Отчет по лабораторной работе № 7

Эффективность рекламы

Лебедева Ольга Андреевна

Содержание

Список иллюстраций

Цель работы

Рассмотреть и решить задачу об эффективности рекламы на языках Julia[1] и OpenModelica[2].

Теоретическое введение

Организуется рекламная кампания нового товара или услуги. Необходимо, чтобы прибыль будущих продаж с избытком покрывала издержки на рекламу. Вначале расходы могут превышать прибыль, поскольку лишь малая часть потенциальных покупателей будет информирована о новинке. Затем, при увеличении числа продаж, возрастает и прибыль, и, наконец, наступит момент, когда рынок насытиться, и рекламировать товар станет бесполезным [3].

Предположим, что торговыми учреждениями реализуется некоторая продукция, о которой в момент времени t из числа потенциальных покупателей N знает лишь n покупателей. Для ускорения сбыта продукции запускается реклама по радио, телевидению и других средств массовой информации. После запуска рекламной кампании информация о продукции начнет распространяться среди потенциальных покупателей путем общения друг с другом. Таким образом, после запуска рекламных объявлений скорость изменения числа знающих о продукции людей пропорциональна как числу знающих о товаре покупателей, так и числу покупателей о нем не знающих

Модель рекламной кампании описывается следующими величинами. Считаем, что $\frac{dn}{dt}$ - скорость изменения со временем числа потребителей, узнавших о товаре и готовых его купить, t - время, прошедшее с начала рекламной кампании, N - общее число потенциальных платежеспособных покупателей, $n(t)$ - число уже информированных клиентов. Эта величина пропорциональна числу покупателей, еще не знающих о нем, это описывается следующим образом: $\alpha_1(t)(N-n(t))$, где $\alpha_1 > 0$ - характеризует интенсивность рекламной кампании (зависит от затрат на рекламу в данный момент времени). Помимо этого, узнавшие о товаре потребители также распространяют полученную информацию среди потенциальных покупателей, не знающих о нем (в этом случае работает т.н. сарафанное радио). Этот вклад в рекламу описывается величиной $\alpha_2(t)n(t)(N-n(t))$. эта величина увеличивается с увеличением потребителей узнавших о товаре. Математическая модель распространения рекламы описывается уравнением:

$$\frac{dn}{dt} = (\alpha_1(t) + \alpha_2(t)n(t))(N - n(t))$$

Задание

Вариант 17

Постройте график распространения рекламы, математическая модель которой описывается следующим уравнением:

1. $\frac{dn}{dt} = (0.63 + 0.000013n(t))(N - n(t))$
2. $\frac{dn}{dt} = (0.000035 + 0.98n(t))(N - n(t))$
3. $\frac{dn}{dt} = (0.65sin(7t) + \cos(3t)n(t))(N - n(t))$

При этом объем аудитории $N = 741$, в начальный момент о товаре знает 4 человек. Для случая 2 определите в какой момент времени скорость распространения рекламы будет иметь максимальное значение.

Выполнение лабораторной работы

Julia

Напишем код на Jilia для случая 1: $\frac{dn}{dt} = (0.63 + 0.000013n(t))(N - n(t))$

```
using Plots
using DifferentialEquations

N = 741
n0 = 4

function ode_fn(du, u, p, t)
    (n) = u
    du[1] = (0.63 + 0.00013*u[1])*(N - u[1])
end

v0 = [n0]
tspan = (0.0, 30.0)
prob = ODEProblem(ode_fn, v0, tspan)
sol = solve(prob, dtmax = 0.05)
n = [u[1] for u in sol.u]
T = [t for t in sol.t]

plt = plot(dpi = 600, title = "Эффективность распространения рекламы (1) ", legen
```

```
plot!(plt, T, n, color = :red)
savefig(plt, "lab07_1.png")
```

Запустим код при помощи командной строки и получим изображение с динамикой эффективности рекламы во времени: См. рис. 1

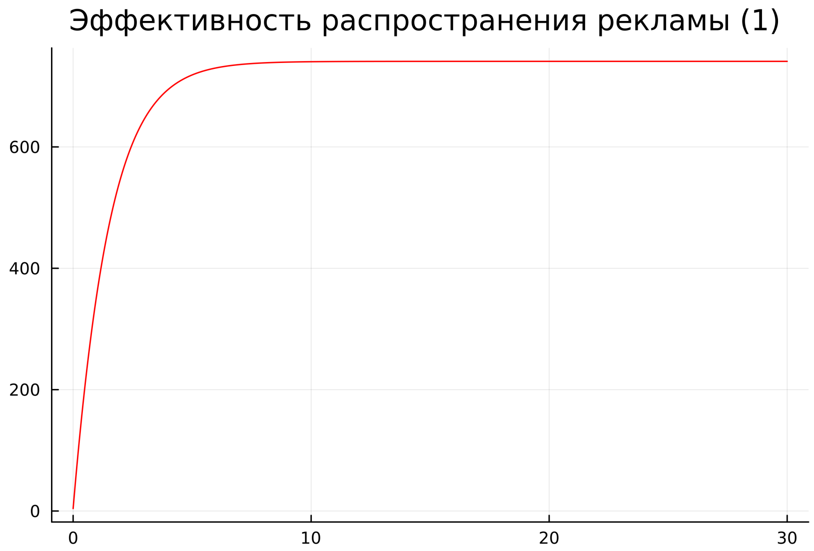

Рис. 1: График для случая 1 (Julia)

Напишем код на Jilia для случая 2: $\frac{dn}{dt} = (0.000035 + 0.98n(t))(N - n(t))$

```
using Plots
using DifferentialEquations


N = 741
n0 = 4


function ode_fn(du, u, p, t)
    (n) = u
    du[1] = (0.000035 + 0.98*u[1])*(N - u[1])
end
```

```
v0 = [n0]
tspan = (0.0, 0.1)
prob = ODEProblem(ode_fn, v0, tspan)
sol = solve(prob)
n = [u[1] for u in sol.u]
T = [t for t in sol.t]

max_dn = 0;
max_dn_t = 0;
max_dn_n = 0;
for (i, t) in enumerate(T)
    if sol(t, Val{1})[1] > max_dn
        global max_dn = sol(t, Val{1})[1]
        global max_dn_t = t
        global max_dn_n = n[i]
    end
end

plt = plot(dpi = 600, title = "Эффективность распространения рекламы (2) ", leger
plot!(plt, T, n, color = :red)
plot!(plt, [max_dn_t], [max_dn_n], seriestype = :scatter, color = :red)
savefig(plt, "lab07_2.png")
```

Запустим код при помощи командной строки и получим изображение: См. рис. 2

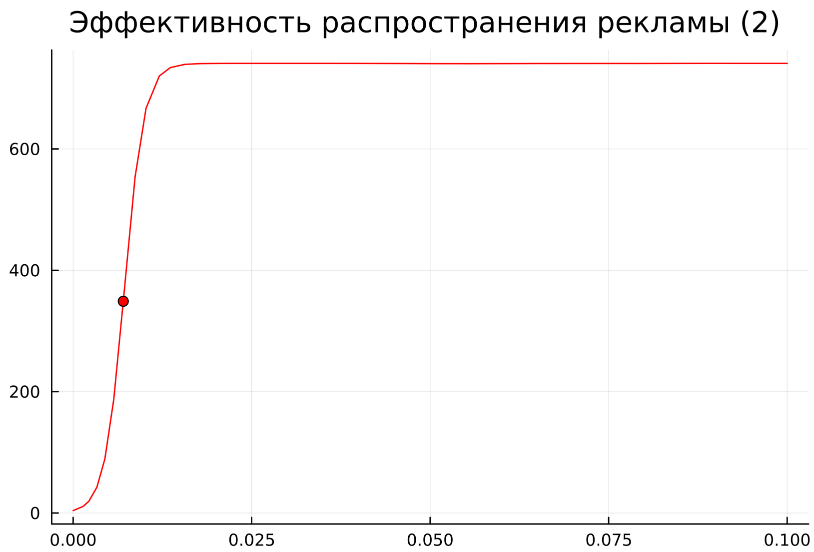

Рис. 2: График для случая 2 (Julia)

Напишем код на Jilia для случая 3: $\frac{dn}{dt} = (0.65sin(7t) + \cos(3t)n(t))(N - n(t))$

```
using Plots
using DifferentialEquations

N = 741
n0 = 4

function ode_fn(du, u, p, t)
    (n) = u
    du[1] = (0.65*sin(7*t) + cos(3*t)*u[1])*(N - u[1])
end

v0 = [n0]
tspan = (0.0, 0.1)
prob = ODEProblem(ode_fn, v0, tspan)
sol = solve(prob, dtmax = 0.05)
n = [u[1] for u in sol.u]
```

```
T = [t for t in sol.t]

plt = plot(dpi = 600, title = "Эффективность распространения рекламы (3) ", leger
plot!(plt, T, n, color = :red)
savefig(plt, "lab07_3.png")
```

Запустим код при помощи командной строки и получим изображение: См. рис. 3

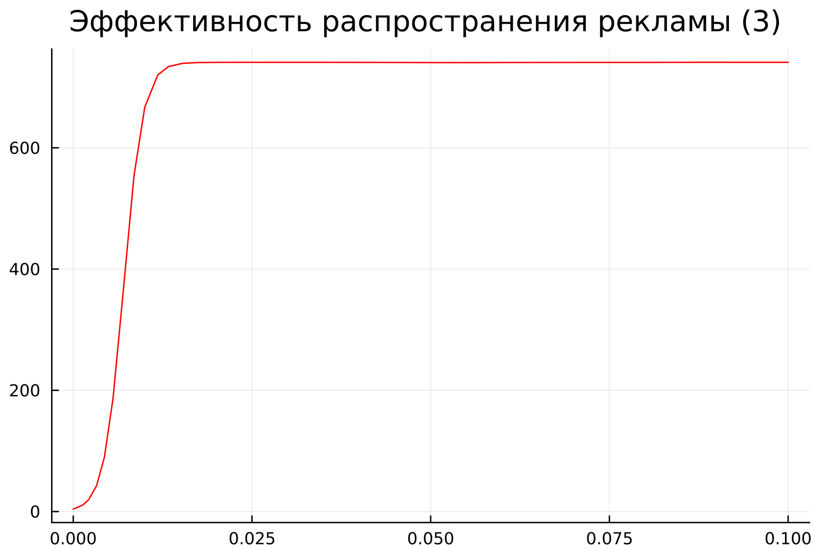

Рис. 3: График для случая 3 (Julia)

OpenModelica

Напишем код на OpenModelica для случая 1: $\frac{dn}{dt} = (0.63 + 0.000013n(t))(N - n(t))$

```
model lab07_1
Real N = 741;
Real n;
initial equation
n = 4;
equation
```

```
der(n) = (0.63 + 0.00013*n)*(N-n);
end lab07_1;
```

Запустим код при помощи кнопок “проверить модель” -> “симулировать”. Не забываем в настройках указать заданные нам начальные условия (время). См. рис. 4

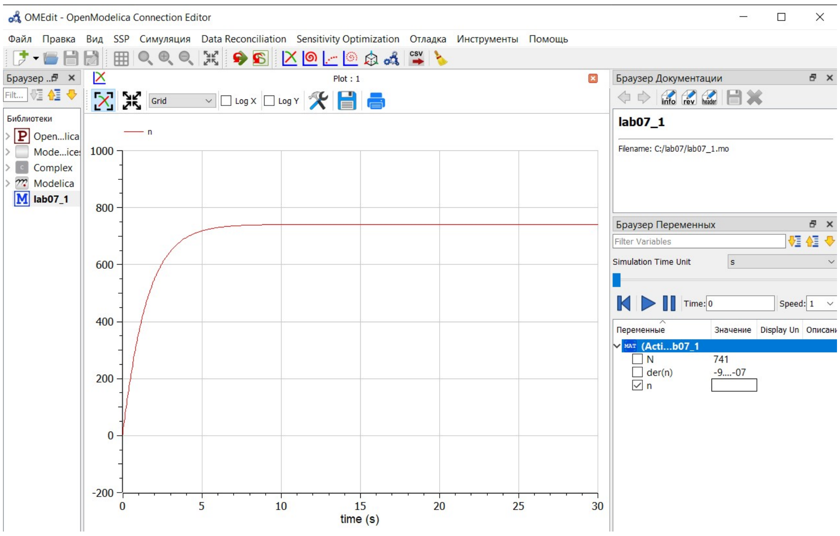

Рис. 4: График для случая 1 (OpenModelica)

Напишем код на OpenModelica для случая 2: $\frac{dn}{dt} = (0.000035 + 0.98n(t))(N - n(t))$

```
model lab07_2
Real N = 741;
Real n;
initial equation
n = 4;
equation
der(n) = (0.000035 + 0.95*n)*(N-n);
end lab07_2;
```

Запустим код при помощи кнопок “проверить модель” -> “симулировать”. Не забываем в настройках указать заданные нам начальные условия (время). См. рис. 5

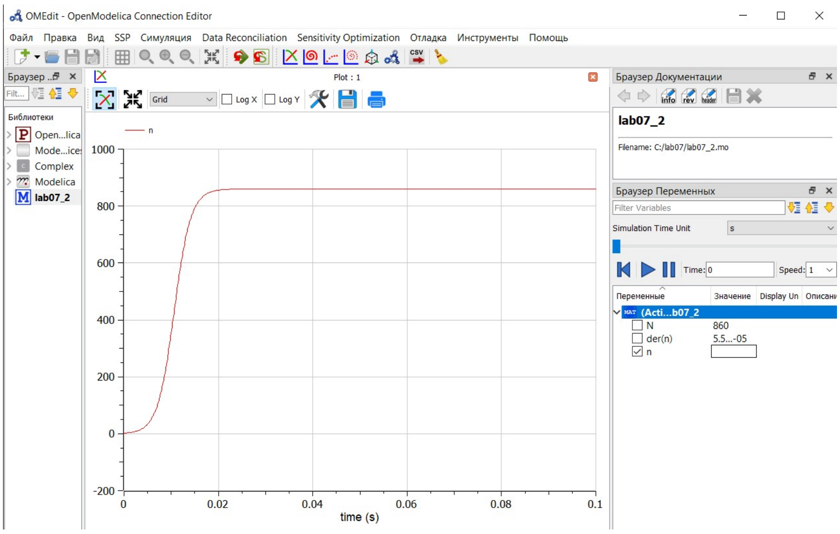

Рис. 5: График для случая 2 (OpenModelica)

Напишем код на OpenModelica для случая 3: $\frac{dn}{dt} = (0.65sin(7t) + \cos{(3t)}n(t))(N - n(t))$

```
model lab07_3
Real N = 741;
Real n;
initial equation
n = 4;
equation
der(n) = (0.65 * sin(7*time) + cos(3*time)*n)*(N-n);
end lab07_3;
```

Запустим код при помощи кнопок “проверить модель” -> “симулировать”. Не забываем в настройках указать заданные нам начальные условия (время). См. рис. 6

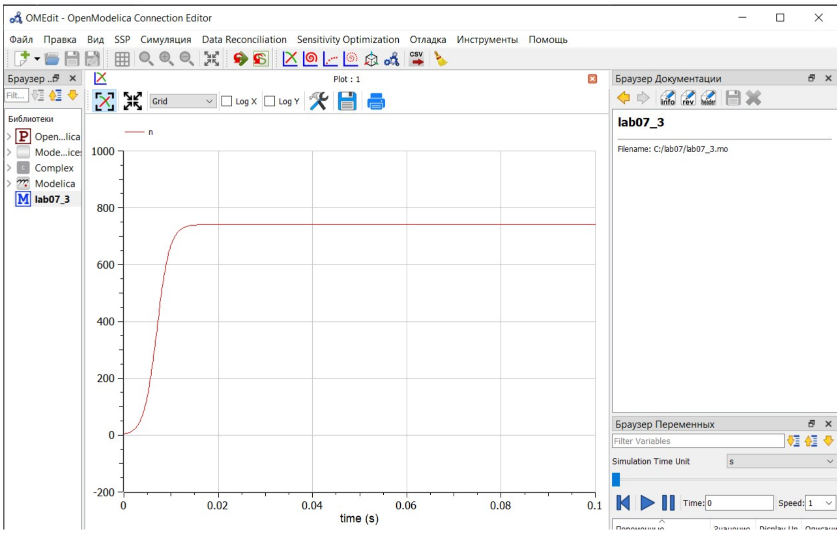

Рис. 6: График для случая 3 (OpenModelica)

Заключение

Рассмотрели и решили задачу об эффективности рекламы на языках Julia и OpenModelica. Получили идентичные результаты. Отметили, что на языке OpenModelica реализация более ёмкая, нежели на языке Julia.

Ответы на вопросы

1. Модель Мальтуса является математическим описанием экспоненциального роста популяции. В ее основе лежит предположение о том, что скорость роста популяции пропорциональна текущему размеру этой популяции. Модель Мальтуса широко используется в демографических и экономических исследованиях для оценки тенденций роста населения и ресурсов.

2. Логистическое уравнение описывает рост популяции или другой системы, учитывая наличие ограничений на рост, таких как конечные ресурсы или конкуренция. Уравнение имеет форму $\frac{dN}{dt} = rN(1 - \frac{N}{K})$, где N - текущий размер популяции, r - коэффициент роста, а K - предельная емкость окружающей среды, то есть максимальный размер популяции, который может быть поддержан данными ресурсами.

3. Коэффициенты $\alpha_1(t)$ и $\alpha_2(t)$ в модели распространения рекламы влияют на скорость распространения рекламы во времени. $\alpha_1(t)$ обычно отражает эффективность рекламной кампании и может зависеть, например, от бюджета на рекламу или качества рекламного контента. $\alpha_2(t)$ может отражать факторы, которые могут препятствовать или ускорять распространение рекламы, такие как конкуренция на рынке или изменения в предпочтениях потребителей.

4. Когда $\alpha_1(t) >> \alpha_2(t)$, скорость распространения рекламы будет определяться в основном эффективностью рекламной кампании. Это может привести к более быстрому и интенсивному распространению рекламы и увеличению числа клиентов.

5. Когда $\alpha_1(t) < \alpha_2(t)$, факторы, препятствующие распространению рекламы, становятся более существенными, чем эффективность самой рекламы. В таком случае

скорость распространения рекламы может быть замедлена, и ее влияние на количество клиентов может быть ограничено.

Библиографическая справка

[1] Документация по Julia: https://docs.julialang.org/en/v1/

[2] Документация по OpenModelica: https://openmodelica.org/

[3] Мальтузианская модель роста: https://www.stolaf.edu//people/mckelvey/envision.dir/malthus.html