

Отчет по лабораторной работе №4

Вычисление наибольшего общего делителя

Бармина Ольга Константиновна

2024 September 7th

Содержание

1	Цель работы	4
2	Задание	5
3	Теоретическое введение	6
4	Ход выполнения лабораторной работы	7
5	Выводы	12
	Список литературы	13

List of Figures

4.1	Алгоритм Евклида	7
4.2	Бинарный алгоритм Евклида	8
4.3	Расширенный алгоритм Евклида	9
4.4	Расширенный бинарный алгоритм Евклида 1	10
4.5	Расширенный бинарный алгоритм Евклида 2	11

1 Цель работы

Целью данной работы является освоение алгоритмов вычисления наибольшего общего делителя.

2 Задание

1. Изучить методы вычисления наибольшего общего делителя.
2. Реализовать алгоритмы вычисления НОД.

3 Теоретическое введение

Пусть числа a и b целые и $b \neq 0$. Разделить a на b с остатком - значит представить a в виде $a = qb + r$, где $q, r \in Z$ и $0 \leq r \leq |b|$. Число q называется неполным частным, число r - неполным остатком от деления a на b .

Целое число $d \neq 0$ называется *наибольшим общим делителем* целых чисел a_1, a_2, \dots, a_k (обозначается $d = (a_1, a_2, \dots, a_k)$), если выполняются следующие условия:

1. Каждое из чисел a_1, a_2, \dots, a_k делится на d ;
2. Если $d_1 \neq 0$ - другой общий делитель чисел a_1, a_2, \dots, a_k , то d делится на d_1 . [1]

4 Ход выполнения лабораторной работы

Работа выполняется на языке программирования Julia.

1. Реализуем алгоритм Евклида:

```
function euclid(a, b)
    while a != 0 && b != 0
        if a >= b
            a = a % b
        else
            b = b % a
        end
    end
    return a != 0 ? a : b
end
```

euclid (generic function with 1 method)

```
a = 12345
b = 54321
euclid(a,b)
```

3

Figure 4.1: Алгоритм Евклида

2. Реализуем бинарный алгоритм Евклида:

```

function bin_euclid(a, b)
    g = 1
    while a % 2 == 0 && b % 2 == 0
        a /= 2
        b /= 2
        g *= 2
    end
    u = a
    v = b
    while u != 0
        if u % 2 == 0
            u /= 2
        end
        if v % 2 == 0
            v /= 2
        end
        if u >= v
            u -= v
        else
            v -= u
        end
    end
    return g * v
end

```

bin_euclid (generic function with 1 method)

```
bin_euclid(35,1359331)
```

1.0

Figure 4.2: Бинарный алгоритм Евклида

3. Реализуем расширенный алгоритм Евклида:


```

function ext_euclid(a, b)
  r = Int[]
  x = Int[]
  y = Int[]
  d = 0
  push!(r, a)
  push!(r, b)
  push!(x, 1)
  push!(x, 0)
  push!(y, 0)
  push!(y, 1)
  i = 2
  while r[i] != 0
    i += 1
    push!(r, r[i-2] % r[i-1])
    if r[i] == 0
      d = r[i-1]
      x_val = x[i-1]
      y_val = y[i-1]
    else
      push!(x, x[i-2] - (div(r[i-2], r[i-1]) * x[i-1]))
      push!(y, y[i-2] - (div(r[i-2], r[i-1]) * y[i-1]))
    end
  end
  return d, x, y
end

```

ext_euclid (generic function with 1 method)

ext_euclid(a,b)

(3, [1, 0, 1, -4, 9, -22, 3617], [0, 1, 0, 1, -2, 5, -822])

Figure 4.3: Расширенный алгоритм Евклида

5. Реализуем расширенный бинарный алгоритм Евклида:

```

function ext_bin_euclid(a1, b1)
    g = 1
    while a1 % 2 == 0 && b1 % 2 == 0
        a1 /= 2
        b1 /= 2
        g *= 2
    end
    u, v = a1, b1
    a, b, c, d = 1, 0, 0, 1
    while u != 0
        while u % 2 == 0
            u /= 2
            if a % 2 == 0 && b % 2 == 0
                a /= 2
                b /= 2
            else
                a = (a + b1) ÷ 2
                b = (b - a1) ÷ 2
            end
        end
        while v % 2 == 0
            v /= 2
            if c % 2 == 0 && d % 2 == 0
                c /= 2
                d /= 2
            else
                c = (c + b1) ÷ 2
                d = (d - a1) ÷ 2
            end
        end
    end
end

```

Figure 4.4: Расширенный бинарный алгоритм Евклида 1

```

function ext_bin_euclid(a1, b1)
    g = 1
    while a1 % 2 == 0 && b1 % 2 == 0
        a1 /= 2
        b1 /= 2
        g *= 2
    end
    u, v = a1, b1
    a, b, c, d = 1, 0, 0, 1
    while u != 0
        while u % 2 == 0
            u /= 2
            if a % 2 == 0 && b % 2 == 0
                a /= 2
                b /= 2
            else
                a = (a + b1) ÷ 2
                b = (b - a1) ÷ 2
            end
        end
        while v % 2 == 0
            v /= 2
            if c % 2 == 0 && d % 2 == 0
                c /= 2
                d /= 2
            else
                c = (c + b1) ÷ 2
                d = (d - a1) ÷ 2
            end
        end
    end
end

```

Figure 4.5: Расширенный бинарный алгоритм Евклида 2

5 Выводы

В ходе работы мы изучили и реализовали алгоритмы вычисления наибольшего общего делителя.

Список литературы

1. Кулябов Д.С. Методические материалы курса. РУДН, 2024. 354 с.