Лабораторная работа №4

Линейная алгебра

Лебедева Ольга Андреевна

Содержание

# Цель работы

Основной целью работы является изучение возможностей специализированных пакетов Julia для выполнения и оценки эффективности операций над объектами линейной алгебры.

# Задачи

* Изучение возможностей языка программирования Julia для выполнения операций линейной алгебры. Закрепление навыков работы с векторами и матрицами
* Решение систем линейных уравнений.
* Приведение матриц к диагональному виду.
* Вычисление собственных значений и векторов матриц.
* Оценка эффективности выполнения операций с использованием встроенных библиотек.

# Объект и предмет исследования

Объектом исследования являются векторы и матрицы, их математические свойства и операции с ними.

Исследуются также программные средства (функции языка Julia) для работы с линейной алгеброй.

# Условные обозначения и термины

Вектор — одномерный массив чисел, представляющий величины с направлением.

Матрица — двумерный массив чисел, используемый для представления систем уравнений или линейных преобразований.

Скалярное произведение — сумма произведений соответствующих элементов двух векторов.

Внешнее произведение — операция, создающая матрицу из двух векторов.

Продуктивность матрицы — свойство, определяющее возможность решения линейной модели (E−A)x=y с неотрицательными значениями.

# Техническое оснащение и выбранные методы проведения работы

Основные вычисления реализованы в среде Jupyter Notebook с применением библиотеки LinearAlgebra для операций с матрицами, спектрального разложения и решения СЛАУ.

# Теоретическое введение

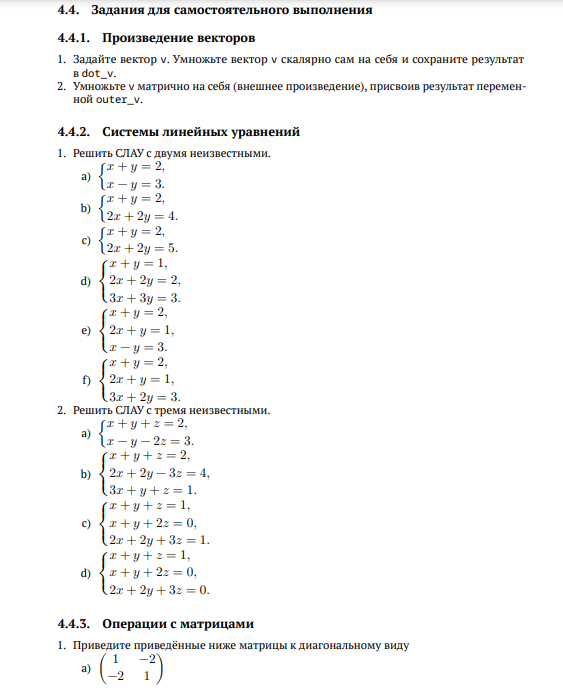
Julia — высокоуровневый свободный язык программирования с динамической типизацией, созданный для математических вычислений. Эффективен также и для написания программ общего назначения[1].

# Задание

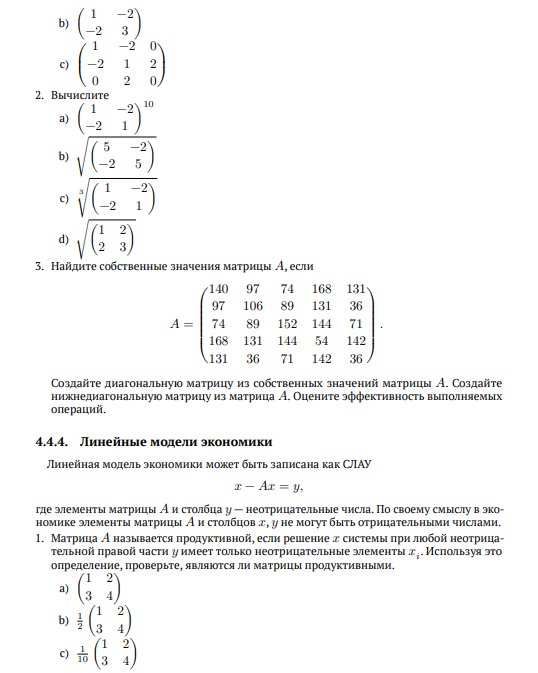
1. Используя Jupyter Lab, повторите примеры из раздела 4.2.
2. Выполните задания для самостоятельной работы (раздел 4.4).

# Выполнение лабораторной работы. Самостоятельное выполнение

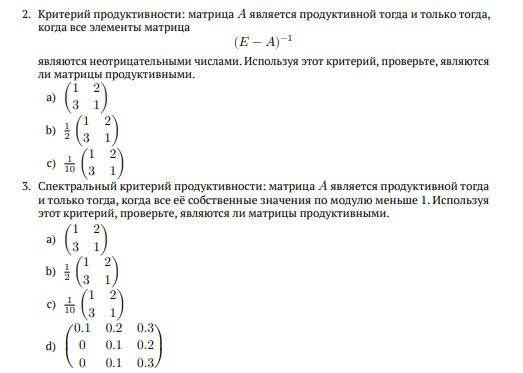
Задание Cм. [рис. 1](#fig:001), Cм. [рис. 2](#fig:002), Cм. [рис. 3](#fig:003)



Задание\_1



Задание\_2



Задание\_3

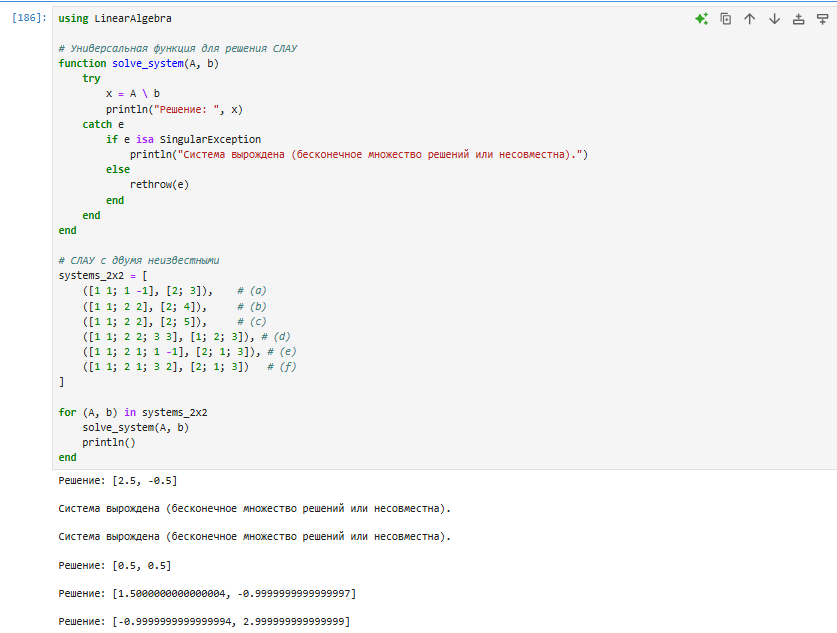
Выполним задание 1: Cм. [рис. 4](#fig:004)



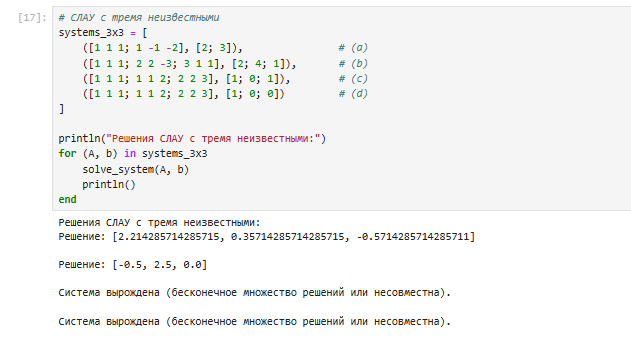
Задание 1\_1

Для выполнения задания был задан вектор 𝑣=[1,2,3]. Затем с помощью функции dot было вычислено скалярное произведение, а матричное произведение было получено умножением вектора 𝑣 его транспонированный вариант 𝑣′.

Выполним задание 2: Cм. [рис. 5](#fig:004), Cм. [рис. 6](#fig:006)



Задание 2\_1

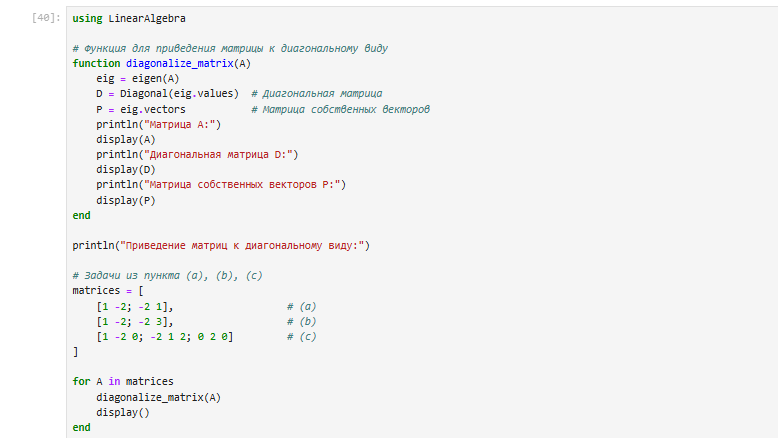


Задание 2\_2

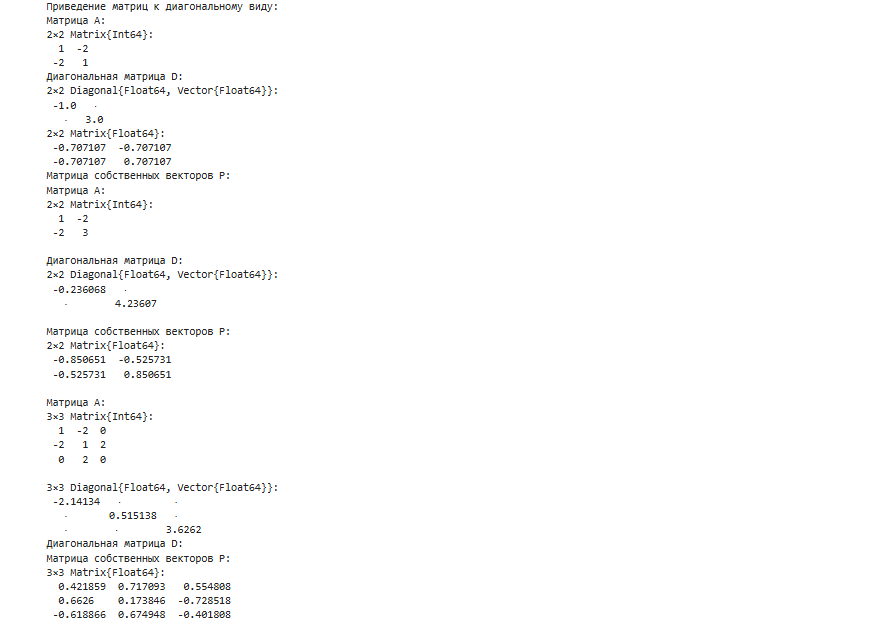
Системы могут быть: - Совместными (имеющими одно или несколько решений). - Несовместными (не имеющими решений).

Для решения СЛАУ использовался оператор обратного слэша , который автоматически выбирает оптимальный метод для нахождения решения.

Выполним задание 3.1-3.2: Cм. [рис. 7](#fig:007), Cм. [рис. 8](#fig:008)



Задание 3\_1



Задание 3\_2

* Приведение к диагональному виду выполнялось через спектральное разложение: были найдены собственные значения и собственные векторы матрицы.
* Собственные значения формируют диагональную матрицу, а собственные векторы — матрицу преобразования.

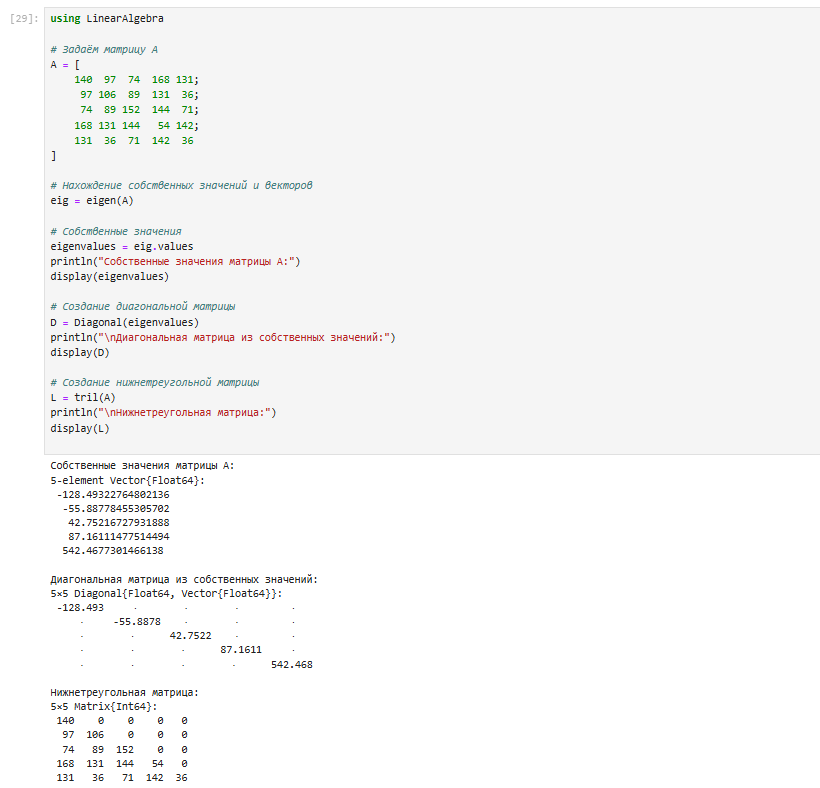
Выполним задание 3.2: Cм. [рис. 9](#fig:009)



Задание 3.2

* Возведение в степень или извлечение корня реализовывалось через спектральное разложение, что позволило работать с матрицами, включая те, которые имеют отрицательные собственные значения.
* Спектральный метод позволяет вычислять дробные степени матрицы, если преобразовать собственные значения в комплексный тип.

Выполним задание 3.3: Cм. [рис. 10](#fig:010),



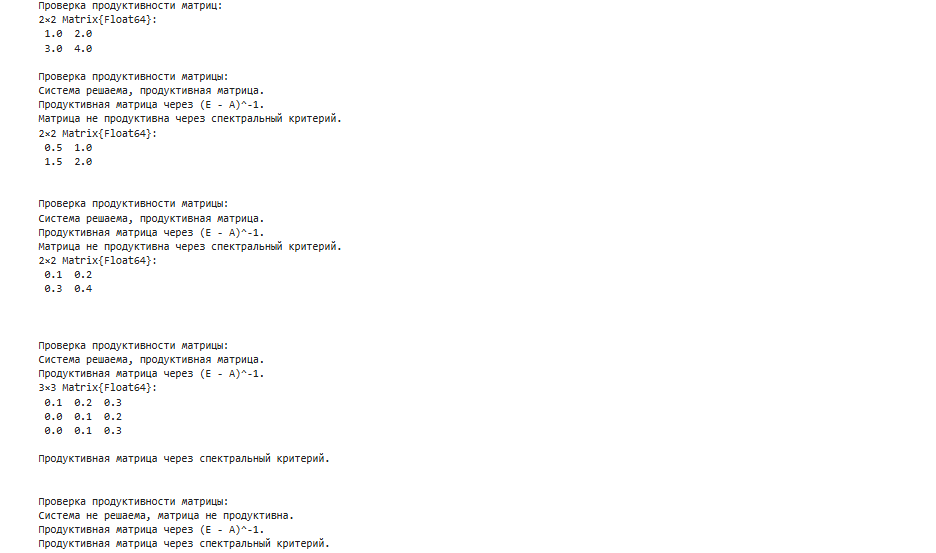
Задание 3.3

* Были найдены собственные значения заданной матрицы, на основе которых была сформирована диагональная матрица.
* Также была создана нижнетреугольная матрица с элементами исходной матрицы.

Выполним задание 4: Cм. [рис. 11](#fig:011), Cм. [рис. 12](#fig:012)



Заданиe 4



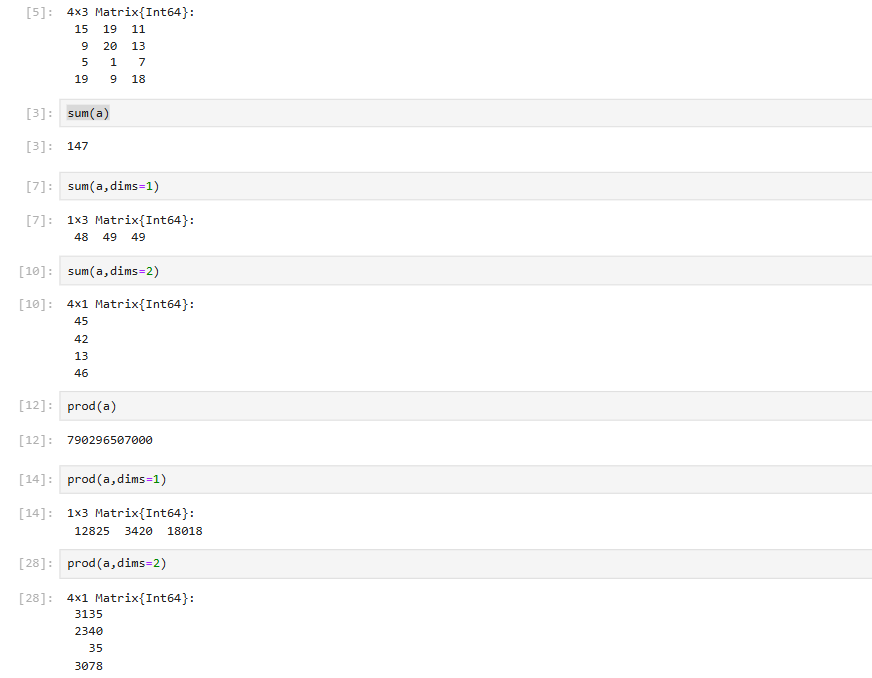
Задание 4\_1

Линейная модель экономики реализовывалась через проверку продуктивности матриц.

Было проверено три критерия: - Возможность решения системы. - Наличие обратной матрицы (E−A)^−1. - Спектральный критерий (все собственные значения по модулю меньше 1).

# Выполнение лабораторной работы. Повторение примеров

Повторим примеры из раздела 4.2: Cм. [рис. 13](#fig:013), Cм. [рис. 14](#fig:014), Cм. [рис. 15](#fig:015), Cм. [рис. 16](#fig:016), Cм. [рис. 17](#fig:017), Cм. [рис. 18](#fig:018), Cм. [рис. 19](#fig:019), Cм. [рис. 20](#fig:020), Cм. [рис. 21](#fig:021), Cм. [рис. 22](#fig:022), Cм. [рис. 23](#fig:023), Cм. [рис. 24](#fig:024), Cм. [рис. 25](#fig:025), Cм. [рис. 26](#fig:026)



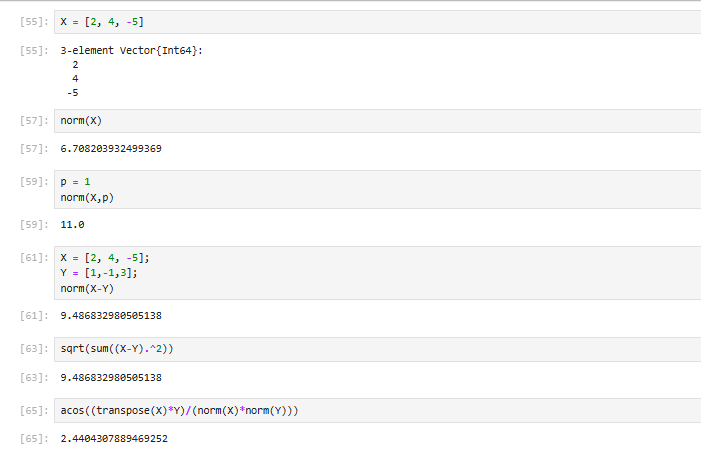
Повторение примеров\_1



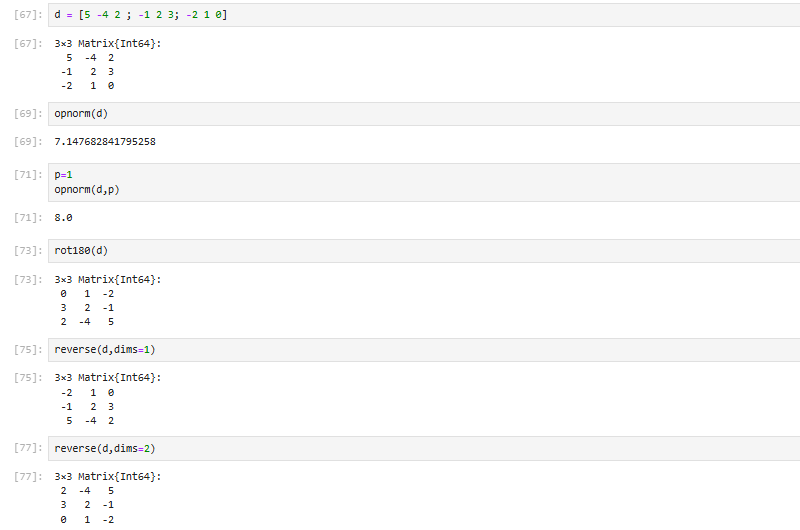
Повторение примеров\_2



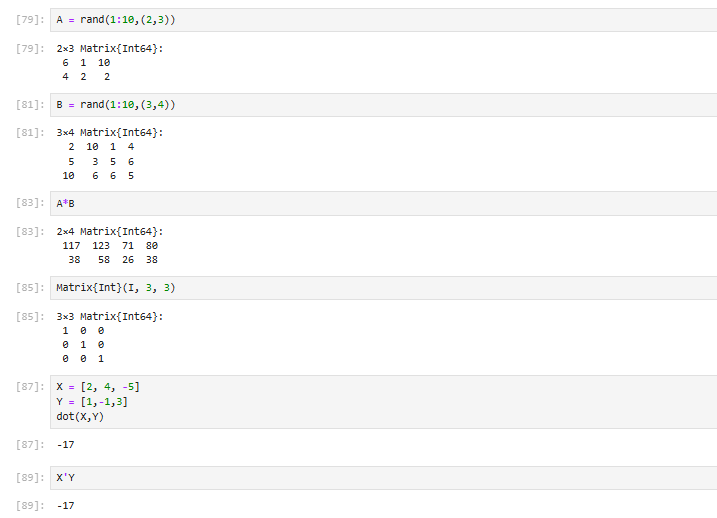
Повторение примеров\_3



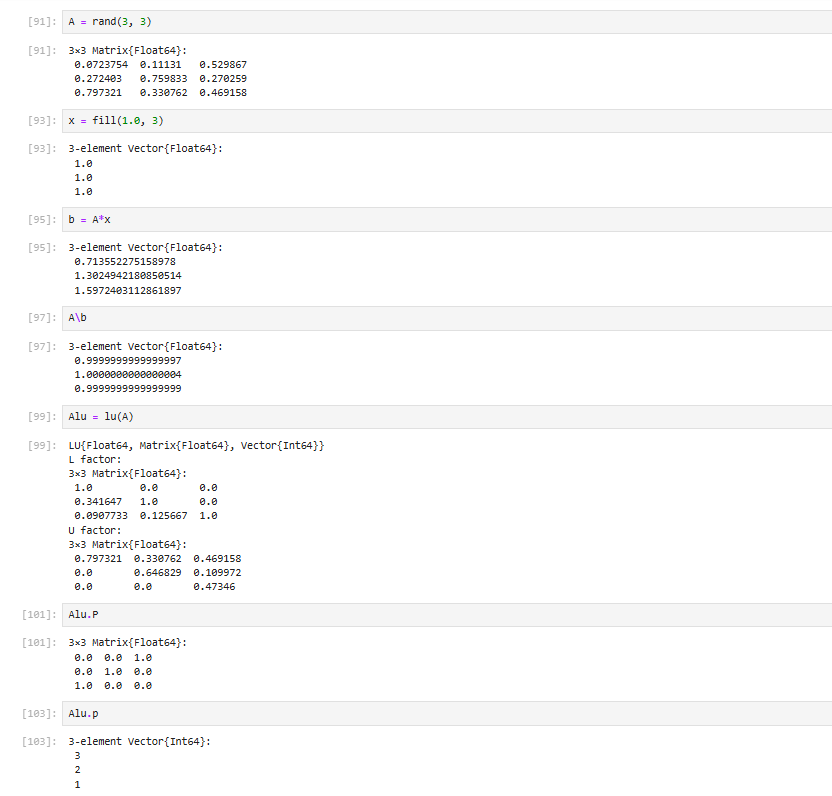
Повторение примеров\_4



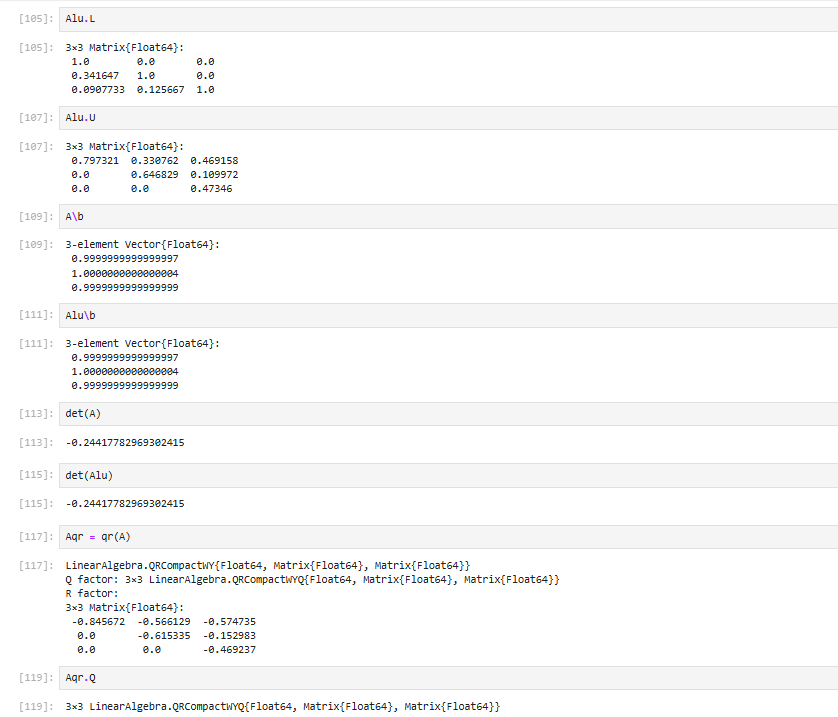
Повторение примеров\_5



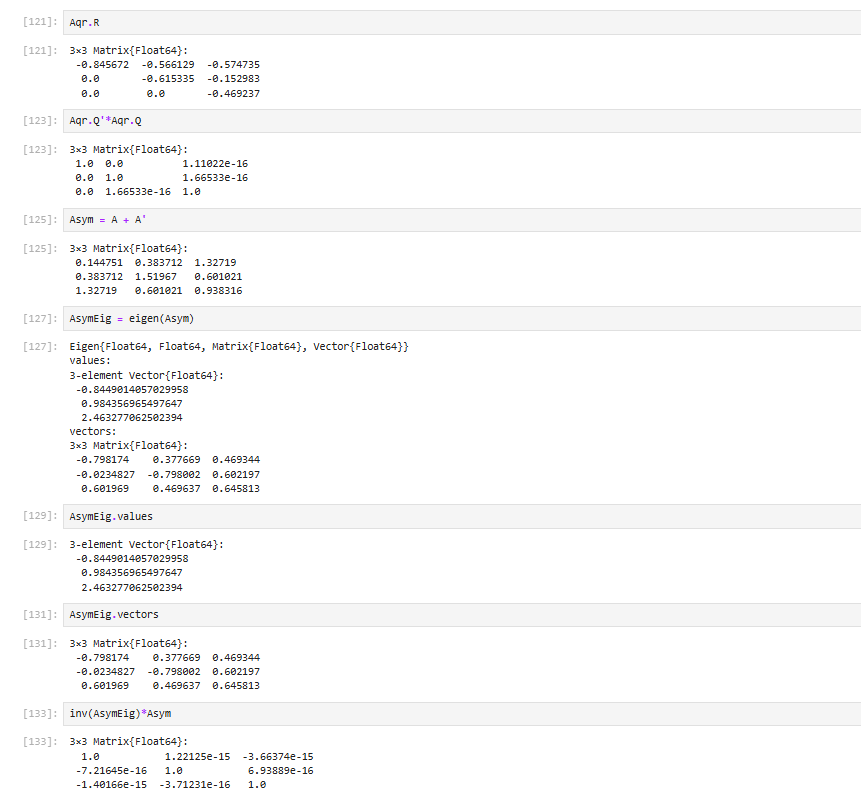
Повторение примеров\_6



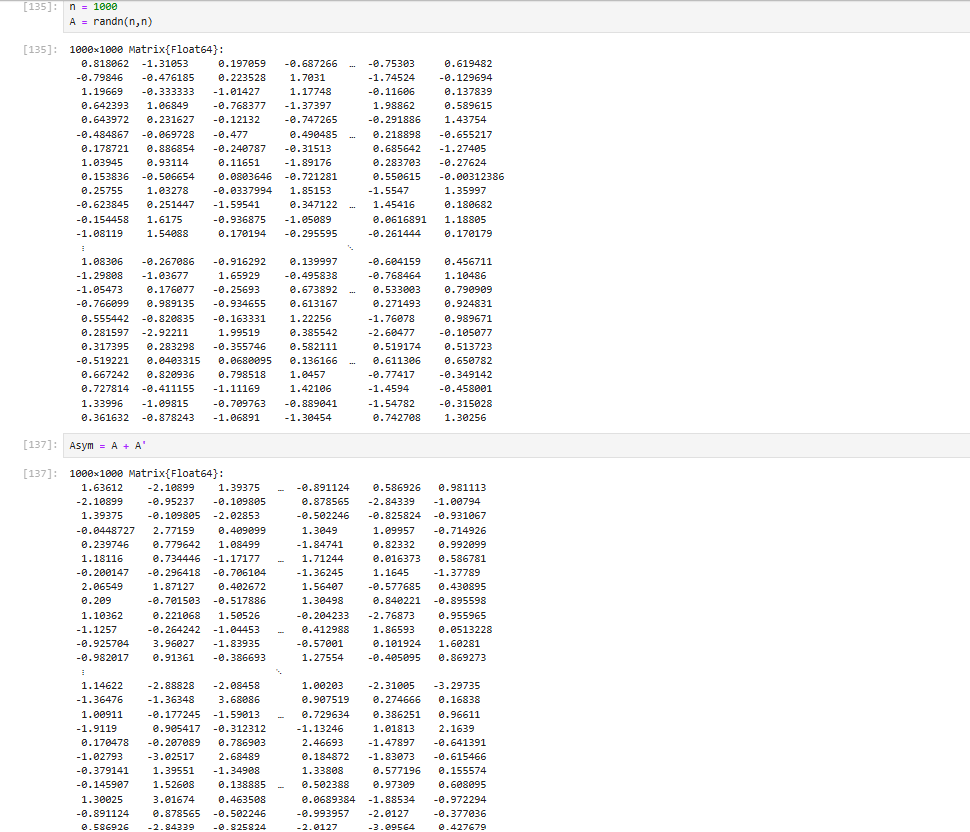
Повторение примеров\_7



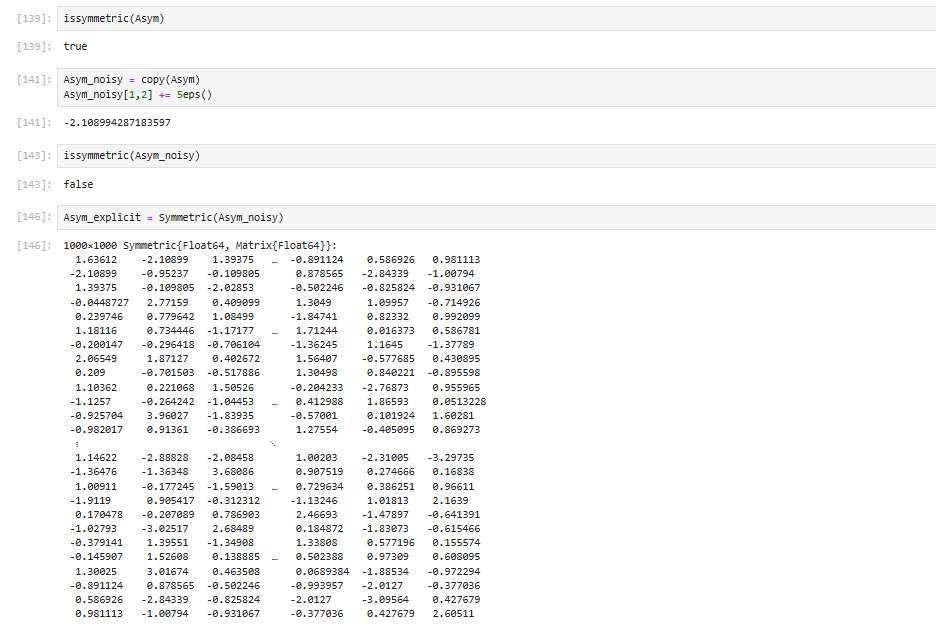
Повторение примеров\_8



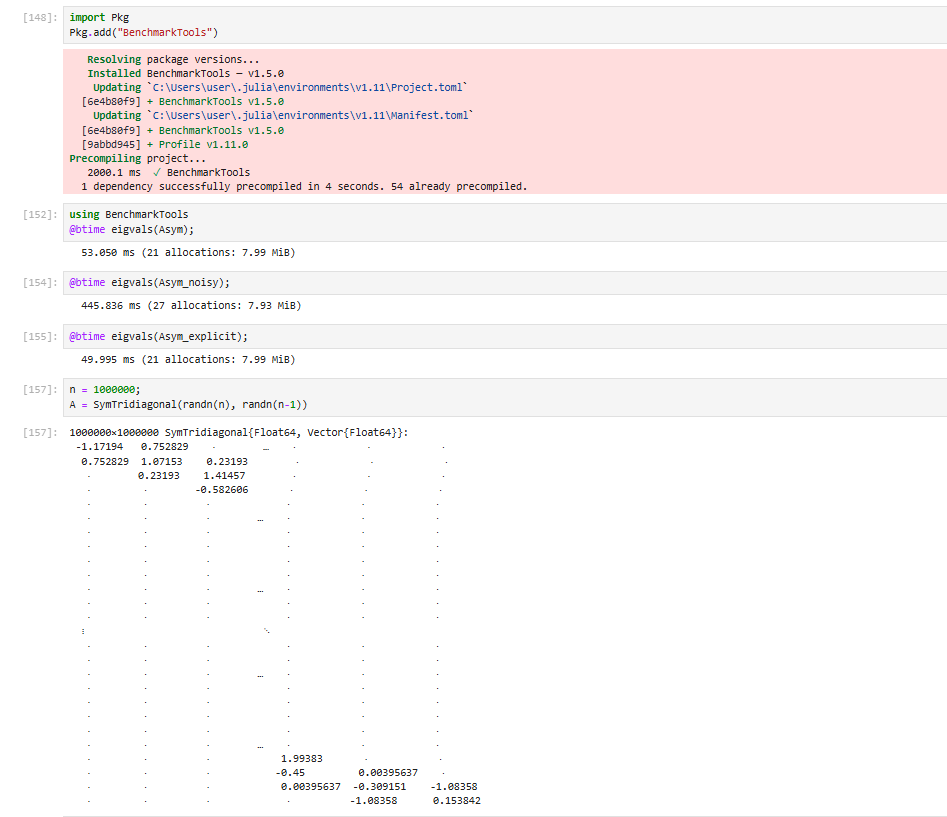
Повторение примеров\_9



Повторение примеров\_10



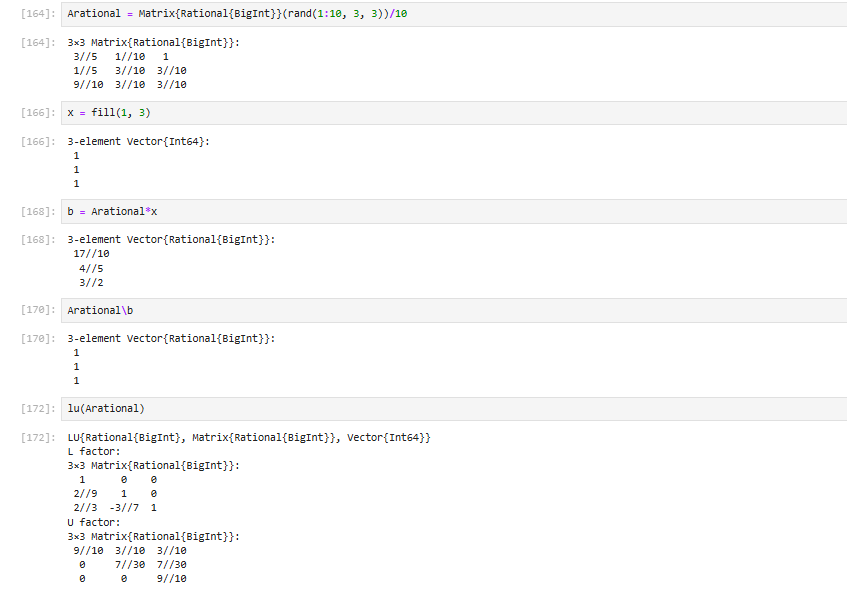
Повторение примеров\_11



Повторение примеров\_12



Повторение примеров\_13



Повторение примеров\_13

# Полученные результаты

1. Лабораторная работа позволила изучить базовые операции линейной алгебры, такие как умножение векторов, работа с матрицами, спектральное разложение и решение систем уравнений.
2. Реализация на Julia показала эффективность использования встроенных функций и библиотек для работы с линейной алгеброй.

# Заключение

Изучили возможности специализированных пакетов Julia для выполнения и оценки эффективности операций над объектами линейной алгебры.

# Библиографическая справка

[1] Julia: https://ru.wikipedia.org/wiki/Julia