

Movimiento de proyectiles

Olga María Fimbres Morales

El estudio de la trayectoria de un proyectil es un problema que ha sido de interés por mucho tiempo. Sea con aplicaciones militares o en los deportes. Ver ejemplo de simulación en Phet Physics de la Universidad de Colorado.

Las ecuaciones de movimiento del proyectil sin considerar la fricción están dadas por las ecuaciones:

$$x = vt \cos \theta_0$$
$$y = vt \sin \theta_0 - \frac{1}{2}gt^2$$

donde x y y son las variables de posición del proyectil, v es la rapidez inicial con la que se lanzó, g la aceleración debida a la gravedad y el ángulo de lanzamiento inicial. Para determinar de forma unívoca la trayectoria de un proyectil, solo es necesario conocer 2 cantidades: la rapidez inicial v y el ángulo con el que se lanzó.

Se proporciona el siguiente código en Fortran para calcular la trayectoria del proyectil:

```
1:  !*****
2:  !This program plots projectile motion of an object.
3:  !The program requires user input for initial velocity
4:  !and angle of the object. The algorithm uses a time
5:  !step of 0.01 second i.e. it calculates object's
6:  !location in the x and y plane every 0.01 second.
7:  !*****By: Waleed Ishaque, 2013*****
8:  program projectile_plot
9:      implicit none
10:      !Defining constants:
11:      real, parameter :: pi = 4.0*atan(1.0)
12:      real :: u, a, t, a_grados
13:      real, parameter :: g = 9.81
14:      real:: x(150),y(150)
15:      integer :: i
16:      !where g is gravity, pi is "pi"
17:      !u is object's initial velocity
18:      !a is object's initial angle
19:      !t is time during the simulation
20:      !x and y are arrays with 150 rows
```

```

20:      !Seek user input
21:      write(*,*) 'Enter angle of projectile (Real)'
22:      read *, a_grados
23:      write(*,*) 'Enter velocity of projectile (Real)'
24:      read *, u
25:      !Convert angle to radians
26:      a = a_grados*pi/180.0
27:      !open .dat file and start writing on it using the algorithm
28:      open(1, file='proj.dat')
29:
30:      do i=1,100
31:          !displacement of object in x and y direction
32:          t = (float(i)*0.01)
33:          x(i) = u*cos(a)*t
34:          y(i) = u*sin(a)*t - 0.5*g*t*t
35:          !write output in file "proj.dat" for plotting
36:          write(1,*) x(i), y(i)
37:          !kill the loop when the object hits the ground
38:          if (y(i)<0) exit
39:      end do
40:      close(1)
41:      !close file
42:  end program projectile_plot

```

Se pide elaborar el programa de proyectiles en Fortran 90, siguiendo el ejemplo brindado.

- 1.- Vas a tratar de reproducir los resultados que muestra la simulación de Phet, proporcionando la rapidez inicial y el ángulo de disparo, para encontrar en que punto cae al suelo el proyectil.
- 2.- Verifica la consistencia de tu programa, lanzando tu proyectil a 90° hacia arriba, a 0° , a 30° y 60° .
- 3.- Se pide incluir el cálculo del tiempo total de vuelo T , la altura máxima H que alcanza, y el alcance máximo R del proyectil.

Procedimiento

Para modificar el programa y lograr que nos muestra el tiempo de vuelo, la altura máxima y el alcance del proyectil, primeramente debemos delimitar las ecuaciones que nos daran estos resultados; los cuales estaran dados por lo siguiente:

$$t = \frac{2v_0 \sin(\theta)}{g}$$

$$h = \frac{v_0^2 \sin^2(\theta)}{2g}$$

$$d = \frac{v_0^2}{g} \sin(2\theta)$$

Pero primero debemos agregar estos a los parametros reales del programa. Una vez hecho esto podemos modificar tambien la forma en que este nos pida que demos un ángulo inicial de disparo asi como una velocidad inicial, en este ejemplo las frases son mostradas en español de la forma: "Ingrese un ángulo para el proyectil" y "Ingrese una velocidad para el proyectil".

Y una vez que el programa tenga estas datos, los cuales llamaremos a-grados y v, respectivamente, sera capaz de utilizarlos en las formulas que anteriormente definimos, solo que con pequeñas alteraciones para que los datos coincidan, es decir, que v_0 lo cambiaremos por v y (θ) por a.

Hecho estos cambios, el codigno nos queda de la siguiente forma:

```
Program proyectil_2
  implicit none
  real, parameter :: pi = 4.0*atan(1.0)
  real :: v, a, t, h, r, a_grados
  real, parameter :: g = 9.81
  real :: x(150),y(150)
  integer :: i
  write (*,*) 'Ingrese un ángulo para el proyectil'
  read *, a_grados
  write (*,*) 'Ingrese una velocidad para el proyectil'
  read *, v
  a = a_grados*pi/180.0
  t = 2*v*sin(a)*(1/g)
  h = v*v*sin(a)*sin(a)*(1/(2*g))
  r = v*v*sin(2*a)*(1/g)
  print * , 'Tiempo total de vuelo=' , t
  print * , 'Altura máxima alcanzada=' , h
  print * , 'Distancia máxima alcanzada=' , r

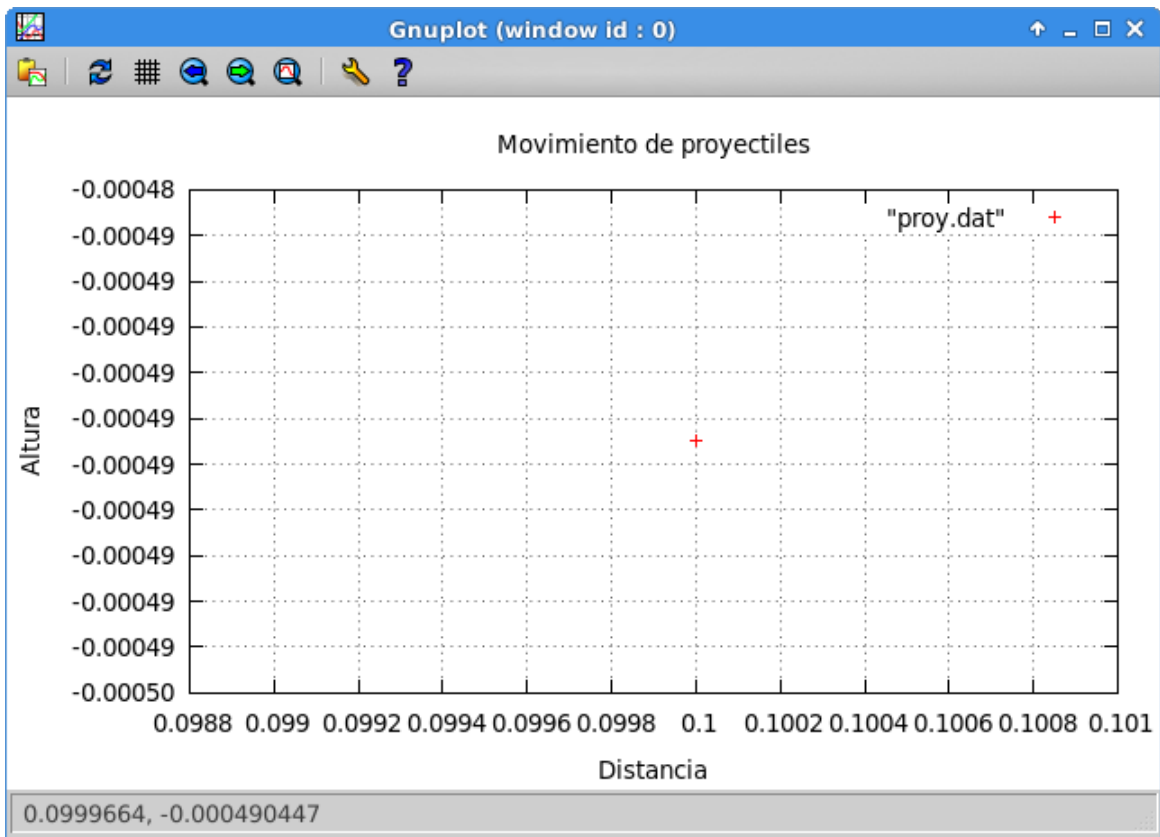
  open(1, file='proy.dat')

do i=1,100
```

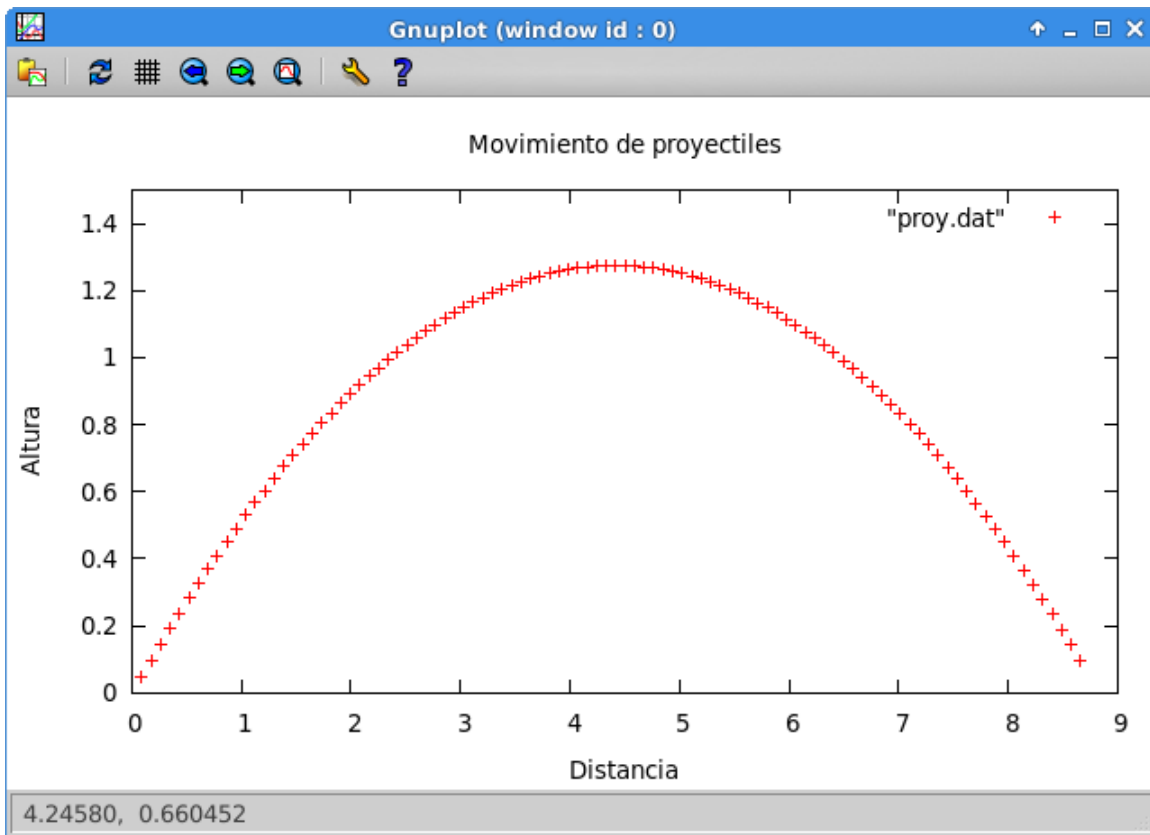
```
t = (float(i)*0.01)
x(i) = v*cos(a)*t
y(i) = v*sin(a)*t - 0.5*g*t*t
write(1,*) x(i), y(i)
if (y(i)<0) exit
end do
close(1)
```

End Program proyectil_2

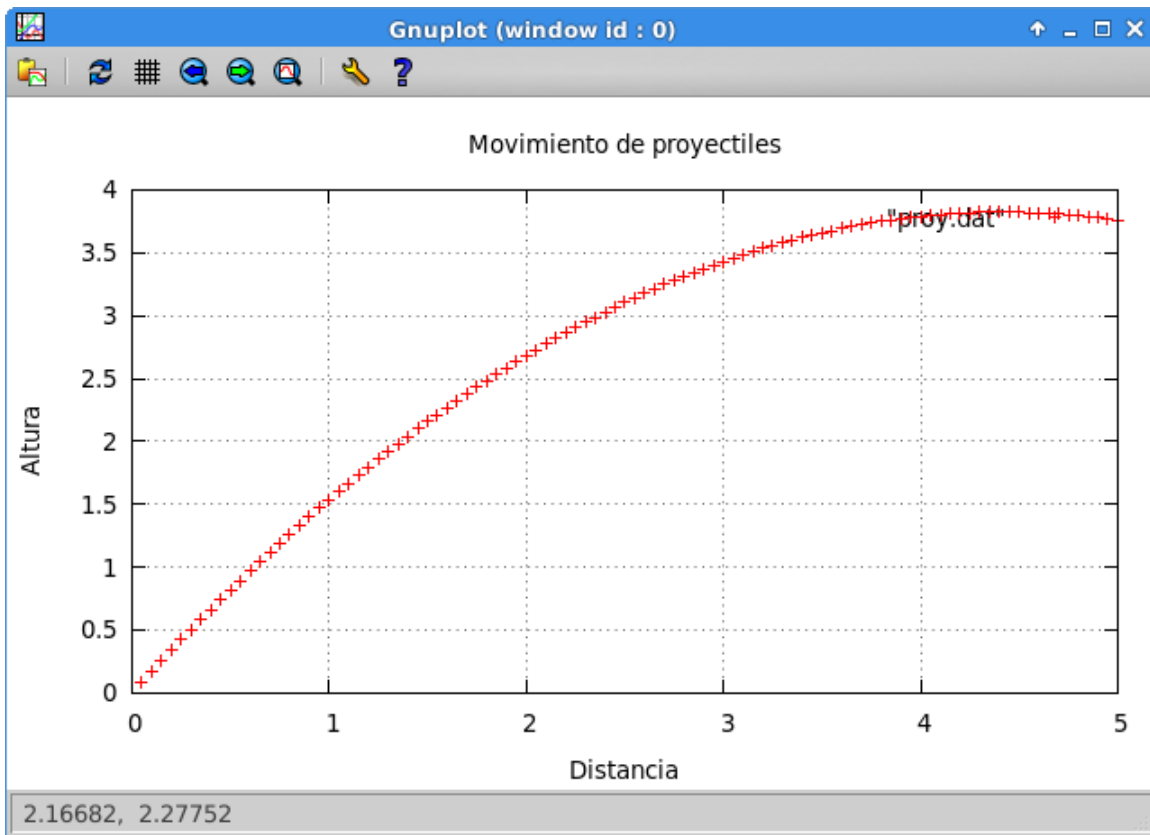
El cual probaremos para los angulos 0, 30, 60 y 90. Evidenciando para uno con las siguientes imágenes.



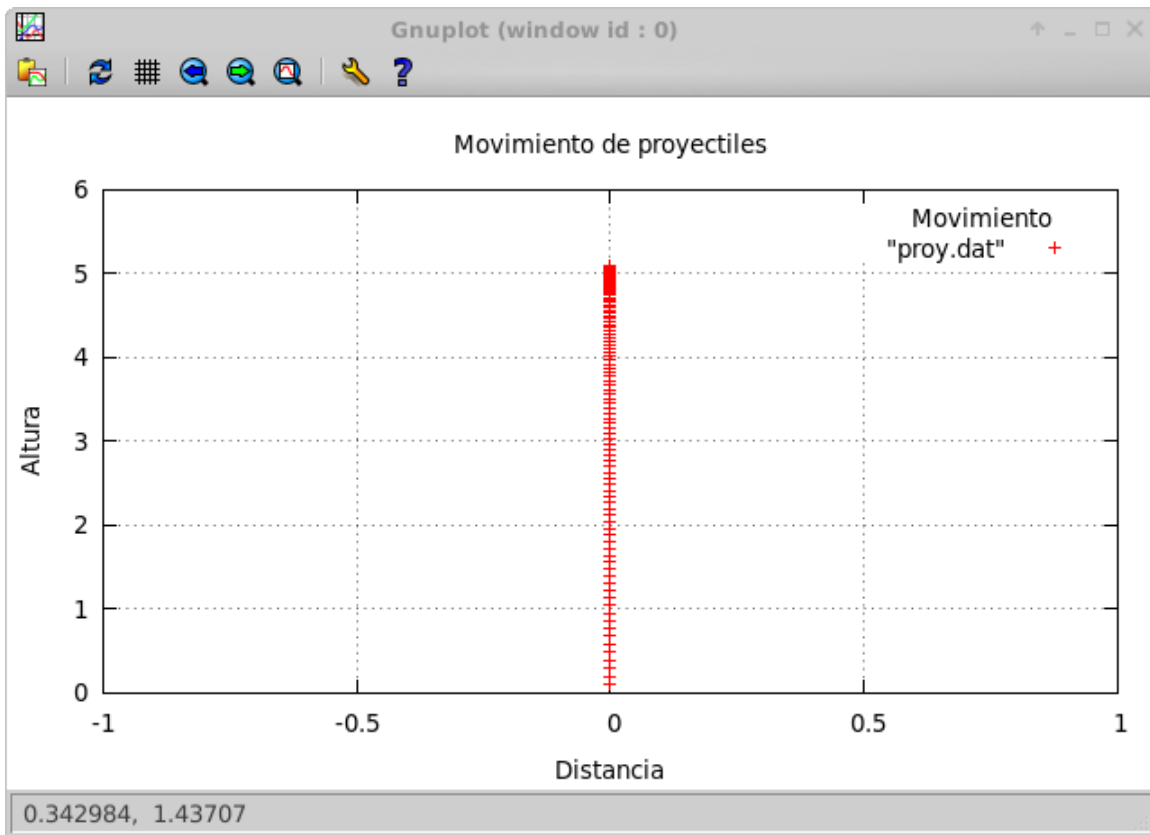
```
Terminal
Archivo Editar Ver Terminal Pestañas Ayuda
omfimbres@ltsp27:~/ProgFortran/ProgramacionF/Producto5$ ./proy
Ingrese un ángulo para el proyectil
0.0
Ingrese una velocidad para el proyectil
10.0
Tiempo total de vuelo= 0.00000000
Altura máxima alcanzada= 0.00000000
Distancia máxima alcanzada= 0.00000000
omfimbres@ltsp27:~/ProgFortran/ProgramacionF/Producto5$
```



```
Terminal
Archivo Editar Ver Terminal Pestañas Ayuda
omfimbres@ltsp27:~/ProgFortran/ProgramacionF/Producto5$ ./proy
Ingrese un ángulo para el proyectil
30.0
Ingrese una velocidad para el proyectil
10.0
Tiempo total de vuelo= 1.01936793
Altura máxima alcanzada= 1.27420998
Distancia máxima alcanzada= 8.82798576
omfimbres@ltsp27:~/ProgFortran/ProgramacionF/Producto5$
```



```
Terminal
Archivo Editar Ver Terminal Pestañas Ayuda
omfimbres@ltsp27:~/ProgFortran/ProgramacionF/Producto5$ ./proy
Ingrese un ángulo para el proyectil
60.0
Ingrese una velocidad para el proyectil
10.0
Tiempo total de vuelo= 1.76559722
Altura máxima alcanzada= 3.82263017
Distancia máxima alcanzada= 8.82798481
omfimbres@ltsp27:~/ProgFortran/ProgramacionF/Producto5$
```



```
Terminal
Archivo Editar Ver Terminal Pestañas Ayuda
omfimbres@ltsp27:~/ProgFortran/ProgramacionF/Producto5$ ./proy
Ingrese un ángulo para el proyectil
90.0
Ingrese una velocidad para el proyectil
10.0
Tiempo total de vuelo= 2.03873587
Altura máxima alcanzada= 5.09683990
Distancia máxima alcanzada= -8.91159743E-07
omfimbres@ltsp27:~/ProgFortran/ProgramacionF/Producto5$
```