

# Лабораторная работа №7. Эффективность рекламы

---

Выполнила: Лебедева Ольга Андреевна

Преподаватель Кулябов Дмитрий Сергеевич д.ф.-м.н., профессор кафедры теории вероятностей и кибербезопасности

2024

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

Рассмотреть и решить задачу об эффективности рекламы на языках Julia[1] и OpenModelica[2].

Организуется рекламная кампания нового товара или услуги. Необходимо, чтобы прибыль будущих продаж с избытком покрывала издержки на рекламу. Вначале расходы могут превышать прибыль, поскольку лишь малая часть потенциальных покупателей будет информирована о новинке. Затем, при увеличении числа продаж, возрастает и прибыль, и, наконец, наступит момент, когда рынок насытится, и рекламировать товар станет бесполезным [3].

Предположим, что торговыми учреждениями реализуется некоторая продукция, о которой в момент времени  $t$  из числа потенциальных покупателей  $N$  знает лишь  $n$  покупателей. Для ускорения сбыта продукции запускается реклама по радио, телевидению и других средств массовой информации. После запуска рекламной кампании информация о продукции начнет распространяться среди потенциальных покупателей путем общения друг с другом. Таким образом, после запуска рекламных объявлений скорость изменения числа знающих о продукции людей пропорциональна как числу знающих о товаре покупателей, так и числу покупателей о нем не знающих

Модель рекламной кампании описывается следующими величинами. Считаем, что  $\frac{dn}{dt}$  - скорость изменения со временем числа потребителей, узнавших о товаре и готовых его купить,  $t$  - время, прошедшее с начала рекламной кампании,  $N$  - общее число потенциальных платежеспособных покупателей,  $n(t)$  - число уже информированных клиентов. Эта величина пропорциональна числу покупателей, еще не знающих о нем, это описывается следующим образом:  $\alpha_1(t)(N - n(t))$ , где  $\alpha_1 > 0$  - характеризует интенсивность рекламной кампании (зависит от затрат на рекламу в данный момент времени). Помимо этого, узнавшие о товаре потребители также распространяют полученную информацию среди потенциальных покупателей, не знающих о нем (в этом случае работает т.н. сарафанное радио). Этот вклад в рекламу описывается величиной  $\alpha_2(t)n(t)(N - n(t))$ . эта величина увеличивается с увеличением потребителей узнавших о товаре. Математическая модель распространения рекламы описывается уравнением:

$$\frac{dn}{dt} = (\alpha_1(t) + \alpha_2(t)n(t))(N - n(t))$$

## Вариант 17

Постройте график распространения рекламы, математическая модель которой описывается следующим уравнением:

1.  $\frac{dn}{dt} = (0.63 + 0.000013n(t))(N - n(t))$
2.  $\frac{dn}{dt} = (0.000035 + 0.98n(t))(N - n(t))$
3.  $\frac{dn}{dt} = (0.65\sin(7t) + \cos(3t)n(t))(N - n(t))$

При этом объем аудитории  $N = 741$ , в начальный момент о товаре знает 4 человек. Для случая 2 определите в какой момент времени скорость распространения рекламы будет иметь максимальное значение.

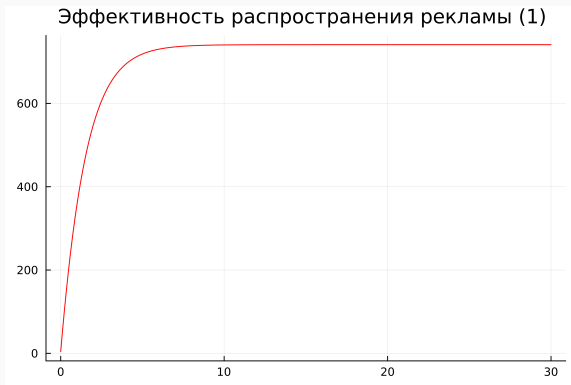
## **Выполнение лабораторной работы**

---

Напишем код на Julia для случая 1:  $\frac{dn}{dt} = (0.63 + 0.000013n(t))(N - n(t))$

```
using Plots
using DifferentialEquations
N = 741
n0 = 4
function ode_fn(du, u, p, t)
    (n) = u
    du[1] = (0.63 + 0.00013*u[1])*(N - u[1])
end
v0 = [n0]
tspan = (0.0, 30.0)
prob = ODEProblem(ode_fn, v0, tspan)
sol = solve(prob, dtmax = 0.05)
n = [u[1] for u in sol.u]
T = [t for t in sol.t]
plt = plot(dpi = 600, title = "Эффективность распростране
plot!(plt, T, n, color = :red)
savefig(plt, "lab07_1.png")
```

Запустим код при помощи командной строки и получим изображение с динамикой эффективности рекламы во времени: См. рис. 1



**Рис. 1:** График для случая 1 (Julia)



Напишем код на Julia для случая 2:  $\frac{dn}{dt} = (0.000035 + 0.98n(t))(N - n(t))$

```
using Plots
using DifferentialEquations

N = 741
n0 = 4

function ode_fn(du, u, p, t)
    (n) = u
    du[1] = (0.000035 + 0.98*u[1])*(N - u[1])
end

v0 = [n0]
tspan = (0.0, 0.1)
prob = ODEProblem(ode_fn, v0, tspan)
sol = solve(prob)
n = [u[1] for u in sol.u]
T = [t for t in sol.t]
```

```
max_dn = 0;
max_dn_t = 0;
max_dn_n = 0;
for (i, t) in enumerate(T)
    if sol(t, Val{1})[1] > max_dn
        global max_dn = sol(t, Val{1})[1]
        global max_dn_t = t
        global max_dn_n = n[i]
    end
end

plt = plot(dpi = 600, title = "Эффективность распространения",
plot!(plt, T, n, color = :red)
plot!(plt, [max_dn_t], [max_dn_n], seriestype = :scatter,
savefig(plt, "lab07_2.png"))
```

Запустим код при помощи командной строки и получим изображение с динамикой эффективности рекламы во времени и точку, в которой скорость распространения достигает максимума: См. рис. 2

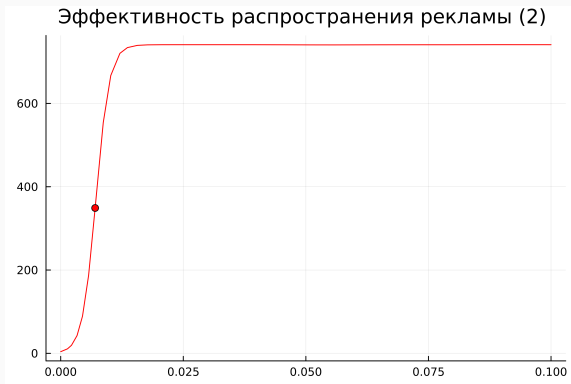
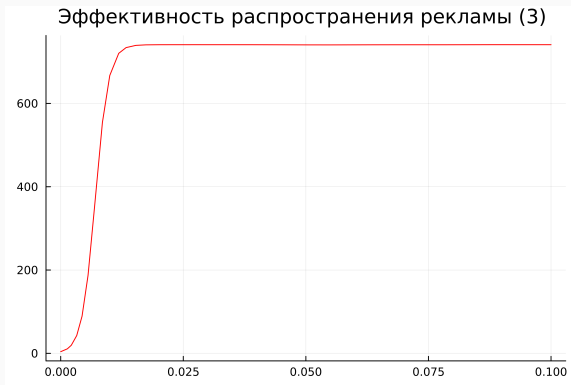


Рис. 2: График для случая 2 (Julia)

Напишем код на Julia для случая 3:  $\frac{dn}{dt} = (0.65\sin(7t) + \cos(3t)n(t))(N - n(t))$

```
using Plots
using DifferentialEquations
N = 741
n0 = 4
function ode_fn(du, u, p, t)
    (n) = u
    du[1] = (0.65*sin(7*t) + cos(3*t)*u[1])*(N - u[1])
end
v0 = [n0]
tspan = (0.0, 0.1)
prob = ODEProblem(ode_fn, v0, tspan)
sol = solve(prob, dtmax = 0.05)
n = [u[1] for u in sol.u]
T = [t for t in sol.t]
plt = plot(dpi = 600, title = "Эффективность распростране",
            plot!(plt, T, n, color = :red)
            savefig(plt, "lab07_3.png")
```

Запустим код при помощи командной строки и получим изображение: См. рис. 3



**Рис. 3:** График для случая 3 (Julia)

Напишем код на OpenModelica для случая 1:

$$\frac{dn}{dt} = (0.63 + 0.000013n(t))(N - n(t))$$

```
model lab07_1
  Real N = 741;
  Real n;
  initial equation
    n = 4;
  equation
    der(n) = (0.63 + 0.00013*n) * (N-n);
end lab07_1;
```

Запустим код при помощи кнопок “проверить модель” -> “симулировать”. Не забываем в настройках указать заданные нам начальные условия (время). См. рис.

4

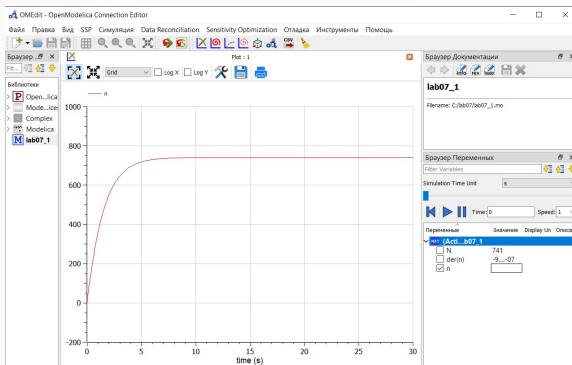


Рис. 4: График для случая 1 (OpenModelica)

Напишем код на OpenModelica для случая 2:

$$\frac{dn}{dt} = (0.000035 + 0.98n(t))(N - n(t))$$

```
model lab07_2
  Real N = 741;
  Real n;
  initial equation
    n = 4;
  equation
    der(n) = (0.000035 + 0.95*n) * (N-n);
end lab07_2;
```



Запустим код при помощи кнопок “проверить модель” -> “симулировать”. Не забываем в настройках указать заданные нам начальные условия (время). См. рис. 5

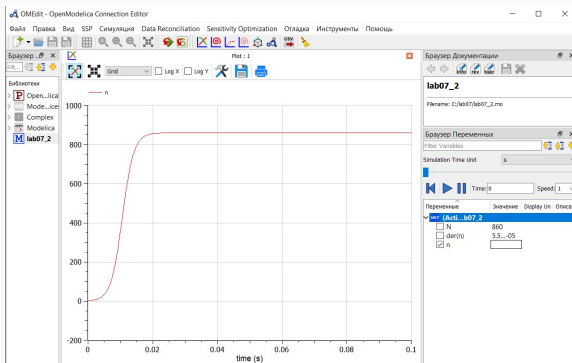


Рис. 5: График для случая 2 (OpenModelica)

Напишем код на OpenModelica для случая 3:

$$\frac{dn}{dt} = (0.65 \sin(7t) + \cos(3t)n(t))(N - n(t))$$

```
model lab07_3
Real N = 741;
Real n;
initial equation
n = 4;
equation
der(n) = (0.65 * sin(7*time) + cos(3*time)*n)*(N-n);
end lab07_3;
```

Запустим код при помощи кнопок “проверить модель” -> “симулировать”. Не забываем в настройках указать заданные нам начальные условия (время). См. рис. 6

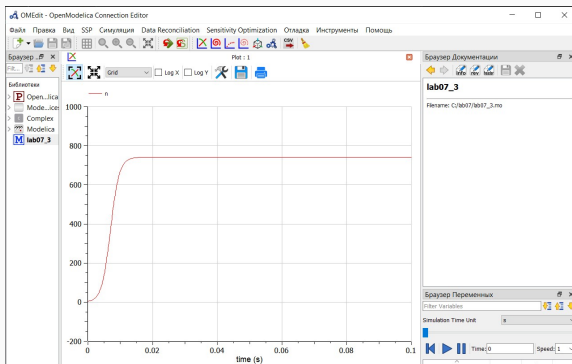


Рис. 6: График для случая 3 (OpenModelica)

Рассмотрели и решили задачу об эффективности рекламы на языках Julia и OpenModelica. Получили идентичные результаты. Отметим, что на языке OpenModelica реализация более ёмкая, нежели на языке Julia.

[1] Документация по Julia: <https://docs.julialang.org/en/v1/>

[2] Документация по OpenModelica: <https://openmodelica.org/>

[3] Мальтузианская модель роста:  
<https://www.stolaf.edu/people/mckelvey/envision.dir/malthus.html>