иммунитетом к болезни R(0)=53. Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени S(0)=N-I(0)- R(0).

5 Ход работы

1. Напишем программу на языке Modelica.

```
model Epidemic
parameter Real a = 0.01;
parameter Real b = 0.02;
parameter Real N = 12200;
parameter Real I0 = 130;
parameter Real R0 = 53;
parameter Real S0 = N - I0 - R0;

Real S(start=S0);
Real I(start=I0);
Real R(start=R0);

equation
der(S) = 0;
der(I) = - b*I;
der(R) = b*I;

end Epidemic;

```

Figure 5.1: Рис 1. Код программы

2. Построили график изменения числа инфекционных особей I(t) и числа выздоравливающих особей R(t), если число инфицированных не превышает критического значения.

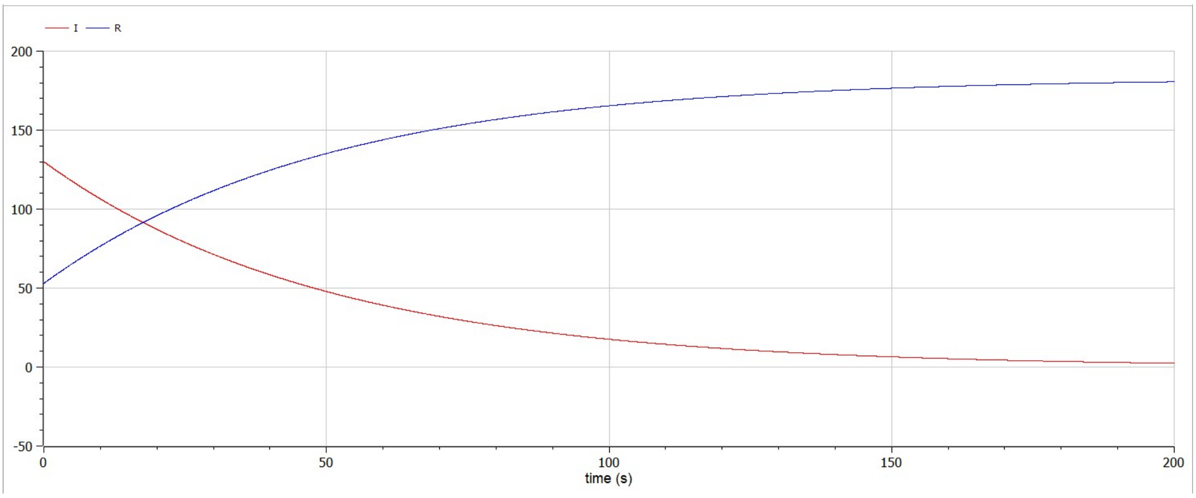

Figure 5.2: Рис 2. График изменения числа инфекционных особей I(t) и числа выздоравливающих особей R(t), если число инфицированных не превышает критического значения

3. Построили график изменения числа особей, восприимчивых к болезни S(t), если число инфицированных не превышает критического значения.

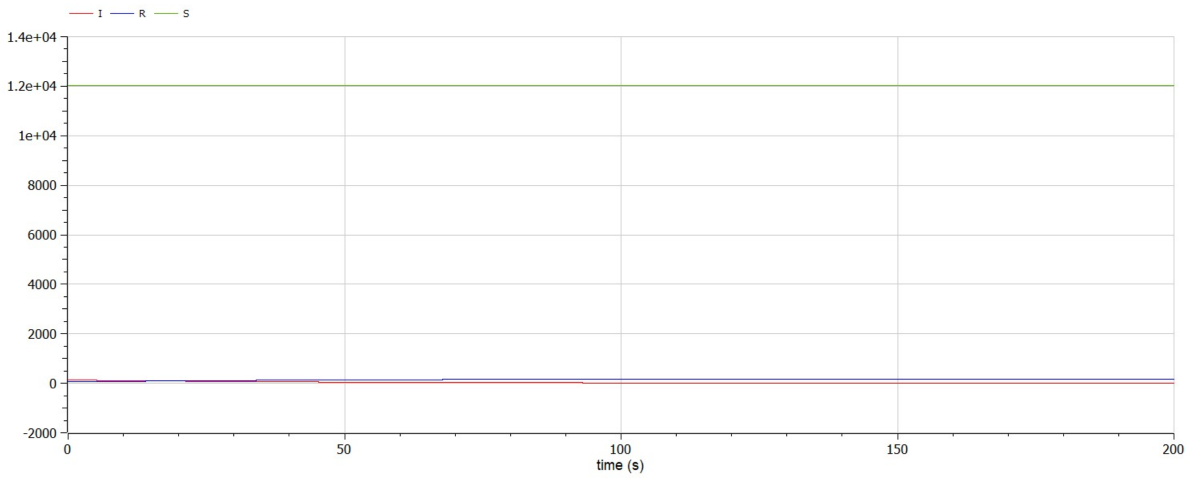

Figure 5.3: Рис 3. График изменения числа особей, восприимчивых к болезни S(t), если число инфицированных не превышает критического значения

4. Изменили код, для случая $I(t) \leq I^*$.

```
model Epidemic
parameter Real a = 0.01;
parameter Real b = 0.02;
parameter Real N = 12200;
parameter Real I0 = 130;
parameter Real R0 = 53;
parameter Real S0 = N - I0 - R0;

Real S(start=S0);
Real I(start=I0);
Real R(start=R0);

equation
der(S) = -a*S;
der(I) = a*S - b*I;
der(R) = b*I;

end Epidemic;
```

Figure 5.4: Рис 4. Код программы

5. Построили график изменения числа особей, восприимчивых к болезни S(t), числа инфекционных особей I(t) и числа выздоравливающих особей R(t), если число инфицированных выше критического значения.

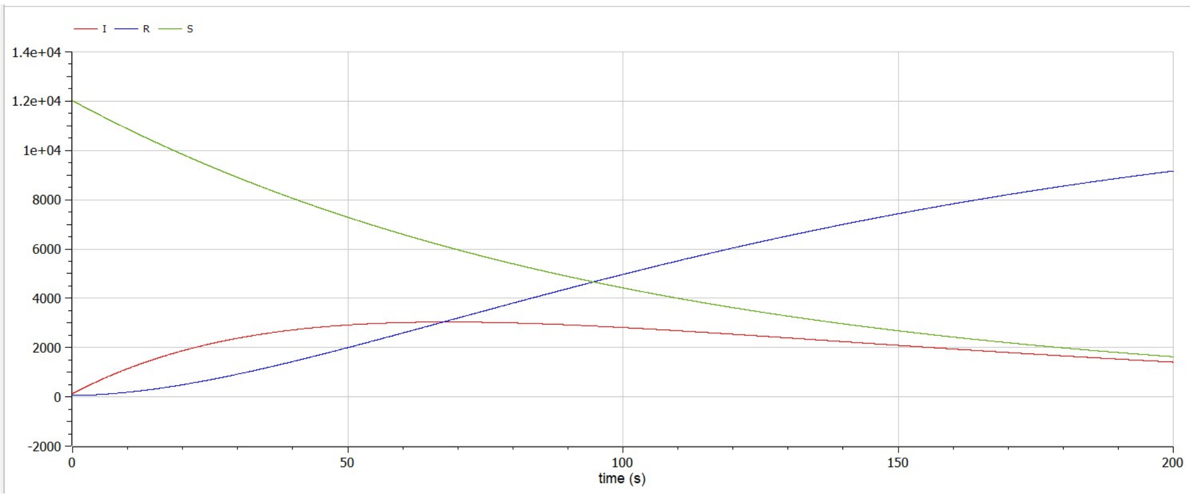

Figure 5.5: Рис 5. График изменения числа особей, восприимчивых к болезни S(t), числа инфекционных особей I(t) и числа выздоравливающих особей R(t), если число инфицированных выше критического значения

6 Выводы

Ознакомились с простейшей моделью Эпидемии и построил графики с помощью языка программирования Modelica.

7 Библиография

1. Методические материалы курса